

**1. feladat (30 pont)**

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'(x) = \operatorname{ch}(x + y(x))$$

(Elég az implicit alak.)

**2. feladat (20 pont)**

Határozza meg a következő kezdetiérték-probléma megoldását!

$$y'(x) - 3x^2 = \frac{-2y(x)}{x}, \quad y(1) = 4$$

**3. feladat (8+8+9=25 pont)**

Írja föl azt a legalacsonyabb rendű, lineáris, homogén, állandó, valós együtthatós differenciálegyenletet, amelynek megoldása(i) a következő függvény(ek)! Írja föl az általános megoldást is!

$$\text{a) } 5e^{3x} - 7 \sin(3x); \quad \text{b) } xe^{-2x}, 3x - 4; \quad \text{c) } 2 \operatorname{ch}(5x), 7xe^{5x}.$$

**4. feladat (9+(8+8)=25 pont)**

a) Konvergens-e a következő sor? (Állítását igazolja!)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{\sqrt{n^5 - 8n^3 - 5}}$$

b)

$$3f(n+1) = 4f(n) + 4f(n-1)$$

b/i) Határozza meg a fenti rekurzió általános megoldását!

b/ii) Tudjuk, hogy  $f(0) = 3$ , és  $S = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \in \mathbb{R}$ . Határozza meg  $f(1)$ -et és az  $S$  összeg értékét!

**IMSC feladat (6 IMSC pont)**

Egy kezdetben  $l = 1$  m hosszú, tetszőlegesen nyújtható gumiszál egyik vége rögzített, a másik vége egy gonosz manó kezében van. Egy katicabogár el szeretne jutni a gumiszálon a manótól a másik végpontba, azonban amikor elindul, akkor a manó elkezd  $v = 1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  sebességgel nyújtani a gumikötetet. A katicabogár (a gumikötélhez képest) állandó  $v = 1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  sebességgel halad. Eléri-e a katicabogár a gumikötél másik végét? Ha igen, mennyi idő alatt? (Tegyük fel, hogy a gumikötél hosszában „egyenletesen” nyúlik.)