

Algoritmusok és gráfok  
TIZEDIK GYAKORLAT, 2019. november 22.

1. (a) Rajzolja fel az alábbi (élsúlyozott) szomszédossági mátrixhoz tartozó irányított gráfot (a csúcsok sorban legyen  $a, b, c, d, e, f$ ).
- (b) A lerajzolt gráfot alaposan megnézve lássa be, hogy ez a gráf nem DAG.
- (c) Az órán tanult, mélységi bejárást használó eljárással is lássa be, hogy ez nem egy DAG.
- (d) Hogyan módosul a mátrix, ha az  $fc$  él helyett  $cf$  él van a gráfban?
- (e) Az órán tanult módszerrel keressen egy topologikus sorrendet ebben a módosított gráfban.

$$\begin{bmatrix} \infty & 3 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & -6 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 10 & 0 \\ \infty & 8 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 3 & 7 & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

2. Az irányított  $G_1$  gráf csúcsai  $a, b, c, d, e$ , élei pedig  $ab, ac, bd, cd, de, ea$ , az irányított  $G_2$  gráf csúcsai  $a, b, c, d, e, f, g$ , élei pedig  $ag, af, ba, bg, cd, ed, fe, fc, fd, gf, ge$ . Használja mindkét gráfra az órán tanult, mélységi bejárást használó módszert és vagy lássa be vele, hogy a gráf nem DAG vagy adjon meg benne egy topologikus sorrendet.
3. (**nagyjából Vizsga 2019**) Igaz-e, hogy az alábbi irányított, élsúlyozott gráfban a  $B, C, D, A, E, F$  sorrend egy topologikus sorrend? A gráf (irányított) élei:  $AE, AF, BC, BD, BE, CA, CE, DE, DF$
4. Egy mátrixával adott irányított  $G$  gráfban néhány csúcs piros, néhány csúcs kék, a többi csúcs pedig színtelen. (A színezés egy, a csúcsokkal indexelt  $C$  tömbben adott). Melyik tanult algoritmus egyszeri futásával lehet  $O(n^2)$  lépésben megoldani az alábbi feladatokat? Mindegyik esetben írja le, hogy hogyan kell módosítani az inputot (ha kell), melyik algoritmust futtatjuk és hogyan és a futás után hogyan kapjuk meg a választ a kérdésre.
  - (a) El akarjuk dönteni, hogy az egyik adott  $p_1$  piros csúcsból mik az elérhető kék csúcsok. (Elérhető azt jelenti, hogy van oda irányított út.)
  - (b) Adott két piros csúcs,  $p_1$  és  $p_2$  és el akarjuk dönteni, hogy mely kék csúcsok érhetőek el legalább az egyikükből.
  - (c) El akarjuk dönteni, hogy mindegyik kék csúcs elérhető-e legalább egy pirosból (azaz igaz-e, hogy minden kék csúcsra van olyan piros csúcs ahonnan ő elérhető).
  - (d) El akarjuk dönteni egy adott  $k_1$  kék csúcsról, hogy ő mely piros csúcsokból érhető el.
  - (e) Egy adott piros  $p_1$  csúcsához meg akarjuk keresni a legközelebbi kék csúcs(ka)t. (Legközelebbi azt jelenti, hogy legkevesebb élből álló úton érjük el.)
  - (f) Meg akarjuk keresni a legrövidebb olyan utat a gráfban, ami piros csúcsból kék csúcsba vezet.
5. Az alábbi  $G_1$  és  $G_2$  irányított gráfokban (csak a gráfok éleit soroltam fel) a mélységi bejárást használó módszerrel adjon meg topologikus sorrendet vagy mutassa meg, hogy nem létezik ilyen.

$G_1$ :  $ae, af, ag, ba, ch, da, de, eg, fc, fg, fh, gh$

$G_2$ :  $ad, ca, cd, db, de, df, ef, fa$
6. Egy mátrixával adott irányított  $G$  gráfban minden csúcs ki van színezve, piros, zöld vagy kék színre (ez az információ egy, a csúcsokkal indexelt  $C$  tömbben adott). Adott egy piros  $s$  és egy piros  $t$  csúcs és olyan  $O(n^3)$  lépésszámú algoritmust kell adnia, ami meghatározza a legrövidebb olyan út hosszát  $s$ -ből  $t$ -be, ami legfeljebb egy kék csúcsot tartalmaz, minden más csúcs az úton piros.