

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	IMSC

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Ebből a részből külön is el kell érni 40%-ot!)

1. feladat (25 pont) Számoljuk ki az alább fölírt két határozatlan integrált!

$$i) \int \frac{1}{e^x + 2} dx, \quad ii) \int \frac{(x-2)^2}{x^2 + 2^2} dx.$$

Segítség: i) -nél helyettesítsünk $u = e^x$ -el!

2. feladat (10 pont) Legyen $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ egy folytonos függvény. Adjuk meg az

$$\int_1^\infty f(x) dx$$

improprius integrál pontos értelmét, majd számítsuk is ki ennek értékét az $f(x) = \frac{d}{dx} (x \sin(\frac{\pi}{x}))$ esetben!

3. feladat (15 pont) Számoljuk ki az

$$\frac{\pi}{4} \leq y \leq \arctan(x), \quad x \leq \sqrt{3}$$

egyenlőtlenségek által meghatározott tartomány területét!

4. feladat (12 pont) Mondjuk ki, majd bizonyítsuk be a sorozatok határértékének egyértelműségéről tanult állítást!

5. feladat (28 pont) Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = x \ln^2(-x)$$

képlettel megadott f (valós) függvényt (ért. tartomány, határértékek a tartomány „széleinél”, monotonitás és lokális szélsőértékek, konvexitás és inflexiós pontok), majd eredményeinket szemléltessük vázlatos függvény-rajzzal!

6. feladat (10 pont) Legyen $n \in \mathbb{N}^+$ egy tetszőleges pozitív egész. A tanult tételekre való hivatkozással adjunk precíz bizonyítást arra, hogy az

$$\arctan(x+1) = 2 \sin(\pi x)$$

egyenlenek van megoldása az $(2n, 2n + \frac{1}{2})$ intervallumban!

IMSC feladat (16 IMSC pont) Egy jó magas, függőleges várfalon, a földtől vett 8 méter magasságban 1 méter széles palló fut körbe. Úgy akarunk a földről egyenes létrát támasztani a várfalnak, hogy az a palló széléhez és a várfalnak a palló fölé eső részéhez is támaszkodjon. Legalább milyen hosszú létra fog ehhez kelleni?