

Algoritmuskészlet vizsga
2016. június 1.

1. Legyen $f(n) = 3\sqrt{n} + 2n^2 + 2^{\log_2 n}$. Adjon meg egy megfelelő c konstanst és n_0 küszöbértéket és ezekkel mutassa meg, hogy $f(n) = O(n^3)$!
2. Tekintsük az $A \rightarrow \mathbf{a}AB \mid BC \quad B \rightarrow \mathbf{b} \quad BC \rightarrow A\mathbf{a} \mid B$ nyelvtant. Környezetfüggetlen-e ez a nyelvtan? Ha nem, akkor változtassa meg úgy, hogy környezetfüggetlen legyen és ugyanazokat a szavakat generálja!
3. Nyitott címezéssel hash-elünk egy kezdetben üres $M = 11$ méretű táblába a $h(x) = x \pmod{M}$ hash-függvényel lineáris próbával. Mi lesz a tábla állapota az egyes lépések után, ha a 11, 9, 99, 7, 18 kulcsokat ebben a sorrendben beszúrjuk, majd töröljük a 99-et és végül beszúrjuk a 33-at?
4. Legyen az ábécé a $\Sigma = \{0, 1\}$ és M egy olyan hiányos (determinisztikus) véges automata, aminek 5 állapota és 8 átmenete van. Ha a tanult módon kiegészítjük M -et, akkor a kapott új automatának hány állapota és hány átmenete lesz?
5. Adott az n elemet tároló A tömb. Hogyan lehet $O(n \log n)$ összehasonlítással találni egy olyan $i \neq j$ indexpárt, amire $|A[i] - A[j]| < 100$ teljesül?
6. P-beli vagy NP-teljes a LÁDAPAKOLÁS problémának az a változata, amikor minden súly $1/4$ vagy $4/5$?
7. A $G(V, E)$ egyszerű gráf élei súlyozottak. Olyan $X \subseteq E$ maximális súlyú élhalmazt akarunk kiválasztani, hogy minden csúcsra legfeljebb 3 darab X -beli él illeszkedjen. Írja fel egészértékű programozási feladatként ezt a problémát!
8. A következő időszakban sok minket érdeklő fesztivál lesz, azonban sajnos ezek időpontja között vannak átfedések. Ha egy fesztiválra elmegyünk, azon az első naptól az utolsóig ott akarunk lenni, de másnap már mehetünk egy újabbra. A szóba jövő f fesztivál mindegyikéről tudjuk, hogy melyik nap kezdődik és melyik nap végződik, célunk hogy minél több napot töltsünk fesztiválokon.
 - (a) Fogalmazza meg a feladatot egy gráfelméleti problémaként!
 - (b) Adjon $O(f^2)$ lépésszámú algoritmust a feladat megoldására!