JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Nagypélda

Egy folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása a következő:

$x_1'(t) = 2\,x_1(t) - 2\,u(t)$

$x_2'(t) = 5\,x_1(t) - 3\,x_2(t)$

$y(t) = x_1(t) + a\,x_2(t)$,

ahol „a” paraméter.

a) Döntse el, aszimptotikusan stabilis-e a rendszer! Válaszát indokolja! (2 pont)

b) Adja meg a rendszer impulzusválaszát a t = + 0 pillanatban, és számítsa ki közelítően az impulzusválasz t = 0,05 pillanatbeli értékét! (2 pont)

c) Adja meg a rendszer impulzusválaszának formuláját! (3 pont)

d) Válassza meg az „a” paraméter értékét úgy, hogy a rendszer gerjesztés-válasz stabilis legyen, illetve indokolja válaszát, ha ez nem lehetséges! (1 pont)

e) Adja meg a rendszer ugrásválaszának (az $u(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztőjelre adott válaszának) kifejezését a = - 1 paraméterérték mellett! (2 pont)

---

a) $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -3$, a rendszer aszimptotikusan labilis, mert $\lambda_1 > 0$
2 pont

b) $x_1(+0) = -2$, $x_2(+0) = 0$, $y(+0) = h(+0) \approx -2$
$x_1(0{,}05) \approx -2 + x_1'(+0) * 0{,}05 = -2 + (-4) * 0{,}05 = -2{,}2$
$x_2(0{,}05) \approx x_2'(+0) * 0{,}05 = (-10) * 0{,}05 = -0{,}5$ $y(0{,}05) = h(0{,}05) \approx -2{,}2 - 0{,}5\,a$
2 pont

c) Egyik megoldás.

$u(t) = \delta(t)$ esetén $\underline{x}(t) = \underline{x}_f(t) = M_1\,\underline{m}_1\,e^{\lambda_1 t} + M_2\,\underline{m}_2\,e^{\lambda_2 t}$, $\underline{x}(+0) = \underline{b}$

Sajátvektorok: $(\underline{\underline{A}} - \lambda\,\underline{\underline{E}})\,\underline{m} = \underline{0}$, $\underline{m} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$,

$$\begin{aligned} (2-\lambda)\,m_1 &= 0 \\ 5\,m_1 + (-3-\lambda)\,m_2 &= 0 \end{aligned} \qquad m_2 = 1,\ m1 = (0{,}6 + 0{,}2\,\lambda)\,m_2$$

$\lambda_1 = 2$, $\underline{m}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\lambda_2 = -3$, $\underline{m}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\underline{x}_f(t) = M_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{2t} + M_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-3t}$$

$$\underline{x}_f(+0) = M_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad M_1 = -2, \qquad M_2 = 2$$

$x_{1f}(t) = -2\,e^{2t}$ $x_{2f}(t) = -2\,e^{2t} + 2\,e^{-3t}$ $h(t) = \varepsilon(t)\left[(-2-2a)\,e^{2t} + 2a\,e^{-3t}\right]$

Másik megoldás

$$\underline{\underline{L}}_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_2\,\underline{\underline{E}}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{\underline{L}}_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{\underline{E}}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h(t) = \varepsilon(t)\left\{\begin{bmatrix} 1 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} e^{2t} + \begin{bmatrix} 1 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-3t}\right\} =$$

$= \varepsilon(t) \left[(-2-2a)\, e^{2t} + 2a\, e^{-3t} \right]$

3 pont (Csak egy megoldás értékelhető)

d) $a = -1$ 1 pont

e) $h(t) = -2\, \varepsilon(t)\, e^{-3t}$, $u(t) = \varepsilon(t)$

$$y(t) = -2 \int_0^t e^{-3\tau}\, d\tau = -2 \left[\frac{e^{-3\tau}}{-3} \right]_0^t = \frac{2}{3} \left(e^{-3t} - 1 \right)$$

Kispéldák

1. Adja meg annak a feltételét, hogy az x(t) FI jel véges energiájú legyen! (1 pont)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| x(t) \right|^2 dt < \infty$$ 1 pont

2. A lineáris, invariáns DI rendszer válaszjele az u[k] gerjesztő jelre y[k]. Adja meg a válaszjel kifejezését, ha a gerjesztő jel $u_1[k] = 5\, u[k-2]$! (1 pont)

$y_1[k] = 5\, y[k-2]$ 1 pont

3 Egy lineáris, invariáns, kauzális, GV stabilis DI rendszer válaszjelét az $u_1[k]$ bemeneti jelre $y_1[k]$, az $u_2[k]$ bemeneti jelre $y_2[k]$ jelöli. Mit állíthatunk $y_1[k]$ és $y_2[k]$ kapcsolatáról, ha k = 2-re $u_2[2] = u_1[2] + 10$, minden más k-ra $u_2[k] = u_1[k]$? Indokolja válaszát! (1 pont)

$y_2[k] = y_1[k]$, ha $k < 2$ vagy $y_2[k] = y_1[k] + 10\, h[k-2]$ 1 pont

4. Egy DI rendszer impulzusválasza: $h[k] = 5\, \varepsilon[k]\, 0{,}2^k$, gerjesztőjele: u[k] = 8 (konstans). Adja meg a rendszer válaszjelét! (1 pont)

$y[k] = 50$ 1 pont

5. Egy DI rendszer gerjesztőjele $u[k] = 5\, (\varepsilon[k] - \varepsilon[k-3])\, (0{,}5)^k$ állapotváltozós leírása az alábbi:

$x[k+1] = -0{,}8\, x[k] + 2\, u[k]$, $y[k] = 4\, x[k] - u[k]$

Adja meg a rendszer k = 1 ütembeli válaszát! (1 pont)

$y[1] = 37{,}5$ 1 pont