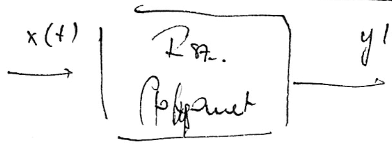
Műsz. kro

„Tipikus" vizsgálójelek és azok információtartalma



Bármely lineáris idő-invariáns rsz. felírható a következő n-edrendű diff. e.-kel:

$$A_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + A_1 \frac{dy(t)}{dt} + A_0 y(t) = B_0 x(t) + \dots + B_m \frac{d^m x(t)}{dt^m}$$

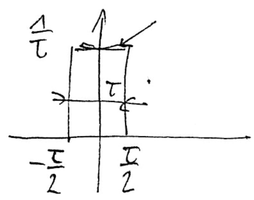
$m < n$

partikuláris mo. → kezdeti feltételektől függ → sz.g. ezt mondja meg

Tipikus bemenőjel, $x(t)$

- Dirac-impulzus

$x(t) = \delta(t)$



$x(t) = \frac{1}{\tau}$ ha $|t| < \frac{\tau}{2}$

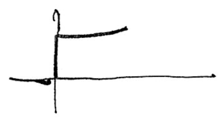
$= 0$ különben.

$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0} x(t)$

ha a bemenő jel Dirac-impulzus → akkor a kimenő jel

súlyfüggvény $y(t) = w(t)$

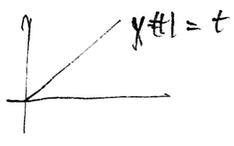
- Egységugrás



$x(t) = 1(t)$

Ha a bemenő jel egységugrás, akkor a kimenő jel átmeneti fv $y(t) = v(t)$

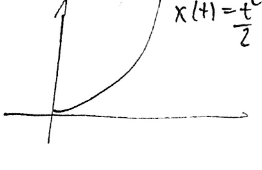
- Egység sebességugrás



egyenletesen növekvő jel

$y(t)$ – a kimenő jelet itt is átmeneti fv-nek hívják

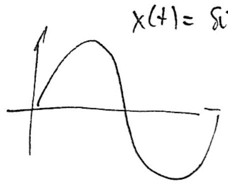
- Egység gyorsulásugrás



$y(t)$ – ennél a kimenő jelet is átmeneti fv-nek hívjuk

Az eddigiek során használt első fokút állítani a másodfokú differenciálnak vagy integrálnak

- Szinuszos gerjesztő függvény



$\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}_{be}} = Y(j\omega)$ – amplitúdó - fázis fv

lineáris rsz-eknél amennyiben a bemenet szinuszos, a kimenet is szinuszos lesz

- általános vizsgáló jel (belépő jel)

$x(t) = x(t) \quad t \geq 0$

$x = 0 \quad t < 0$

Kapcsolat a súlyfv. és az átmeneti fv. között

$w(t) = \frac{dv(t)}{dt} \qquad v(t) = \int_0^t w(\tau)\, d\tau$

Amplitúdó - fázis fv.

amennyiben szinuszos a gerjesztés

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{B_0 + j\omega B_1 + \ldots + (j\omega)^m B_m}{A_0 + j\omega A_1 + \ldots + (j\omega)^n A_n}$$

u. ez a Laplace-transzformáltra:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{B_0 + sB_1 + \ldots + s^m B_m}{A_0 + sA_1 + \ldots + s^n B_n}$$

$n \geq m$ fizikailag megvalósítható rsz-nél

$n = m$ a megvalósíthatóság határa

$W(s)$: átviteli fv.

Ha $m \leq n$ nem állna fenn, fizikai képtelenségek

lennének
Az átviteli fv. tetszőleges függvényekre vonatkozik.

Különböző vizsgálójelek információtartalma

Ismert, hogy minden szinte T periódusidejű periodikus függvény felírható szinusz és koszinusz függvények összegeként

→ Fourier-sorfejtés
(legyen $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - kör-frekvencia)

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + A_2 \cos(2\omega_0 t) + \ldots + A_n \cos(n\omega_0 t) + \ldots$$
$$+ B_1 \sin(\omega_0 t) + B_2 \sin(2\omega_0 t) + \ldots + B_n \sin(n\omega_0 t) + \ldots$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)\right)$$

~~Nem periodikus jelekre → Fourier-transzformáció~~

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t)\, dt \qquad B_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t)\, dt$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\, dt$$

komplex alakban

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \qquad C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

Nem periodikus jelekre: Fourier-transzformáció

$$f(t) = \int_0^{\infty} \left(a(\omega)\cos(\omega t) + b(\omega)\sin(\omega t)\right) d\omega$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t)\, dt \qquad b(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t)\, dt$$

Egységugrás Fourier-integrálja
Probléma: az egységugrás fv. nem abszolút integrálható

$$\int_{0}^{\infty} |f(t)|\, dt < K \quad \text{feltétel nem teljesül}$$

de: Négyszögjel Fourier-sora származtatható

– adjunk hozzá 1-et és osszuk 2-vel

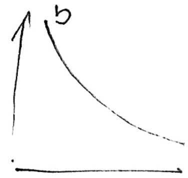
utána: határérték számítás $T \to \infty$

$$f_2(t) = \frac{1}{2}\left(1 + f_1(t)\right) \qquad f_1(t) \text{ – négyszögjel}$$

Kiindulási fv példán

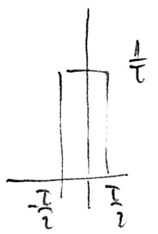
$a(\omega) = 0$ – a DC komponens hiánya miatt

$$\lim_{T \to \infty} b(\omega) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\omega}$$



Minden frekvencia jelen van, csak különböző súllyal

Dirac-impulzus Fourier-integrálja

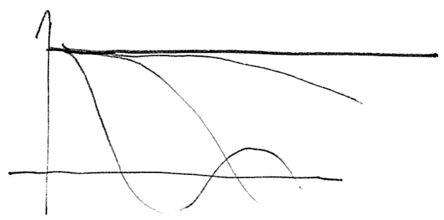


Közelítő Dirac-impulzust:

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0}\left(1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - 1\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right)$$

Függvény példa:

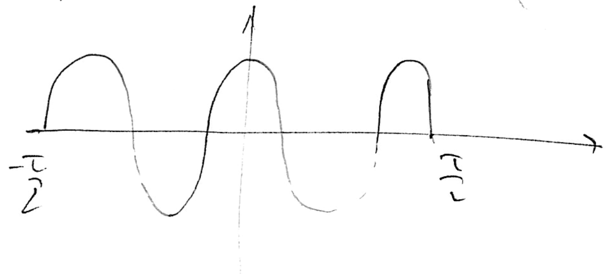
$$a(\omega) = \frac{2}{\pi}\frac{\sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}{\omega} \qquad b(\omega) = 0$$



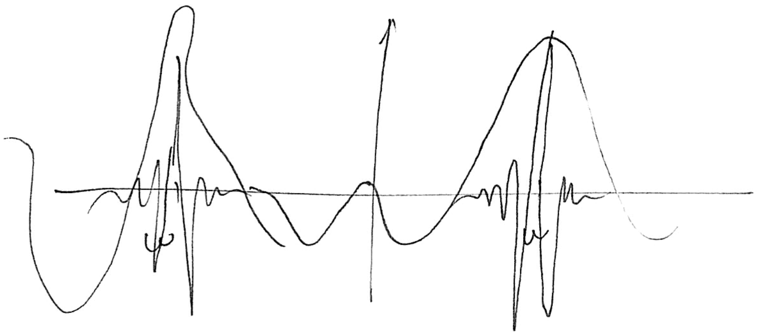
határérték be. mindenütt 1 lesz

~~$\lim_{\tau \to 0} \frac{2}{\pi} \sin$~~

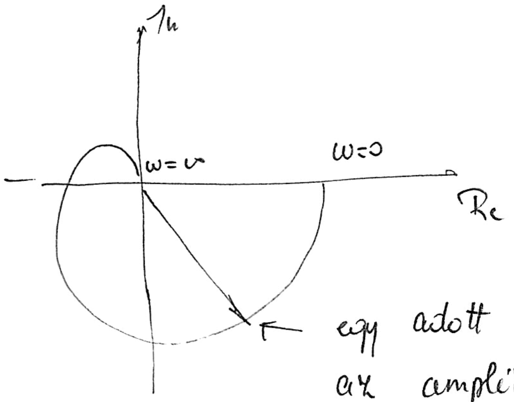
„Véges" szinuszvonulat (hullámvonulat)



