

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

1*. feladat (6+6+6+6=24 pont)

$$a) \int \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3}} dx = ?$$

$$b) \int \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 3}} dx = ?$$

$$c) \int (3x + 2)e^{2x} dx = ?$$

$$d) \int \frac{x}{(x - 2)^2} dx = ?$$

2*. feladat (3+3=6 pont)

a) Mondjon ki egy tanult elégséges feltételt Riemann-integrálhatóságra!

b) Definiálja az f (integrálható) függvény integrál-közepét a $[2, 5]$ intervallumon!

3*. feladat (10 pont) Határozza meg az $f(x) = 2x^2$ függvény grafikonjának ívhosszát a 0 és 1 abszcisszájú (x -koordinátájú) pontok között!

4. feladat (12 pont)

Határozza meg a $z^3 = 8i$ egyenlet összes komplex megoldását algebrai alakban! Készítsen egy ábrát a gyökök elhelyezkedéséről!

5. feladat (10 pont)

Igazolja a következő numerikus sorozatokra vonatkozó állítást!

$$a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A \neq 0 \implies \frac{1}{a_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{A}$$

6. feladat (4+12=16 pont)

a) Mit jelent, hogy az f függvény határértéke az $x_0 \in \mathbb{R}$ pontban $+\infty$? Írja le a definíciót!

b) Mely pontokban folytonos, és hol, milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvénynek? (Indokoljon is!)

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2x}\right) \arctg\left(\frac{1}{x-3}\right)$$

7. feladat (10+12=22 pont)

a) Az f függvény az x_0 pontban differenciálható. Mit tud $f'(x_0)$ és a függvény x_0 -beli lokális szélsőértékének kapcsolatáról? Mondja ki és bizonyítsa be a tanult tételt!

b) Hol és milyen típusú lokális szélsőértékei vannak az $f(x) = \frac{x^3}{1-x}$ függvénynek?

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Egy drótkarikát egyes pontokban felmelegítünk, más pontokban lehűtünk, így a karika hőmérséklete a drót mentén folytonosan változik. Igaz-e, hogy minden esetben található két átmérő mentén átellenes pont a karikán, amelyekben a drót hőmérséklete azonos? Állítását bizonyítsa be!