1. feladat (12 pont)
Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x$$

2. feladat (12 pont)
Alkalmas $u(x) = ay + bx$ alakú helyettesítéssel oldja meg az

$$y' = \frac{4y^2 + 4xy + x^2 + 3}{2}$$

differenciálegyenletet! (Az általános megoldást explicit alakban adja meg!)

3. feladat (3+6+6=15 pont)
a) Ismertesse a numerikus sorokra tanult gyökkritérium limesz nélküli alakját!
b) Bizonyítsa be az *a*) pontban ismertetett tételt!
c) Konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+4}{3n+7}\right)^{n^2+n}$ sor?

4. feladat (3+3+6=12 pont)
a) Definiálja az x_0 bázispontú Taylor-sor fogalmát!
b) Adjon elégséges feltételt egy függvény és Taylor-sorának egyenlőségére!
c) A *b*) pontban szereplő állítását bizonyítsa be!

5. feladat (5+2+2=9 pont)
Határozza meg az $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{8+5x^2}}$ függvény Taylor-sorát és a sor konvergenciasugarát!
Adja meg elemi műveletekkel $f^{(6)}(0)$ értékét!

6. feladat$*$ (3+4+9=16 pont)
a) Legyen f egy kétszer folytonosan deriválható, kétváltozós, valós értékű függvény! Adjon szükséges feltételt lokális szélsőérték létezésére! Adjon elégséges feltételt is a lokális minimum ill. maximum létezésére!
b) Vizsgálja meg az $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$ függvényt lokális szélsőérték szempontjából!

7. feladat$*$ (10 pont)
Határozza meg a következő egyenlőtlenségekkel meghatározott korlátos térrész térfogatát!

$$x^2 + y^2 \le 4, \qquad 0 \le z \le 16 - (x^2 + y^2)$$

8. feladat$*$ (5+9=14 pont)
a) Legyen az L görbe a $3i$ ponttól a 1 pontig haladó egyenes szakasz a komplex számsíkon!

$$\int_L \cos(2z)\,dz = ? \qquad \text{(Algebrai alakban!)}$$

b)

$$\oint_{|z|=3} \frac{\operatorname{sh}(z)}{(z-2-i)^2}\,dz = ? \qquad \text{(Algebrai alakban!)}$$

A kört egyszer járjuk körbe pozitív irányban.

A $*$-al jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!