$t = 0$



Nyquist-diagram



egy adott ω-nál
az amplitudó-fázis függvény értéke
a komplex síkon

Konklúzió: a legtöbb információt a rsz. súlyfv-e szolgáltatja

Folyamatidentifikáció / Szimuláció

Alapfogalmak

Szimuláció
- Modellek kidolgozására és azokon végzett kísérletek;
leíró vagy hipotetikus dinamikus
- rendszerek vizsgálatára melynek során a vizsgált rsz. egyes aspektusait számokkal vagy
- szimbólumokkal reprezentáljuk, oly módon, hogy azok könnyen kezelhetők legyenek és elősegítsék a rsz. tanulmányozását és megértését

A szimuláció osztályozása

Modellezés → Fizikai
→ Analitikus
→ Szimulációs → Digitális / Hibrid / Analóg → Diszkrét / Vegyes / Folytonos → Determinisztikus / Stochasztikus / Kvázideterminisztikus

Rendszer: objektumok olyan halmaza, amelyek között valamilyen kölcsönhatás vagy függőségi viszony van

Modell: A valóságos rsz. reprezentációja

Kísérlet: A rsz. v. modellje viselkedésének megfigyelése adott feltételek mellett

A rsz. vizsgálatának fő fázisai:

1, A probléma megfogalmazása
2, A vizsgált rszt reprezentáló matematikai modell készítése
3, Megoldás a modell segítségével
4, A modell segítségével nyert megoldás vizsgálata
5, Az eredmény lefolyásának lehetőségeinek kialakítása
6, Az eredmény realizálása: implementálás

Modellalkotás – kísérlettervezés

Valóság ≠ Modell (Folyamat)

Modell: a valóság (folyamat) egyszerűsített megadása rögzített szempontok szerint

Modell ↔ szimuláció

Modellalkotás céljai:

- Ismeretek összegzése, rögzítése matematikai formában
- Ismeretek szerzése feltételezett, részlegesen feltárt ismeretek birtokában
- „Jóslás" (prevenció !!)
- Matematikai leírás (Szimuláció)
- Működő modell, kicsinyített mása
- Dinamikus v. statikus viselkedést leírni
- Egyebek

Az, hogy "X szimulálja Y-t" akkor és csak akkor igaz, ha

A, X és Y formális rsz-ek

B, Y-t tekintjük a valóságos rsz-nek

C, X a valóságos rsz. közelítése

D, Az X-re vonatkozó érvényesség szabályai nem hibamentesek

Egy rsz. vagy szerkezet szimulációján egy modell vagy szimulátor működését értjük, ami a rsz. v. szerkezet reprezentációja.

A modellen olyan műveletek hajthatók végre, amelyeket lehetetlen, túl drága vagy célszerűtlen lenne a leképezett elemen végrehajtani.

A modell működését tanulmányozhatjuk és következtetéseket vonhatunk le belőle a rsz-re vagy alrsz-re vonatkozólag

Szimuláció: a valóságos világ néhány aspektusának számokkal v. szimbólumokkal való reprezentálása oly módon, hogy azok könnyen manipulálhatók legyenek, lehetővé téve tanulmányozásukat

Többféle osztályozási szempont:

I. Működési mód: 1, Analóg
2, Digitális
3, Hibrid

II. Szerkezet: 1) Mechanikus
2, Elektronikus HW
3, Elektronikus generációk
4, Optoelektronikus SW

III Alkalmazott időléptékek 1, Valóságos időben (real time) dolgozó számítógépek
2, Lassított időben dolgozó szg-ek
3, Gyorsított időben dolgozó szg-ek

IV. Felhasználás: 1, Differenciálanalizátor
2, Szimulátor
3, Kiképző berendezés Pl. Robot lekezelő pult

Szg-es generációk

3 szempont: - Hardware
- Logikai szervezés
- Software

1, Elektronikus hw.

I. generációs - elektroncsöves

II generációs - tranzisztoros - mágnesgyűrűs tár

III. generációs - IC-s - újabb kapcsolódás az integráltsági fokot ill.

2, Logikai szervezés

I. generációs - egyidőben egy műveletet hajt végre
B/K program felfüggeszti mindenféle operációt;
a szimultán működés teljes hiánya

II. generációs - B/K és számítás párhuzamosan
Ezt úgy érték el, hogy adatcsatornát alkalmaznak,
amely minimális figyelmet igényel a processzortól.
Gondolkodni kell az IT-nél „aszinkron" eseményeknél.

III. generációs - Több program egyidejű végrehajtása lehetséges.
Tárvédelem, operatív és háttértárak.

3 Software

I. generációs - egy programkönyvtárt, egyszerűen felhasználható
rutinokat alkalmaz. → Assembler nyelvű programozás

II. generációs - OS megjelenésével alakul ki.
Programkönyvtárat alkalmaz. Linkage editor stb.

III. generációs - OS koordinálja a hw-konfigurációt, figyeli a megszakítást

Multiprogramozhatóság, konverzációs üzem biztosított

A II. és III. generációs működés között átkapcsolási lehetőséget biztosítani kell (pl. nappal párbeszédes üzem, éjszaka pedig II. gen. program.)

Mi jellemzi a két alaptípust?

Analóg	Digitális
1, Folytonos	1, Diszkrét
2, Pontosságot az elemek pontossága határozza meg	2, Pontosságot az elemek száma határozza meg
3, Párhuzamos üzem	3, Soros üzem
4, Olcsó üzemeltetés	4, Drága üzemeltetés
5, Ember-gép kapcsolat jó	5, Ember-gép kapcsolat nem jó
6, „Real-time" üzem	6, Lassú, numerikus approximációs elvet alkalmazza
7, Logikai műveletek nehezen végezhetők el	7, Logikai műveletek elvégzése egyszerű
8, Jeltárolás komplikált	8, Jeltárolás egyszerűen végezhető el

Törvény: alapvető összefüggések rögzített érvényességi körben

pl: - energia megmaradás
- Ohm-törvény
- Vérnyomás - életkor
- ...

Ezek maguk is modellek
- matematikai formalizmus
- ismereteket, összefüggést rögzítenek
- sokszor nincs pontos ok-okozati összefüggés

Fejlődnek - pontosabbakká válnak

- ...

A modellel kapcsolatos főbb kategóriák

Törvény:
- alapvető összefüggéseket rögzített érvényességi körben
- rendszerint matematizálható

Struktúra:
- Részekre bonthatóság
- Részek egymáshoz kapcsolódása
- Hatás mechanizmus

Paraméter
- a részekre bontott modell elemeinek konkrét viselkedését meghatározzák értékek

Állapot (állapotváltozó)
- a részekre bontott modell egyes elemeinek jellemzői, melyek a rsz. egészének meghatározó viselkedését írják le

---

<u>Algebrai egyenletek, egyenlőtlenségek</u>

Ha a rsz. állandósult (steady state) állapotban van, a kimenet és a bemenet közötti kapcsolatot rszt algebrai egyenletek, egyenlőtlenségek írják le, ahol adott a_{ij} és b_i — keresés az x_i-k

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + b_1 = 0$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n + b_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n + b_n = 0$$

A szg-es megoldás alapfeltétele:

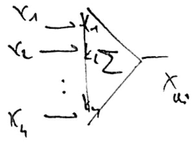
- az ismeretlenek száma és az ismert egyenletek száma megegyezzen
- ha kisebb az ismert egyenletek száma, akkor a rsz. alulhatározott, ha több, akkor felülhatározott.

Ismert 3 különböző mo-t

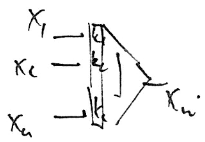
- Teoretikus mo. - amit a matematikusok is használnak
- Integráló módszer
- Mindig stabil mo-t eredményező módszer

Teoretikus módszer → az egyenletek közvetlen megoldása

Modellezés: analóg elemekkel felírjuk a diff.e-et



összegző $x_{ki} = -[k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n]$



integráló $x_{ki} = -\left(k_1 \int_0^t x_1 \, d\tau + k_2 \int_0^t x_2 \, d\tau + \dots + k_n \int_0^t x_n \, d\tau \right)$

Ha ezekkel az elemekkel felírjuk a korrekt megoldást

→ bennük hurkok lesznek (algebrai hurok) → ezekben a jel időkésés nélkül kering

Ha a hurokerősítés egynél nagyobb → gerjed a rsz.

