

1. feladat (13 pont)

Adja meg az

$$y' + \frac{2}{x} \cdot y = \frac{\sin x}{x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását.

2. feladat (13 pont)

Írja fel az

$$y' = \frac{\operatorname{ctg} y}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

differenciálegyenlet $y(0) = -\pi$ illetve $y(0) = \frac{\pi}{2}$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldásait.**3. feladat (15 pont)**

Megfelelő helyettesítéssel oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{2x + 4y}{3x + y}.$$

(Elég az implicit alak megadása.)

4. feladat (14 pont)Az $y = y(x)$ akárhányszor differenciálható görbe, átmegy az $x_0 = 2, y_0 = 1$ ponton és megoldása az alábbi differenciálegyenletnek:

$$y' = \frac{1}{x^2 + 4y^2}$$

- Milyen irányú az iránymező ebben a pontban? Mely pontokban lesz ugyanilyen irányú az iránymező?
- Határozza meg ennek a megoldásnak az $x_0 = 2$ pontbeli második deriváltját! Van-e inflexiója ennek a megoldásnak az $x_0 = 2$ pontban?

5. feladat (14 pont)

Határozza meg az

$$y''' + 2y'' + y' = 2 \cos x + e^{-x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását!

6. feladat (11 pont)

Melyik az a legalacsonyabbrendű állandó együtthatós, lineáris, homogén differenciálegyenlet, melynek egy megoldása az

$$y = 2xe^{3x} - 4 \cos x$$

függvény? Írja fel a differenciálegyenlet általános megoldását!

7. feladat (10 pont)

Írja fel az

$$f(n) = \frac{13}{2}f(n-1) - 3f(n-2)$$

lineáris rekurzió általános megoldását. Milyen $f(0)$ és $f(1)$ esetén lesz konvergens a megoldás?

8. feladat (10 pont)

Ismertesse a numerikus sorokra vonatkozó gyökkritériumot. Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{n+3} \right)^{n^2}$$

sor?

Pótfeladatok (csak 40 pont eléréséhez javítjuk ki):

9. feladat (10 pont)

Írja fel az

$$y^{(5)} - 81y' = 0$$

differenciálegyenlet általános megoldását.

10. feladat (10 pont)

Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!(3n)!}{(5n)!}$$

numerikus sor?