JR2/2008.06.10. - kispéldák

Név : Javító	**Neptun kód :**
Aláírás :	**Pontszám :** 15

1. Adja meg az $x(t) = 1$ jel spektrumát, illetve indokolja, ha nem létezik!

$$\boxed{X(j\omega) = 2\pi\,\delta(\omega)}$$

2. Határozza meg az $x(t) = A\,e^{-\alpha t}$, $\alpha \in \mathbb{R}_+$ időfüggvény sávszélességét, ha az amplitúdóspektrum maximumának 10%-ánál kisebb összetevőket elhanyagoljuk!

$$\boxed{\Delta\omega = \sqrt{99}\alpha \approx 9{,}95\alpha}$$

3. Ellenőrizze, hogy a $K(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^6}}$ (monoton csökkenő) amplitúdó-karakterisztikájú rendszer megfelel-e a következő szűrő-specifikációnak! Áteresztő tartomány: $\varepsilon = 1$, $\omega \in [0; 0.9]$. Zárótartomány: $\eta = 0{,}1$ (10%), $\omega \in [2; \infty]$. Válaszát indokolja! (Segítség: $\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

$K(0.9) = 0.808 > \frac{1}{\sqrt{2}}$, azonban $K(2) = 0.124 \not< 0.1$, így <u>nem felel meg</u>.

4. Az $f(t)$ jel Laplace-transzformáltja $F(s)$. Írja fel az $f'(t)$ jel Laplace-transzformáltját (deriválási tétel)!

$$\boxed{\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)}$$

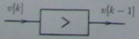
5. Definiálja a diszkrét idejű egységimpulzus függvényt!

$$\boxed{\delta[k] = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}}$$

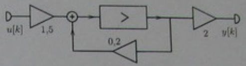
6. Milyen k-intervallumon érdemes az $x[k] = 6\,\varepsilon[k]\,0{,}9^k$ jelet ábrázolni, ha a maximum 2%-ánál kisebb függvényértéket már nem lehet az ábráról leolvasni?

$$0{,}9^k \geq 0{,}02 \quad \rightarrow \quad \frac{\ln 0{,}02}{\ln 0{,}9} = 37{,}13 \quad \text{tehát} \quad \boxed{0 \leq k \leq 37}$$

7. Rajzolja fel a diszkrét idejű késleltető hálózati szimbólumát, és adja meg a karakterisztikáját az időtartományban!



8. Egy DI rendszer állapotegyenletei $x[k+1] = 0{,}2x[k] + 1{,}5u[k]$ és $y[k] = 2x[k]$. Rajzoljon olyan jelfolyamhálózatot, amely ezt megvalósítja!



9. Adja meg az $x[k] = 3{,}5\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right)$ DI jel komplex amplitúdóját (komplex csúcsértékét)!

$$\boxed{\hat{X} = 3{,}5e^{-j\frac{\pi}{4}} = 2{,}475 - j2{,}475}$$

10. Írja fel a DI jelek spektrumára megfogalmazott, $X(e^{j\vartheta}) = X_1(e^{j\vartheta})X_2(e^{j\vartheta})$ összefüggést az időtartományban (a DI Fourier-transzformáció konvolúció-tétele)!

$$\boxed{x[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_1[i]x_2[k-i]}$$

11. FIR típusú-e az a rendszer, amelynek rendszeregyenlete $y[k] - 0{,}1y[k-1] = 2u[k-1] - 0{,}2u[k-2]$? Válaszát indokolja!

Mivel $H(z) = 2z^{-1} \rightarrow h[k] = 2\delta[k-1]$, ezért <u>FIR típusú</u>.

12. Határozza meg az $x[k] = \delta[k+1]$ jel z-transzformáltját!

$$\boxed{X(z) = 0}$$

13. Egy DI jel z-transzformáltja $X(z) = \dfrac{z-1}{z^2 + 0{,}2z + 0{,}01}$. Határozza meg a jel értékét a $k = 0$ ütemben!

$$\boxed{x[0] = 0}$$

14. Egy FI rendszer válasza az $u_C(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztésre $y_C(t) = \varepsilon(t)\,(2 - 3e^{-0{,}5t})$. Mi volna a rendszer *tökéletes* DI szimulátorának válasza az $u_D[k] = \varepsilon[k]$ gerjesztésre, ha a mintavételi periódusidő $T = 0{,}1$?

$$\boxed{y_D[k] = \varepsilon[k]\left(2 - 3e^{-0{,}05k}\right), \quad e^{-0{,}05} \approx 0{,}95}$$