Ez a megoldás a gyakorlatban nem használható.

Integráló módszer

A következő diff.e rszt oldjuk meg:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = -\dot{x}_1 = 0$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = -\dot{x}_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = -\dot{x}_n = 0$$

A deriváltak állandósult állapotban nullák.

A tranziens tetszőleges lehet, csak egy adott nagy T idő elteltével beálljon egy állandósult állapot, a rsz. legyen stabil

Most az összegzők helyett integrálokat fogunk használni.

Az integrátor elem egy időkéséses elem, tehát proporcionális tag.

Amikor zérus lesz a derivált, visszakapjuk az első, algebrai egyenlet rsz.-t. → kiválasztjuk a tranzienseket lefolyásától - utána a steady-state-et nézzük

Az állandósult állapot kialakulásának feltétele:

$\underline{\underline{A}}\,\underline{x} + \underline{B} = 0$

A homogén részhez hozzáadjuk az inhomogén rész egy partikuláris megoldását

A homogén egyenlet: $\dot{\underline{x}} = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}$

megoldását $\underline{x} = \underline{c}\, e^{\alpha t}$ alakban keressük

ahol $\underline{c}$ egy amplitúdó vektor

→ behelyettesítve

$\det(\alpha \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{A}}) = 0$ → a mátrix diff.-e karakterisztikus egyenlete

A megoldás stabilitásának feltétele, hogy a karakterisztikus egyenlet gyökei negatív valós részűek vagy negatív valós rész konjugált komplexek

Hurwitz - kritérium

$D_n \alpha^n + D_{n-1} \alpha^{n-1} + \dots + D_1 \alpha + D_0 = 0$

Hurwitz - determináns felírásával

Feltételek 1, $D_i > 0$

2, $\Delta_i > 0$

$$
\begin{array}{cccc}
\Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \\
D_{n-1} & D_{n-3} & D_{n-5} & \dots \\
D_n & D_{n-2} & D_{n-4} & \\
0 & D_{n-1} & D_{n-3} & \\
0 & D_n & D_{n-2} & \\
\vdots & & &
\end{array}
$$

Stabil megoldást eredményező módszer

a kiindulási egyenlet: $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} + \underline{\underline{B}} = 0$

mindkét oldalt leszorozzuk az $\underline{\underline{A}}$ mátrix transzponáltjával

$$\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{A}}\,\underline{x} + \underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{B}} = 0 = -\dot{\underline{x}}$$

az $\underline{\underline{A}}^T$ mátrix mindig pozitív definit

Bevezetünk egy $\underline{\underline{Z}}$ segédmátrixot

két egyenletre bontjuk az egyenletünket

$$\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{Z}} = -\dot{\underline{x}} \qquad \underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{A}}_t\,\underline{x} + \underline{\underline{B}} = 0$$

Ez a módszer biztos, hogy konvergens megoldást ad.

Azonban kétszer olyan bonyolult a hw

- kétszer annyi a hibalehetőség, mint az előző két megoldásnál

Az állandósult állapot nem statikus, mert mögötte anyag, energia folyamatok, transzport folyamatok játszódnak le.

3 példányban oldjuk meg – összevetjük őket

a_{ij} változhatnak a folyamat során, ezért kell ezt a kemény módszert használni

Differenciál egyenletek

$x_{be} \longrightarrow$ [Rsz. folyamat] $\longrightarrow x_t$

Differenciáló módszer

Felvételezünk egy x értéket és ebből képezzük az első, második, ... az n-edik deriváltat

Integráló módszer

Az n-edik deriválttól indulunk ki és ebből képezzük az (n-1)-edik, (n-2)-edik stb. deriváltakat az x értékig

A differenciáló módszert a gyakorlatban nem tudjuk kerülni

a differenciálás : zajkiemelő

az integrálás : zajsimító

A differenciáló módszernek zajkiemelő tulajdonsága van.

- A zaj deriváltját, a gradiensét veszi → ezért kiemeli a zajt

Az integráló módszer zajelnyomó, zajelsimító hatása van, a görbe alatti területet veszi

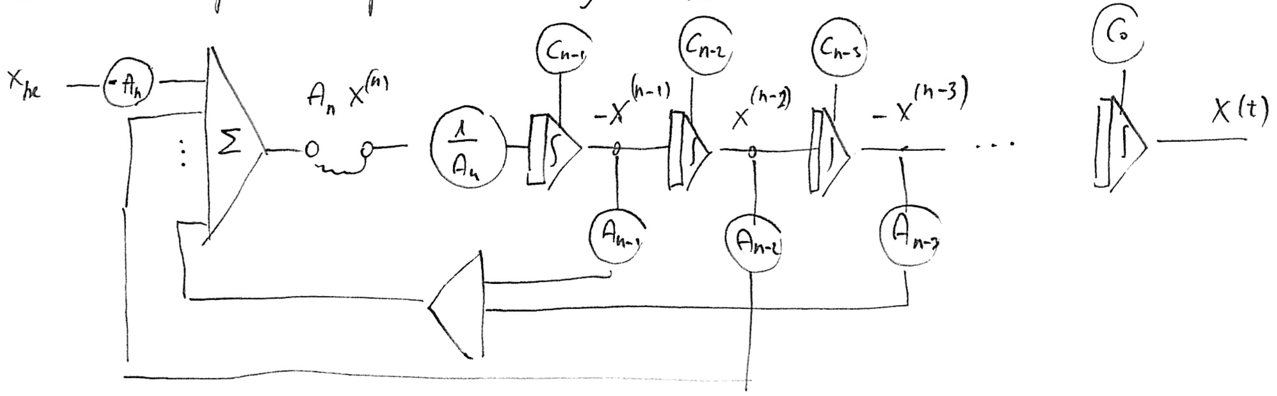
Műszerek, real-time szimulátorok tervezésénél fontos, hogy kerüljük a differenciálás műveletét ahol csak lehet, mert a külső, belső zajok nagy zavart okozhatnak a működésben

Az n-edrendű ~~egyenletre~~ kell rendezni a diff.-e.-et

$$A_n x^{(n)} + A_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + A_1 x^{(1)} + A_0 x = A x_{be}$$

$$A_n x^{(n)} = A x_{be} - \left(A_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + A_1 x^{(1)} + A_0 x\right)$$

A valós idejű megoldás a következő

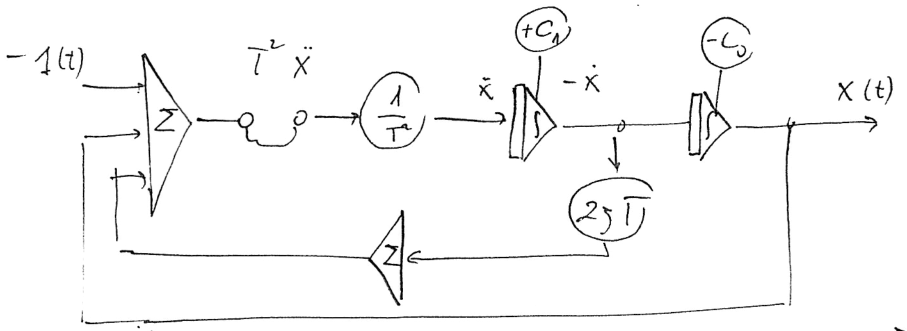


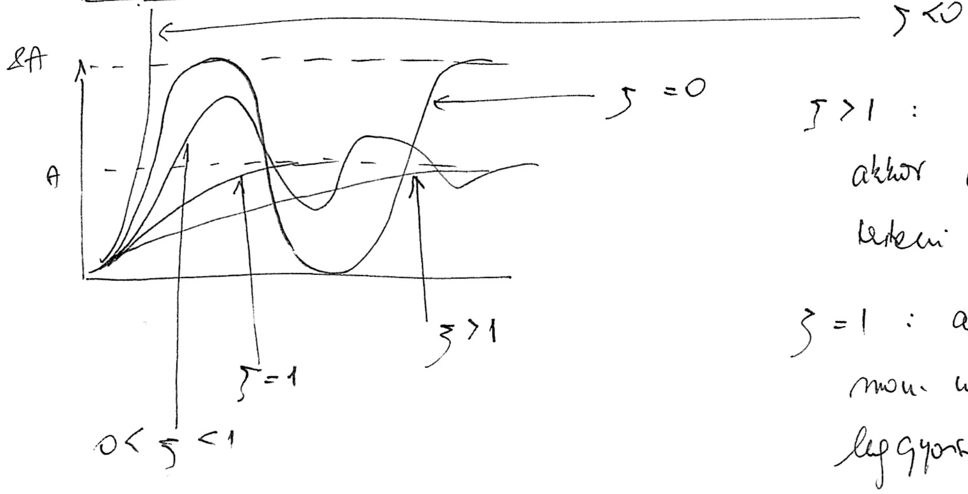
Ez a Kelvin-Thomson-féle visszavezetési elv

