

1. feladat (8 pont)

A definíció segítségével igazolja, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{8}. \quad \delta(\varepsilon) = ?$$

2. feladat (12 pont)

Hol és milyen típusú szakadásai vannak a következő függvénynek? A szakadási helyeken határozza meg a bal és jobb oldali határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}, & \text{ha } x > 2, \\ \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{8}x\right)}{5x^2}, & \text{ha } x \leq 2. \end{cases}$$

3. feladat (4+4+2=10 pont)

$$f(x) = (1+x^2)^x, \quad g(x) = \operatorname{arctg} \frac{3+x}{3-x}.$$

a) Határozza meg a fenti f és g függvény deriváltját!

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = ?$

4. feladat (5+5=10 pont)

Határozza meg a következő határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{ch}(4x+3)}{\operatorname{sh}(4x-2)} = ?, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = ?$$

5. feladat (10 pont)

Melyek azok a legbővebb nyílt intervallumok, ahol az

$$f(x) = \frac{x-2}{(x+3)^2}$$

függvény szigorúan monoton nő illetve szigorúan monoton csökken? Hol, milyen jellegű lokális szélsőértéke van a függvénynek?