15. Egy nemineáris tekercs fluxus-áram karakterisztikája adott egységrendszerben kifejezve $\psi = \sqrt{i_L}$ alakú. Adja meg a dinamikus induktivitás formuláját, és ennek felhasználásával írja fel a tekercs feszültsége és áramának idő szerinti deriváltja közötti kapcsolatot!

$$u_L = \frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial i_L}\frac{\partial i_L}{\partial t} = L_d\frac{\partial i_L}{\partial t}, \quad \boxed{L_d = \frac{1}{2\sqrt{i_L}}}$$

1. Az ábrán látható nemlineáris, rezisztív kétkapu primer oldalát feszültségforrás, szekunderét kondenzátor zárja le. A kétkapu karakterisztikája V, mA egységekre kifejezve:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 4i_1 + 2i_1^2 + 3i_2 \\ u_2 &= 3i_1 + 4i_2 \end{aligned}\right\} \; i_1 > 0$$

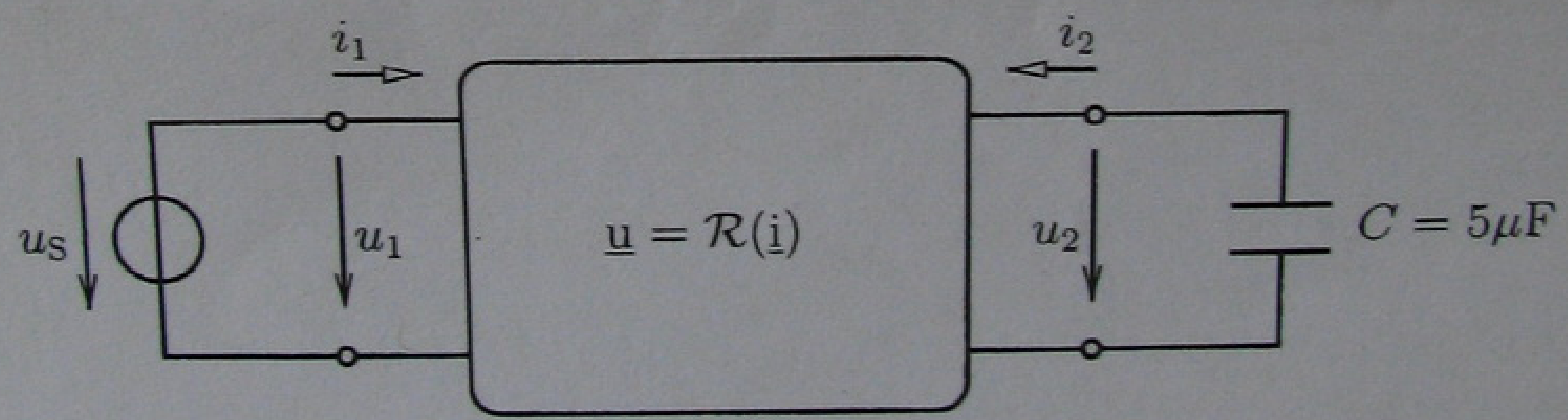
A feladat az $u_2(t)$ feszültség-időfüggvény meghatározása az $u_S(t) = [10 + 0{,}5\cos(\omega t)]$V, $\omega = 0{,}2\frac{krad}{s}$ gerjesztésre, munkaponti linearizálással. Kizárjuk azokat a megoldásokat, amelyekben $i_1 \leq 0$.

a. Határozza meg a feltételnek megfelelő munkapontot, és adja meg az u_1, u_2, i_1, i_2 mennyiségek munkaponti értékét! *(2 pont)*

b. Adja meg a linearizált kétkapu dinamikus ellenállás-paramétereit az adott munkapontban! *(2 pont)*

c. Számítsa ki a válaszjel szinuszos összetevőjét a linearizált hálózat segítségével! *(3 pont)*

d. Írja fel a válasz időfüggvényét! *(0,5 pont)*



2. Egy lineáris, invariáns, kauzális, diszkrét idejű rendszer átviteli karakterisztikája:

$$H\left(e^{j\vartheta}\right) = \frac{2e^{-j\vartheta} - e^{-j2\vartheta}}{1 + 0{,}6e^{-j\vartheta} + 0{,}05e^{-j2\vartheta}}$$

a. Határozza meg az impulzusválaszt! *(2 pont)*

b. Számítsa ki a rendszer válaszát, ha a gerjesztés $u[k] = 1 + 0{,}5\cos\left(\frac{\pi}{2}k + \frac{\pi}{4}\right) + 0{,}2\cos(\pi k)$! *(3 pont)*

c. Számítsa ki a rendszer válaszát, ha a gerjesztés $u[k] = 1 - \varepsilon[k]$! *(2,5 pont)*