Egy példa

$$T^2 \ddot{x}(t) + 2\zeta T \dot{x}(t) + x(t) = 1(t)$$

$$T^2 \ddot{x}(t) = 1(t) - \left(2\zeta T \dot{x}(t) + x(t)\right)$$





$\xi>1$: ha a bemenetem $1(t)$ van, akkor a kimenet A értékhez fog tartani (monoton növekvő módon)

$\xi=1$: aperiodikus határeset monoton növekvő módon – a leggyorsabban áll be

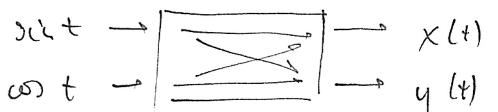
$0<\xi<1$: túllövés tapasztalható

$\xi=0$ $2A$ amplitúdóval fog állandó lengésbe kezdeni a rendszer

$\xi<0$ instabil ...

2. példa

Két kimenetű két bemenetű – szinuszos rezgési bemenetekkel cross-effect (kereszt csatolás) vizsgálata



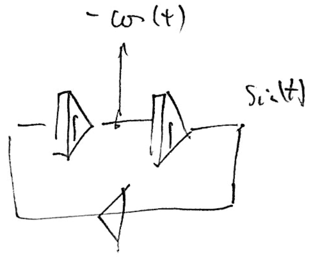
$$2\ddot{x} + 4\dot{x} + \dot{y} + x = \sin t$$
$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 5\dot{x} + y = \cos t$$

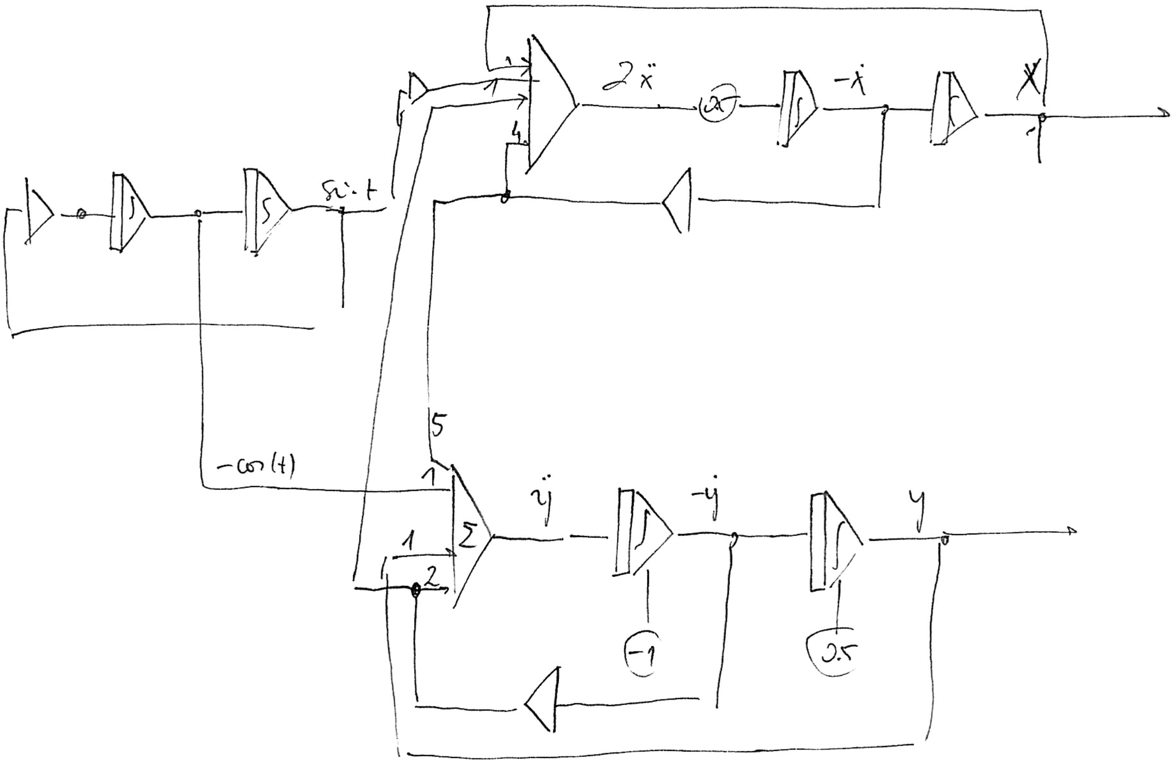
Kezdeti feltételek $x(0) = \dot{x}(0)$, $y(0) = 0.5$, $\dot{y}(0) = -1$

A rendszer a legmagasabb rendű deriváltakra az egyenletet:

$$2\ddot{x} = \sin t - (4\dot{x} + \dot{y} + x)$$
$$\ddot{y} = \cos t - (2\dot{y} + 5\dot{x} + y)$$

A bemenetekre a $-\sin(t)$ és $-\cos(t)$ fv-eket az előbb látható módon állítjuk elő, ahol a csillapítási tényező: $\xi = 0$

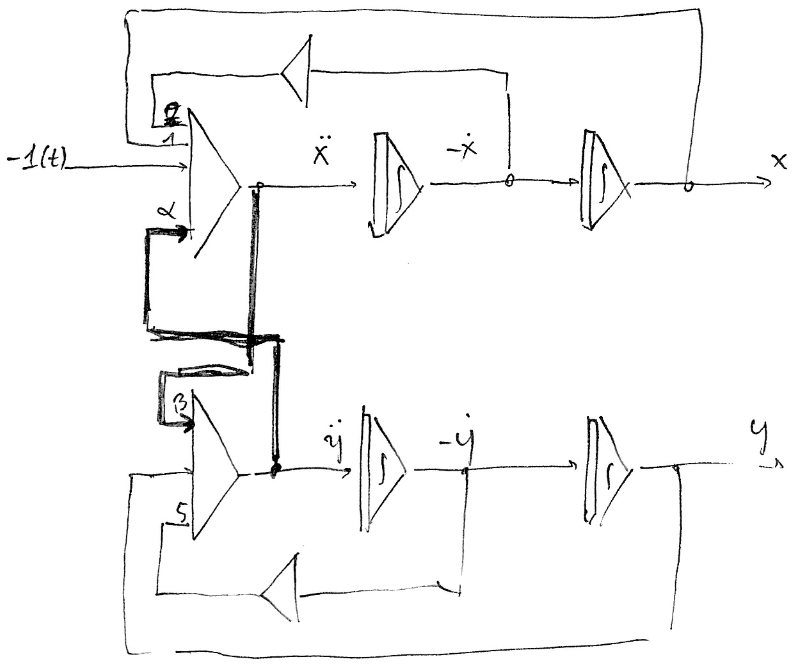




Algebrai hurkok kiküszöbölése

A következő differenciál egyenletekben a második derivált között algebrai hurok van

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x} + \alpha\ddot{y} + 2\dot{x} + x &= 1(t)\\ \ddot{y} + \beta\ddot{x} + 5\dot{y} + y &= 0\end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned}\ddot{x} &= 1(t) - (\alpha\ddot{y} + 2\dot{x} + x)\\ \ddot{y} &= -(\beta\ddot{x} + 5\dot{y} + y)\end{aligned}$$



Előzőekben az algebrai hurkot úgy kerültük ki, hogy összegzők helyett integrálókat alkalmaztunk.

