

1) Feladat (15 pont).

Adja meg az

$$y' = \frac{4y^2 - 1}{y(x^2 - 1)}$$

differenciálegyenlet $y(0) = 1/2$ illetve $y(0) = 1$ kezdeti értékekhez tartozó megoldásait!

2) Feladat (18 pont).

Adja meg az

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

differenciálegyenlet összes megoldását!

3) Feladat (8 pont).

Vezesse be az $u = x^2 + y^3$ új változót az alábbi kezdeti érték problémába:

$$y' = \frac{x^2 + y^6}{y^2}, \quad y(1) = -2$$

(Ne oldja meg a kapott egyenletet!)

Szeparábilis-e, lineáris-e az így nyert differenciálegyenlet? (Válaszát indokolja meg!)

4) Feladat (27 pont).

Az $y = y(x)$, $x \in \mathbf{R}$ megoldása az

$$y' = y^2 + \frac{16}{3}x$$

differenciálegyenletnek, akárhányszor differenciálható és átmegy a $(-1, 2)$ ponton.

a) Van-e ennek a megoldásnak inflexiója az $x = -1$ helyen?

b) Írja fel ennek a megoldásnak az $x_0 = -1$ körüli legfeljebb harmadfokú $T_3(x)$ Taylor polinomját! (Mit nevezünk $T_3(x)$ Taylor polinomnak?)

c) Mit nevezünk az $y' = f(x, y)$ differenciálegyenlethez tartozó iránymező izoklinájának? Vázolja a fenti differenciálegyenlet 3 darab (tetszőleges) izoklináját és jelöljön be rajta egy-egy vonalelemet (irányt!)

d) Adja meg azokat a kezdeti értékeket, amelyekhez tartozó megoldásoknak (amennyiben léteznek) a szóbanforgó pontban lokális szélsőértéke van! (Létezését nem kell vizsgálnia!)

5) Feladat (20 pont).

a) Válassza meg az a , b és c paraméterek értékét úgy, hogy az

$$y''' + ay'' + by' + cy = 0$$

differenciálegyenletnek megoldásai legyenek az $y = e^x \cos 2x$ és az $y = 2!$

b) Milyen alakban keresheti ezen a , b , c esetén az alábbi differenciálegyenletek egy-egy partikuláris megoldását?

$$y''' + ay'' + by' + cy = e^x + e^{-x}$$

$$y''' + ay'' + by' + cy = x^2$$

$$y''' + ay'' + by' + cy = \cos 2x$$

c) A legutóbbi differenciálegyenletnek írja fel az általános megoldását!

6) Feladat (12 pont).

Írja fel az alábbi rekurzió általános megoldását:

$$f(n) = \frac{-7}{2}f(n-1) + 2f(n-2)$$

Állítását indokolja meg!

Írja fel az összes olyan megoldást, ahol $f(n) = o(1)$ (kisordó egy)!

_____Csak a kettésért javítjuk ki:

7) Feladat (10 pont).

Adja meg az

$$y'' + 8y' + 7y = e^{2x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását!

(pdf by Syntern)