

**A \*-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!**

**1\*. feladat (6+6+6+6=24 pont)**

$$\begin{array}{ll} a) \int \frac{1}{\sqrt{5x^2+2}} dx =? & b) \int \frac{x}{\sqrt{5x^2+2}} dx =? \\ c) \int (2x+5)e^{3x} dx =? & d) \int \frac{x}{(x-3)^2} dx =? \end{array}$$

**2\*. feladat (3+3=6 pont)**

- a) Mondjon ki egy tanult elégséges feltételt Riemann-integrálhatóságra!  
 b) Definiálja az  $f$  (integrálható) függvény integrál-közepét a  $[3, 7]$  intervallumon!

**3\*. feladat (10 pont)** Határozza meg az  $f(x) = 3x^2$  függvény grafikonjának ívhosszát a 0 és 1 abszcisszájú ( $x$ -koordinátájú) pontok között!

**4. feladat (12 pont)**

Határozza meg a  $z^3 = -27i$  egyenlet összes komplex megoldását algebrai alakban! Készítsen egy ábrát a gyökök elhelyezkedéséről!

**5. feladat (10 pont)**

Igazolja a következő numerikus sorozatokra vonatkozó állítást!

$$a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A \neq 0 \implies \frac{1}{a_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{A}$$

**6. feladat (4+12=16 pont)**

- a) Mit jelent, hogy az  $f$  függvény határértéke az  $x_0 \in \mathbb{R}$  pontban  $-\infty$ ? Írja le a definíciót!  
 b) Mely pontokban folytonos, és hol, milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvénynek? (Indokoljon is!)

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{3x}\right) \arctg\left(\frac{1}{x-2}\right)$$

**7. feladat (10+12=22 pont)**

- a) Az  $f$  függvény az  $x_0$  pontban differenciálható. Mit tud  $f'(x_0)$  és a függvény  $x_0$ -beli lokális szélsőértékének kapcsolatáról? Mondja ki és bizonyítsa be a tanult tételt!  
 b) Hol és milyen típusú lokális szélsőértékei vannak az  $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$  függvénynek?

**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Egy drótkarikát egyes pontokban felmelegítünk, más pontokban lehűtünk, így a karika hőmérséklete a drót mentén folytonosan változik. Igaz-e, hogy minden esetben található két átmérő mentén átellenes pont a karikán, amelyekben a drót hőmérséklete azonos? Állítását bizonyítsa be!