Táblán láttunk egy másik módszert

Az első egyenletből kifejezzük az $\ddot{x}$-ot, a másodikból $\ddot{y}$-ot, és behelyettesítjük az ellenkező egyenletbe

$$\ddot{x} = 1(t) - (\alpha\ddot{y} + 2\dot{x} + x)$$

$$\ddot{y} = -(\beta\ddot{x} + 5\dot{y} + y)$$

$$\ddot{x} = 1(t) - (\alpha(-(\beta\ddot{x} + 5\dot{y} + y)) + 2\dot{x} + x) =$$

$$= 1(t) - (-\alpha\beta\ddot{x} - \alpha 5\dot{y} - \alpha y + 2\dot{x} + x)$$

$$\ddot{x} = 1(t) + \alpha\beta\ddot{x} + \alpha 5\dot{y} + \alpha y - 2\dot{x} - x \quad \ldots$$

$$\ddot{x}(1-\alpha\beta) = 1(t) - (\ )$$

$$\ddot{y}(1-\alpha\beta) = -(\ )$$

$$\ldots$$

Algebrai hurok kiküszöbölése

jel időkésés nélkül terjed → 1-nél nagyobb hurokerősítés → gerjed

Integráló megoldás → megépíthe → tranziens után lecsill

De még jobb → [illegible] [illegible] meg → szétszakítom

(watch dog)

Máshogy is feloldható algebrai hurok

→ egyenletek átrendezése → trükk

Átviteli fv

A szabályozástechnikában diff. e-ek helyett átviteli függvényekkel dolgozunk

$$X_{be} \longrightarrow \boxed{Y(s)} \longrightarrow X_{ki}$$

Átviteli fv.

- Tetszőleges bemenő jelre adott korlátos kimenő jel
- A kimenő és bemenő jel Laplace-transzformáltjainak hányadosa

- Két sorba kapcsolt hálózati elem eredő átviteli fv-ét úgy kapjuk meg, hogy a kg átviteli fv-ét összeadjuk

$$Y(s) = \frac{X_{ki}(s)}{X_{be}(s)} = \frac{B_m s^m + B_{m-1} s^{m-1} + \dots + B_0}{A_n s^n + A_{n-1} s^{n-1} + \dots + A_0} \qquad n > m \quad A_i \geq 0$$

határesetben $n = m$

dinamikus vizsg. esetén:
ha a bemenet szinusz → kimenet is szinusz lesz u. olyan frekvenciával

Fourier-módszer — amplitúdó-fázis fv.

korlátos jeleknél:
átviteli fv — kimenő és bemenő jel $\mathcal{L}$.-tr-jének hányadosa
(amplitúdó-fázis fv. egyszerű kísérleti módon írható fel)

Nyquist- és Bode-diagram

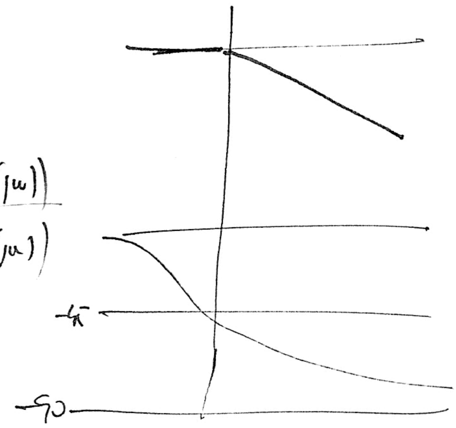
$$Y(j\omega) = Re(Y(j\omega)) + Im(Y(j\omega)) = |Y(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$$\varphi(j\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{Im(Y(j\omega))}{Re(Y(j\omega))}\right)$$

Bode-diagram:

$$a(\omega) = 20 \lg |Y(j\omega)|$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Im(Y(j\omega))}{Re(Y(j\omega))}$$

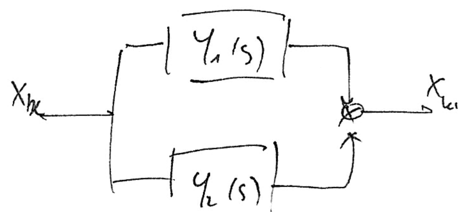


előnye: cirkulával, vonalzóval lehet kezelni

Átviteli fv. jelentősége → az eredő fv. közvetlen meghatározása bonyolult számítást igényel

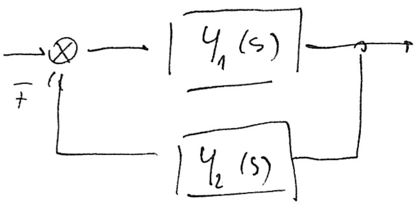
Soros kapcs. → $Y_1(s)$ → $Y_2(s)$ ← $\qquad Y_{ki} = Y_1(s)\, Y_2(s)$

Párhuzamos kapcs.



$$Y_{ki} = Y_1(s) + Y_2(s)$$

Visszacsatolás



$$Y_{ki}(s) = \frac{Y_1(s)}{1 \pm Y_2(s)\, Y_1(s)}$$

$Y_1(s)\, Y_2(s)$ – felnyitott rsz. eredő átviteli fv-e

Differenciáláshoz a következő képletet használjuk

$$\frac{sT_D}{1+sT} = \text{differenciálás}$$

Két módszer egyik: segédváltozós módszer

másik: direkt programozás módszere

Segédváltozós módszer

segédváltozó: $X_s(s)$

$$Y(s) = \frac{X_{ki}(s)\; X_s(s)}{X_s(s)\; X_{be}(s)} = \left(B_0 + B_1 s + \ldots + B_m s^m\right) \frac{1}{A_0 + A_1 s + \ldots + A_n s^n}$$

Szét lett választva két részre

$$\frac{X_s}{X_{be}} = \ldots \qquad \frac{X_{ki}}{X_s} = \ldots$$

$$\left.\begin{aligned} A_0 + A_1 s + \ldots + A_n s^n &= X_{be} \\ B_0 + B_1 s + \ldots + B_m s^m &= X_{ki} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} A_n X_s^{(n)} + A_{n-1} X_s^{(n-1)} + \ldots + A_1 X_s + A_0 &= X_{be} \\ B_m X_s^{(m)} + A_{m-1} X_s^{(m-1)} + \ldots + B_1 X_s + B_0 &= X_{ki} \end{aligned}$$

Közvetlen programozás

$N = m$ esetén $A_n = 1$

$$Y(s) = \frac{X_{ki}(1)}{X_{be}(1)} = \frac{B_0 \frac{1}{s^n} + B_1 \frac{1}{s^{n-1}} + \ldots + B_n}{A_0 \frac{1}{s^n} + A_1 \frac{1}{s^{n-1}} + \ldots + A_{n-1} \frac{1}{s} + A_n}$$

$x_{be} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow x_{ki}$

$\mathcal{L}\{x_{ki}(t)\} = X_{ki}(s)$

$\mathcal{L}\{x_{be}(t)\} = X_{be}(s)$

$$\boxed{Y(s) = \frac{X_{ki}(s)}{X_{be}(s)} = \frac{1+2s+4s^2+s^3}{1+s+2s^2+4s^3+s^4}}$$

1.) módsz. segédváltozós $x_s(s)$ - segédváltozó

$$Y(s) = \frac{X_s(s)}{X_s(s)} \frac{X_{ki}(s)}{X_{be}(s)} = \frac{1}{1+s+2s^2+4s^3+s^4}(1+2s+4s^2+s^3)$$