1. V, mA, kΩ, μF, ms, $\frac{\text{krad}}{\text{s}}$ egységekben számolva

a. $\bar{u}_1 = 10, \quad \bar{i}_2 = 0$

$10 = 4\bar{i}_1 + 2\bar{i}_1^2 \quad \rightarrow \quad \bar{i}_1 = \begin{cases} -3{,}45\,\text{mA} < 0 \quad (!) \\ 1{,}45\,\text{mA} \end{cases}$

$\bar{u}_2 = 3\bar{i}_1 = 4{,}35\text{V}$

$\boxed{\bar{u}_1 = 10\text{ V};\ \bar{u}_2 = 4{,}35\text{ V};\ \bar{i}_1 = 1{,}45\text{ mA};\ \bar{i}_2 = 0}$ *(2 pont)*

b. $R_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial i_1} = 4 + 4\bar{i}_1 = 9{,}8\ \text{k}\Omega$

$\boxed{\underline{R} = \begin{bmatrix} 9{,}8 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{k}\Omega}$ *(2 pont)*

c.

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5 &= 9{,}8\bar{I}_1 + 3\bar{I}_2 \\ -\frac{1}{j\omega C}\bar{I}_2 &= 3\bar{I}_1 + 4\bar{I}_2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} \bar{I}_1 &= 0{,}065 + j0{,}004 = 0{,}065e^{j0{,}07\ (4^\circ)} \\ \bar{I}_2 &= -0{,}045 - j0{,}015 = 0{,}047e^{-j2{,}83\ (-162^\circ)} \end{aligned}$$

$\bar{U}_2 = -\frac{1}{j\omega C}\bar{I}_2 = j\bar{I}_2 = 0{,}015 - j0{,}045 = 0{,}047e^{-j1{,}26\ (-72^\circ)}$

$\boxed{\tilde{u}_2(t) = 0{,}047\cos(\omega t - 72^\circ)\text{ V}}$ *(3 pont)*

d. $\boxed{u_2(t) = \bar{u}_2 + \tilde{u}_2(t) = [4{,}35 + 0{,}047\cos(\omega t - 72^\circ)]\text{ V}}$ *(0,5 pont)*

2.

a. $H(z) = \frac{2z-1}{z^2 + 0{,}6z + 0{,}05} = \frac{5}{z+0{,}5} + \frac{-3}{z+0{,}1}$

$\boxed{h[k] = \varepsilon[k-1]\left\{5(-0{,}5)^{k-1} - 3(-0{,}1)^{k-1}\right\}}$ *(2 pont)*

b. $H(e^{j0}) = 0{,}606; \quad H\left(e^{j\frac{\pi}{2}}\right) = 1{,}703 - j1{,}03 = 1{,}99e^{-j0{,}54}; \quad H(e^{j\pi}) = -6{,}667;$

$\boxed{y[k] = 0{,}606 + 0{,}995\cos\left(\frac{\pi}{2}k + 0{,}25\right) + 1{,}333\cos(\pi k + \pi)}$ *(3 pont)*

c. $u_1[k] = 1 \quad \rightarrow \quad y_1[k] = 0{,}606$

$u_2[k] = -\varepsilon[k] \quad \rightarrow \quad U_2(z) = \frac{-z}{z-1}$

$Y_2(z) = \frac{-z}{z-1} \cdot \frac{2z-1}{z^2+0{,}6z+0{,}05} = \frac{-0{,}606}{z-1} + \frac{-1{,}667}{z+0{,}5} + \frac{0{,}272}{z+0{,}1}$

$y_2[k] = \varepsilon[k-1]\left\{-0{,}606 - 1{,}667(-0{,}5)^{k-1} + 0{,}272(-0{,}1)^{k-1}\right\}$

esetleg $y_2[k] = \varepsilon[k]\left\{-0{,}606 + 3{,}333(-0{,}5)^k - 2{,}72(-0{,}1)^k\right\}$

$y[k] = y_1[k] + y_2[k]$

$\boxed{y[k] = 0{,}606 + \varepsilon[k-1]\left\{-0{,}606 - 1{,}667(-0{,}5)^{k-1} + 0{,}272(-0{,}1)^{k-1}\right\}}$ *(2,5 pont)*