

Algoritmuskészítés vizsga  
2013. január 3.

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.

Az indoklás elengedhetetlen része a megoldásnak. Indoklás nélküli megoldásra nem jár pont.

Az eredményeket közzétesszük a [www.cs.bme.hu/algel](http://www.cs.bme.hu/algel) weboldalon, várhatóan szombaton este.

Minden feladat 10 pontot ér, a pontszámok: 0-31: elégtelen, 32-43: elégséges, 44-55: közepes, 56-67: jó, 68-80: jeles.

Kiosztás és opcionális szóbeli január 7-én, 10.00-kor az IB 140-ben.

1. Írja le a Floyd-algoritmus lényegét alkotó rekurziós formulát! Magyarozza el a formulában szereplő jelöléseket és azt, hogy a formula miért igaz! (A Floyd-algoritmus egy gráfban minden pontpárra meghatározza a köztük levő legrövidebb út hosszát.)
2. Magyarozza el, hogy hogyan kell végrehajtani a keresést és a törlést akkor, ha kettős hash-t használunk!
3. Mi az Utazóügynök optimalizálási feladat (TSP)? Mit jelent az, hogy egy  $A$  algoritmus  $\alpha$ -közelítő algoritmus erre a feladatra ( $\alpha \geq 1$ )? Mondja ki pontosan az Utazóügynök feladatról tanult közelíthetlenségi eredményt!
4. Adott a számegegyenesen  $n$  darab zárt intervallum:  $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$  (a  $2n$  darab végpont csupa különböző egész szám). Ehhez az intervallumrendszerhez elkészítjük azt az egyszerű, irányítatlan gráfot, melynek csúcsai az intervallumoknak felelnek meg és két csúcs között pontosan akkor húzunk élet, ha a két megfelelő intervallumnak van közös pontja. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy az így kapott gráfban mekkora a legnagyobb klikk (teljes részgráf) mérete!
5. Egy piros-fekete fában az 1, 2, 8, 10, 17 és 18 kulcsokat tároljuk, az egyes elemeket tartalmazó csúcsok színei a következők: 1: fekete, 2: piros, 8: fekete, 10: fekete, 17: fekete, 18: piros. Rajzolja fel az összes lehetséges ilyen piros-fekete fát!
6. Hajtson végre mélységi bejárást a  $D$  csúcsból (az összes pontot bejárva) az alábbi irányított gráfon, adja meg a mélységi és befejezési számokat is és mutasson rá, hogy a bejárást mely pontján és milyen módon derül ki, hogy a gráfban van irányított kör!  
A gráf éllistája:  $A: C, E; B: A, E; C: D, E; D: G; E: F; F: A; G: -$ .  
(Ha az eljárás végrehajtása során több lehetséges folytatás kínálkozik, akkor az ábécé sorrend szerinti legelsőt válassza.)
7. Tegyük fel, hogy  $P \neq coNP$ . Létezik-e ekkor olyan  $X$  eldöntési probléma, melyre  $X \prec H$  és Partíció  $\prec X$  egyszerre fennáll? (Itt  $H$  a Hamilton-kör eldöntési problémát jelöli.)
8. Igazolja, hogy a következő eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes!  
Input: egy  $n$  csúcsú egyszerű, irányítatlan  $G$  gráf  
Kérdés: Igaz-e, hogy  $G$ -ben van  $\frac{n}{3}$  méretű független csúcshalmaz?