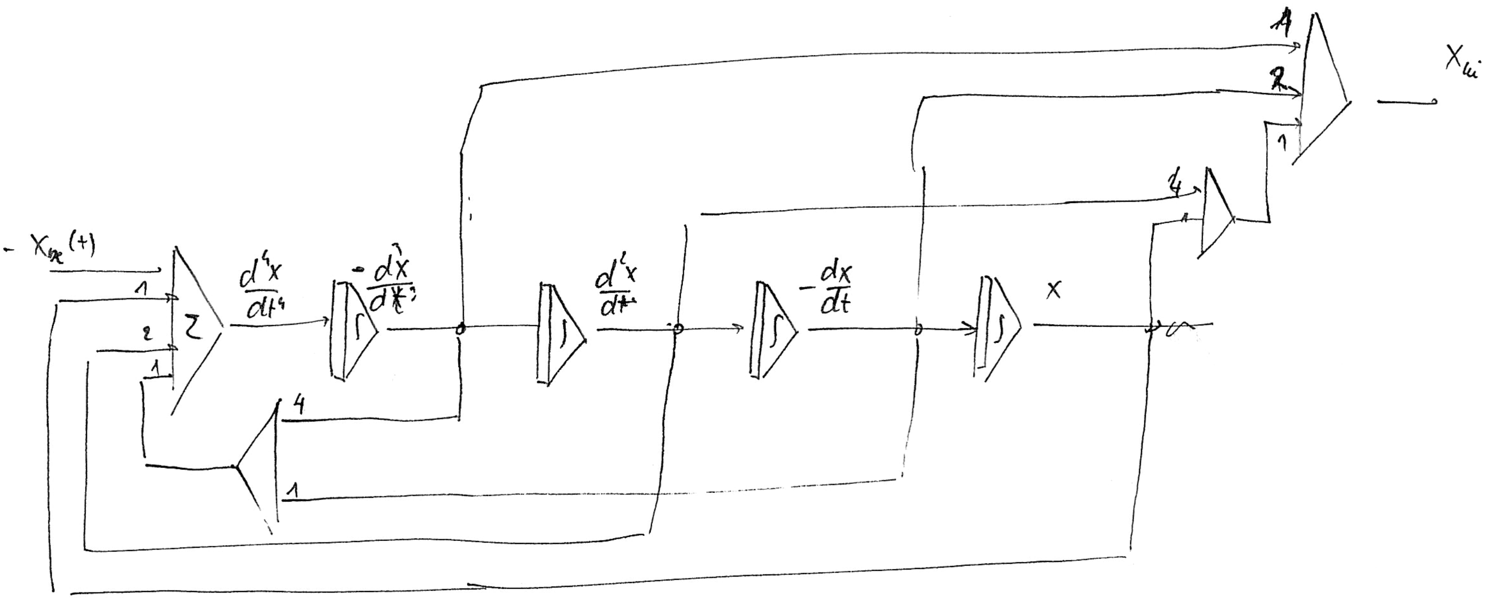
Két részre bontjuk

$$(1)\quad \frac{X_s(s)}{X_{be}(s)} = \frac{1}{1+s+2s^2+4s^3+s^4} \qquad \frac{d^4x}{dt^4} + 4\frac{d^3x}{dt^3} + 2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x = x_{be}$$

$$(2)\quad \frac{X_{ki}(s)}{X_s(s)} = 1+2s+4s^2+s^3 \qquad \frac{d^3x}{dt^3} + 4\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = x_{ki}$$

$$(1)\quad \frac{d^4x}{dt^4} = x_{be} - \left(4\frac{d^3x}{dt^3} + 2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x\right)$$

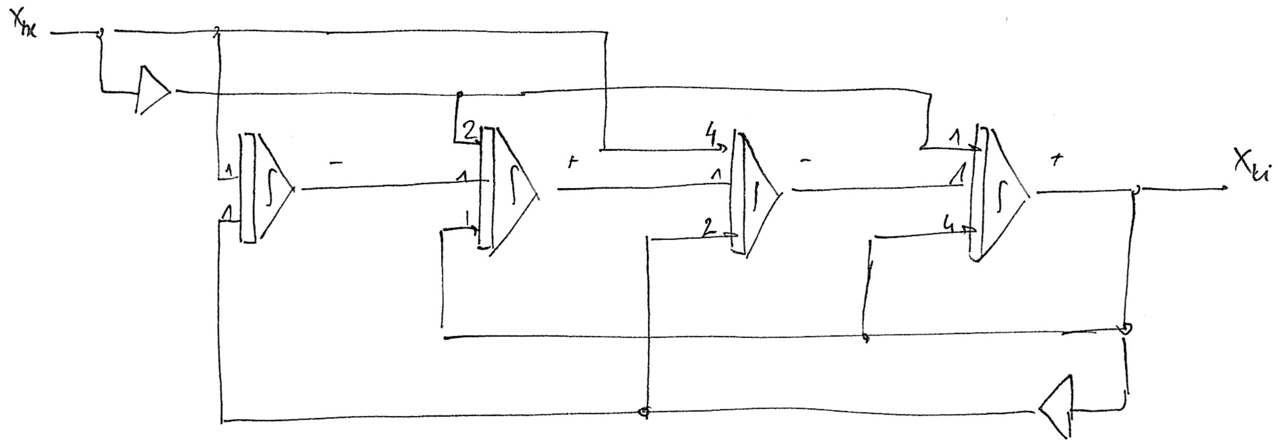
$$\cancel{(2)\quad \frac{d^3x}{dt^3} = x_{ki} - \left(4\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x\right)}$$



② Közvetlen programozás módszere (legmagasabb rendű taggal végigosztva)

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{s} + \frac{4}{s^2} + \frac{2}{s^3} + \frac{1}{s^4}}{1 + \frac{4}{s} + \frac{2}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^4}} = \frac{X_{ki}(s)}{X_{be}(s)}$$

$$X_{ki}(s) = \frac{1}{s}\left(X_{be} - 4X_{ki}\right)$$
$$+ \frac{1}{s^2}\left(4X_{be} - 2X_{ki}\right)$$
$$+ \frac{1}{s^3}\left(2X_{be} - X_{ki}\right)$$
$$+ \frac{1}{s^4}\left(X_{be} - X_{ki}\right)$$



A mérnöki szemlélethez ez a megoldás áll közelebb

Bessel-féle diff.e
nem időinvariáns diff.e. → nem érvényes a szuperpozíció elve
A Bessel-féle diff.e ilyen
Általános alakja:

$$t^2 \frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + (t^2 - n^2)\,y = 0$$

két kezdeti feltétel $y(0)$-ra és $y'(0)$-ra

$n = 0$ nulladrendű $y_0(0) = 1;\ y_0'(0) = 0$

$n = 1$ elsőrendű $y_1(0) = 0;\ y_1'(0) = 0.5$

$n \geq 1$ ~~másodrendű~~ n-edrendű $y_n(0) = 0;\ y_n'(0) = 0$

Gyakorlatban elég az $n=0$ meghatározása
ui. vannak rekurzív formák

$n=0$

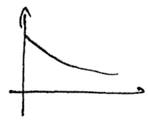
$$t^2 y'' + t y' + t^2 y = 0 \quad / t^2$$

$$y'' + \frac{y'}{t} + y = 0$$ ← ezt kell megoldani

Kelvin–Thomson-féle visszavezetéssel az okozza a problémát, hogy $t=0$-nál elszáll a ~~az~~.

gyakorlatban:

$$y'' = -\frac{0.1 y' - 0.5 a e^{-bt}}{0.1 t + a e^{-bt}} - y$$ → bekerül egy ilyen tag:

