

1. feladat (12 pont)

Adja meg a következő fogalmak definícióját:

a) $\lim_{x \rightarrow -3+0} f(x) = -\infty$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens.

c) Differenciahányados, differenciálhányados, differenciál.

2. feladat (16 pont)

$$a_n = \frac{3^{n+1} + 5^n}{2^{3n} + 7^{n-1}}$$

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

b) Mutassa meg, hogy $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens!

Adjon becslést a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \approx s_{100}$ közelítésnél elkövetett hibára!

3. feladat (17 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x^2)}{x^2}, & \text{ha } x < 0 \\ b \cdot \arcsin\left(\frac{x}{2} - 1\right), & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Adja meg f értelmezési tartományát!

Adja meg b értékét úgy, hogy f folytonos legyen $x = 0$ -ban!

b) $b = 1$ érték mellett írja fel f deriváltfüggvényét az értelmezési tartomány belső pontjaiban!

4. feladat (10 pont)

$$f(x) = \frac{(x - 2)^3}{x + 1}$$

- a) $f'(x) = ?$
- b) Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken a függvény monoton nő, illetve monoton csökken!
- c) Van-e a függvénynek lokális szélsőértéke?

5. feladat (17 pont)

- a) $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} + \frac{1}{x - 2} \right) = ?$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \sin 3x} = ?$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x^2} = ?$

6. feladat (14 pont)

- a) $\int \frac{x}{(x + 1)^2} dx = ?$
- b) $\int (2x + 1) \operatorname{sh} 5x dx = ?$

7. feladat (14 pont)

- a) $\int \frac{x + 1}{4x^2 + 1} dx = ?$
- b) $\int_1^{\infty} \frac{x + 1}{4x^2 + 1} dx$ konvergens-e?

8. feladat (10 pont)

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx = ? \quad x = \sin t \text{ helyettesítéssel oldja meg!}$$