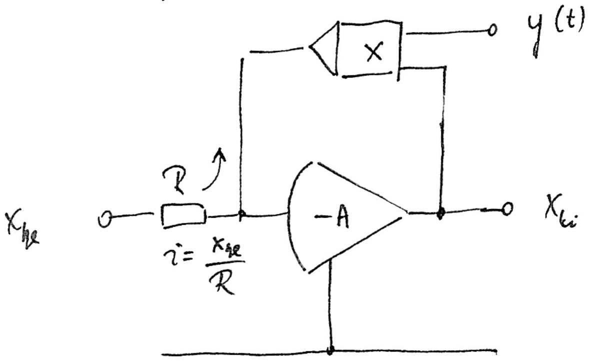


legyen $a = 0.1$ $b = 3$

→ $t=0$-ban 5-10% hibát okoz

A kifejezésben két időben változó mennyiség hányadosa van

Egy trükk ennek a képzésére




szorzó


nagy pontosságú műveleti erősítő

$A = 10^5 - 10^6$

Bemeneti ellenállása nagy

→ így a bemenetén nem folyik áram

→ az áram a szorzó kimenete irányában folyik

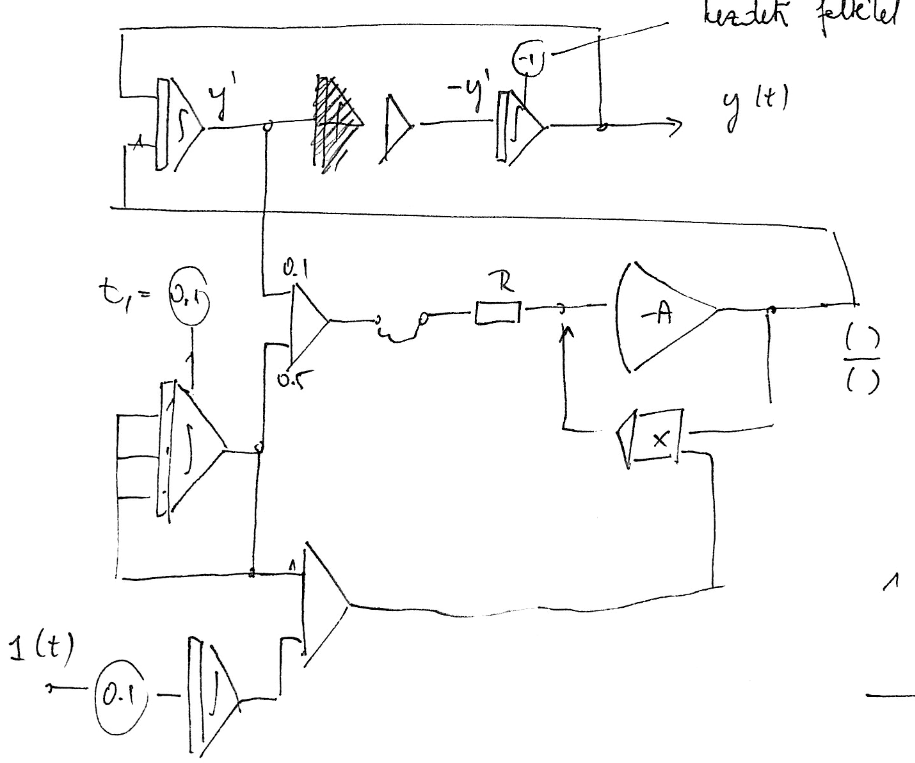
$$\frac{x_{be}}{R} = -y(t)\, x_{ki} \quad \rightarrow \quad x_{ki} = K' \frac{x_{be}}{y(t)}$$

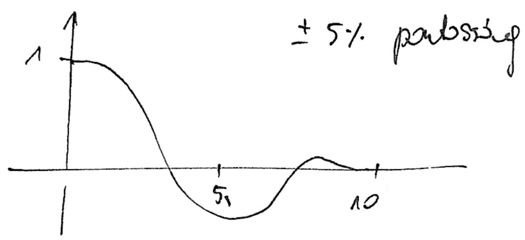
K': valamilyen konstans

$\frac{x_{ki}}{y(t)}$ → két időben változó mennyiség hányadosa

Ezzel a módszerrel lehet megoldani a hányados képzését

Kelvin-Thompson-féle visszavezetési elv





Rayleigh-féle (Van der Pol-féle) diff.e

$$\ddot{x} - \varepsilon\left(1 - \frac{\dot{x}^2}{3}\right)\dot{x} + x = 0$$

$$\ddot{x} - \varepsilon\dot{x} + \varepsilon\frac{\dot{x}^3}{3} + x = 0$$ Másodrendű nem lin. diff.e

vizsgálatokat

$0.1 \leq \varepsilon \leq 10$ tartományra szokás elvégezni

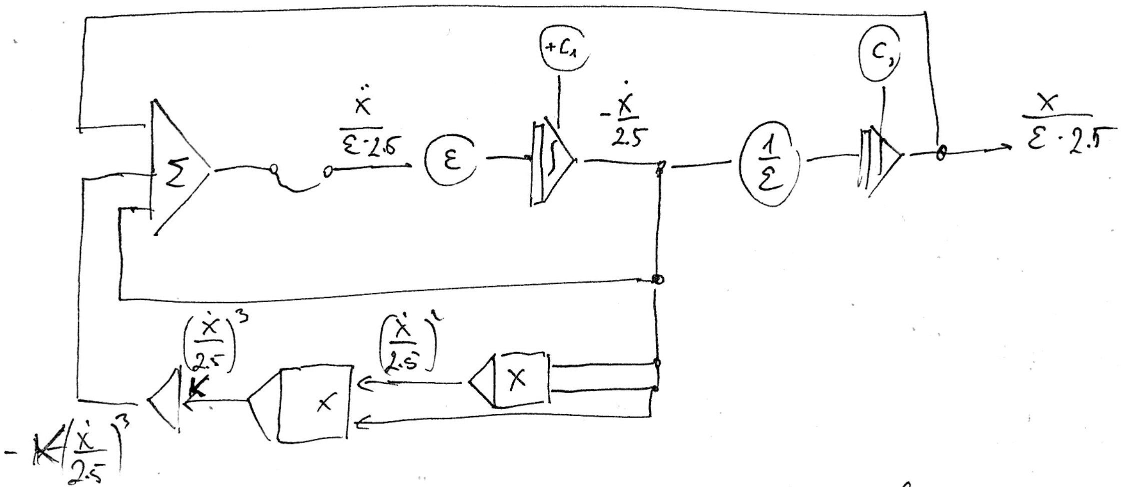
erre a tartományra lb. igaz:

$$\varepsilon\,\dot{x}_{max} \simeq x_{max} \simeq \ddot{x}_{max} = 2.5\,\varepsilon$$

ha ez igaz, alkalmazni lehet a Kelvin-Thomson-féle módszert

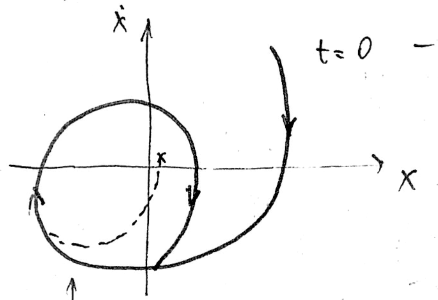
$$\frac{\ddot{x}}{\varepsilon \cdot 2.5} = \frac{\dot{x}}{2.5} - K\left(\frac{\dot{x}}{2.5}\right)^3 - \frac{x}{\varepsilon \cdot 2.5}$$

c_0 és c_1 a két kezdeti feltétel



Rezgéseknél sokszor alkalmazzák

fázis sík:



$t=0$ – innen indul a rsz.

határciklus – pl. szívciklus

– állandó, önfenntartó rezgés

Ha a körön belülről indítjuk el a rsz-t, akkor is a határciklus felé jut ...

Amplitúdó és időléptékezés

$$2\frac{d^3x}{dt^3} + 4\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + x = 10 \cdot 1(t)$$

$n = 2$ → $\tau = nt$ → kétszeres lassítás

(ha $n = 0.1$ → 10-szeres gyorsítás lenne)

Időléptékezéssel kell kezdeni

Határozzuk meg a változók maximális értékeit

→ ha beáll az állandósult állapot

$x(t) = 20$ lesz

ez többféleképpen állhat be

– a kilendülés miatt a max érték 2×20 lesz

$$x_{max} = 2\cdot 20 = 40 \text{ cm}$$

→ Gyökökben instabillá válik a

a derivált max. értéke: ($\dot{x}_{max}$)

használjuk a Jacobson-féle szabályt

→ a harmadik derivált lesz egyenlő a $20\cdot 1(t)$-vel

$t=0$-ban:

$$2\cdot \dddot{x} = 20 \quad \rightarrow \quad \dddot{x} = 10\ \frac{cm}{s^3}$$

$$4\ \ddot{x} = 20 \quad \rightarrow \quad \ddot{x} = 5\ \frac{cm}{s^2}$$

$$5\ \dot{x} = 20 \quad \rightarrow \quad \dot{x} = 4\ \frac{cm}{s}$$

1, időléptékezés : $\tau = nt$ $\qquad x_\tau$ - gépi független változóval

$$2n^3\ \dddot{x}_\tau(\tau) + 4n^2\ \ddot{x}_\tau(\tau) + 5n\ \dot{x}_\tau(\tau) + x_\tau(t) = 20\ 1(\tau)$$

$$16\ \dddot{x}_\tau + 16\ \ddot{x}_\tau + 10\ \dot{x}_\tau + x_\tau = 20\ \ 1(\tau)$$

Az időléptékezés után a max. értékeket is át kell írni τ-ra

$$x_{max} \rightarrow x_{max\,\tau} = 40 \text{ cm} \qquad \ddot{x}_{max\,\tau} = \frac{5}{n^2} = 1.25\ \frac{cm}{s^2}$$

$$\dot{x}_{max\,\tau} = \frac{4}{n} = 2\ \frac{cm}{s} \qquad \dddot{x}_{max\,\tau} = \frac{10}{n^3} = 1.25\ \frac{cm}{s^3}$$

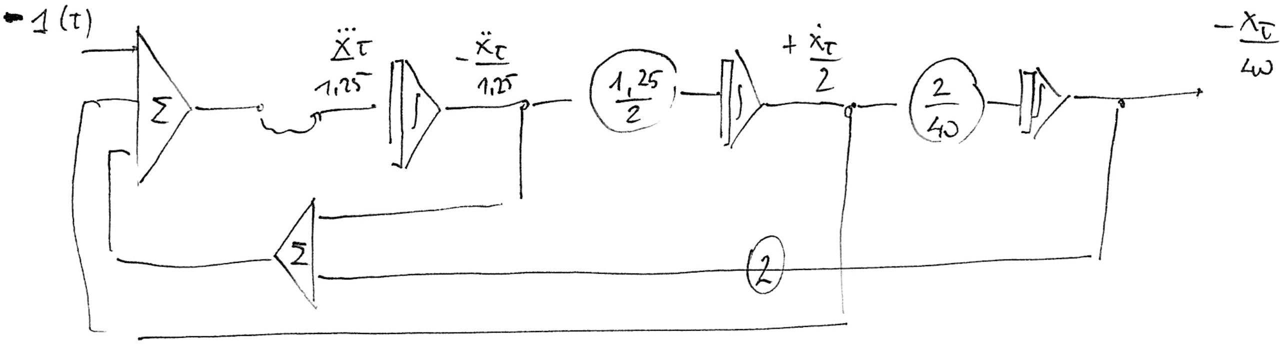
2. Amplitúdó léptékezés

2.1 Normalizált változók módszere

$$\frac{\dddot{x}_\tau}{\dddot{x}_{\tau max}} \cdot \dddot{x}_{\tau max}$$ – a max értékkel osztunk is és szorzunk.

$$\underbrace{16\cdot 1{,}25}_{20}\ \frac{\dddot{x}_\tau}{1{,}25} + \underbrace{16\cdot 1{,}25}_{20}\ \frac{\ddot{x}_\tau}{1{,}25} + \underbrace{10\cdot 2}_{20}\ \frac{\dot{x}_\tau}{2} + 40\ \frac{x_\tau}{40} = 20\cdot 1(\tau) \qquad /:20$$

$$\frac{\dddot{x}_\tau}{1,25} = 1(t) - \left(\frac{\ddot{x}_\tau}{1,25} + \frac{\dot{x}_\tau}{2} + 2\,\frac{x_\tau}{40} \right)$$



Minden megoldás [−1, 1] tartományban fog mozogni

Minden változó normalizálva van — a legnagyobb pontosság érhető el — minden műveleti elem a maximális pontossággal végzi el a műveletet

+ nem kell a mértékegységekkel, dimenziókkal törődni

2.2 Amplitúdó léptékezési módszer

Dimenziós léptéktényezős módszer

$U_{max} = 10\,V$

$$K_0 = \frac{U_{max}}{X_{max}} = \frac{10\,V}{40\,cm} = 0.25\,\frac{V}{cm}$$

$$K_1 = \frac{U_{max}}{\dot{X}_{max}} = \frac{10\,V}{2\,\frac{cm}{s}} = 5\,\frac{Vs}{cm}$$

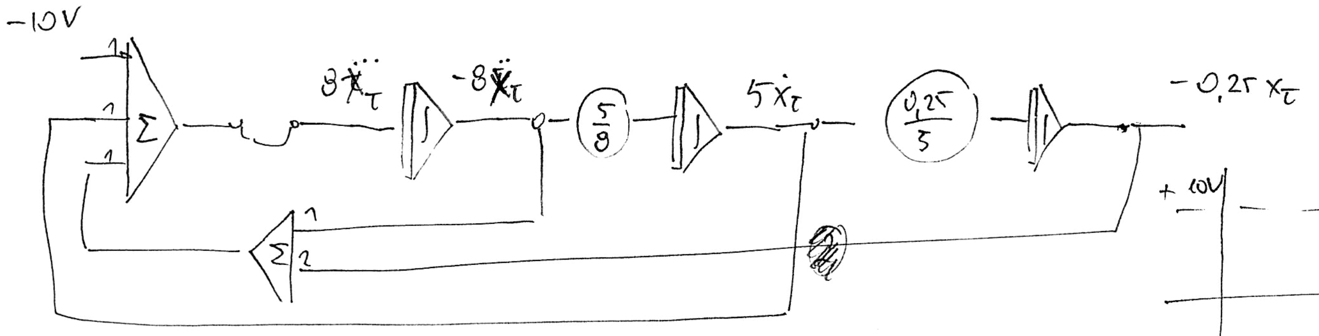
$$K_2 = \frac{U_{max}}{\ddot{X}_{max}} = \frac{10\,V}{1,25\,\frac{cm}{s^2}} = 8\,\frac{Vs^2}{cm}$$

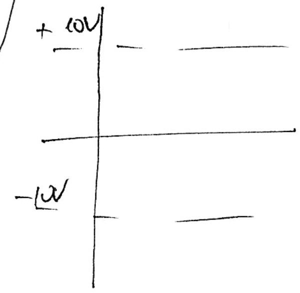
$$K_3 = \frac{U_{max}}{\dddot{X}_{max}} = \frac{10}{1,25\,\frac{cm}{s^3}} = 8\,\frac{Vs^3}{cm}$$

$$16\,\dddot{x}_\tau + 16\,\ddot{x}_\tau + 10\,\dot{x}_\tau + x_\tau = 20\;1(\tau)$$

$$2\cdot 8\,\dddot{X}_\tau + 2\cdot 8\,\ddot{x}_\tau + 2\cdot 5\,\dot{x}_\tau + 4\cdot 0.25\,x_\tau = 20\;1(t)$$

$$8\,\dddot{X}_\tau + 8\,\ddot{x}_\tau + 5\,\dot{x}_\tau + 2\cdot 0,25\,x_\tau = 10\;1(\tau)$$





Az összes integráló kimenete a [-10V, 10V] tartományban fog mozogni
+ 2-szer lassabb lesz, mint a valóságban

Élettani folyamatok műszeres meghatározása és számítógépes vizsgálata

1) Definíciók, alapfogalmak

Rendszer → fiziológiai elrendezés, melyben valamely anyag viselkedését tanulmányozzuk
pl. egy állat, élő szerv, élő sejt v. sejtek stb.

Zárt rsz → rsz., melyben nem lép be anyag és nem is hagyja el azt

Nyitott rsz → olyan rsz., amely anyagcserét folytat a környezetével

Kompartment analízis

- Kompartment - kinetikailag elhatárolható, homogén, egyenletes eloszlású anyagmennyiség, melyet transzportjának kinetikája jellemez
- Elméleti modell - egy biológiai rsz valamely anyagi kinetikájának leírása
- Kompartment analízis - azon eljárások összessége, melyek lehetővé teszik, hogy egy biológiai rsz. viselkedését leírhassuk elméleti v. matematikai modellel.

- Matematikai modell – az elméleti modellből származtatott egyenletek rsz-e

Nyomjelzők

→ nyomjelzővel visszük végbe. A nyomjelzőnek jól mérhetőnek kell lennie, ugyanúgy kell viselkednie, mint a megfigyelt anyagnak, és kinetikájuk nem sem szabad különbözni.

- A nyomjelző lehet egy elem izotópja, lehet rádioaktív vagy stabil. Ma már leggyakrabban izotópot használnak, ezért vizsgálatainkat elsősorban izotópikus „nyomjelzős kinetikára" koncentráljuk. Természetesen eredményeink más nyomjelzős vizsgálatok esetén is alkalmazhatók.

Nyomjelzős vizsgálat lépései:

1, Ismert mennyiségű jelző anyagot juttatunk a rsz egy kompartmentjébe

2, Megfelelő időnként mintát veszünk ebből és/vagy egy másik kompartmentből

és meghatározzuk a specifikus aktivitást

3, A rsz. elméleti és matematikai modelljeinek ~~meghat~~ felhasználásával a kísérleti adatokból meghatározzuk a modell paramétereit

4, Ha a modell nem megfelelő, egy újat írdlantunk