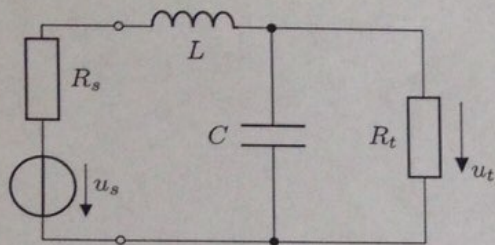


1. Feladatunk egy u_s forrásfeszültségű, R_s belső impedanciájú, ω_0 körfrekvenciájú *szinuszos* Thévenin-generátorhoz R_t impedanciájú terhelés illesztése. Ha a teljesítményillesztés kritériuma nem teljesül (pl. $R_t > R_s$), az ábrán látható L és C elemek beiktatásával illeszthetjük a terhelés impedanciáját a generátorhoz.



a) Adja meg a hálózat által reprezentált rendszer átviteli karakterisztikáját *normálalakban*, ha a válasz a bejelölt u_t , a gerjesztés pedig az u_s forrásfeszültség! (3 pont)
Pl. feszültségosztással

$$U_t(j\omega) = U_s(j\omega) \frac{R_t \times \frac{1}{j\omega C}}{R_s + j\omega L + R_t \times \frac{1}{j\omega C}} \quad (1 \text{ pont})$$

$$H(j\omega) = \frac{U_L(j\omega)}{U_s(j\omega)} = \frac{\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{1}{R_t C} + \frac{R_s}{L} \right) + \frac{R_s + R_t}{R_t LC}} \quad (2 \text{ pont})$$

Egy adott alkalmazásban, ahol $R_s = 50 \Omega$, $R_t = 450 \Omega$, $\omega_0 = 10 \text{ Mrad/s}$, az erre a frekvenciára optimálisan választott L , C elemértékek az alábbi átviteli karakterisztikát eredményezik (V, A, Ω , μH , pF egységekkel koherens rendszerben):

$$H(j\omega) = \frac{112,5}{(j\omega)^2 + 7j\omega + 125}$$

b) Vákolja fel a rendszer pólus-zérus elrendezését! (1,5 pont)
Mivel a rendszer kauzális, $j\omega = s$ helyettesítéssel

$$p_{1,2} = -3,5 \pm 10,62j \quad 1/\mu\text{s}$$

(0,5 pont) A rendszernek nincs véges zérusa. (0,5 pont) + ábra 0,5 pont

c) Határozza meg a terhelés (R_t) hatásos teljesítményét, ha $u_s(t) = 10 \cos(\omega_0 t) \text{ V}$!

$$\bar{U}_s = 10e^{j0} = 10$$

$$\bar{H} \equiv H(j\omega_0) = 1,51e^{-j1,228} = 1,51e^{-j70,35^\circ} \quad (1 \text{ pont})$$

$$\bar{U}_2 = \bar{H} \cdot \bar{U}_s = 15,1e^{-j1,228} \quad (0,5 \text{ pont})$$

$$P_t = \frac{|\bar{U}_2|^2}{2R_t} = \frac{(15,1)^2}{2 \cdot 450} = 250 \text{ mW} \quad (1 \text{ pont})$$

d) Mekkora lenne az R_t terhelés hatásos teljesítménye, ha közvetlenül kapcsoltuk volna a generátorra?

$$P_{t,0} = \frac{1}{2} I^2 R_t = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{450 + 50} \right)^2 \cdot 450 = 90 \text{ mW} \quad (0,5 \text{ pont})$$

2. Egy diszkrét idejű rendszer gerjesztés-válasz kapcsolatát az alábbi egyenlet írja le:

$$y[k] = c_1 (u[k-1] - y[k-1]) + c_2 (u[k] - y[k-2]) + u[k-2]$$

a) Adja meg a rendszer átviteli függvényét! A c_2 paraméter mely értékei mellett létezik a rendszernek átviteli karakterisztikája, ha $c_1 = 1,4$?

$$H(z) = \frac{c_2 + c_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}$$

(1 pont)

A Jury-kritérium alapján GV-stabil a rendszer, így létezik átviteli karakterisztikája, ha $|c_2| < 1$, $c_2 > -1 + c_1$ és $c_2 > -1 - c_1$. Ebből $0,4 < c_2 < 1$ a feltétel. (1 pont)

A továbbiakban $H(z) = \frac{0,45 + 1,4z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1,4z^{-1} + 0,45z^{-2}}$ átviteli függvénnyel számoljon!

b) Vákolja fel a rendszer pólus-zérus elrendezését! (1 pont)

Pólusok: $p_1 = -0,9$, $p_2 = -0,5$. Zérusok: $z_1 = -1,111$ és $z_2 = -2$ (a rendszer mindentáteresztő)

c) Határozza meg a rendszer $u[k] = \delta[k]$ gerjesztésre adott válaszát, ha a rendszer $k < 0$ ütemekre energiamentes volt!

$$H(z) = \frac{0,45z^2 + 1,4z + 1}{(z + 0,5)(z + 0,9)} = 0,45 + \frac{0,77z + 0,7975}{(z + 0,5)(z + 0,9)} = 0,45 + \frac{1,03125z z^{-1}}{z + 0,5} - \frac{0,26125z z^{-1}}{z + 0,9}$$

(2 pont)

$$h[k] = 0,45\delta[k] + \varepsilon[k-1] [1,03125 \cdot (-0,5)^{k-1} - 0,26125 \cdot (-0,9)^{k-1}] \quad (0,5 \text{ pont})$$

d) Legyen a rendszer gerjesztése $k \geq 0$ ütemekre $u[k] = \delta[k]$, és ismertek a $y[-1] = y[-2] = 1$ kiindulási értékek. Számítsa ki a rendszer válaszát $k = 0$ -ban, $k = 1$ -ben és ha $k \rightarrow \infty$!

A rendszerregyenlet átrendezésével

$$y[k] = -1,4y[k-1] - 0,45y[k-2] + 0,45u[k] + 1,4u[k-1] + u[k-2]. \quad (0,5 \text{ pont})$$

(0,5 + 0,5 pont)

$y[\infty] = 0$, mert G-V stabil a rendszer. (0,5 pont)

0/

Név: Víz Elek Aláírás:	
Neptun-kód: 666HVT	Pontszám:

A feladatlpra csak a megoldást írja fel!

1. Adja meg az $f(t) = 2 + 3 \cos(\omega_0 t) - 4 \cos(3\omega_0 t)$ V jel effektív értékét, ha $\omega_0 = 100\pi$ rad/s!

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{2^2 + (3/\sqrt{2})^2 + (4/\sqrt{2})^2} = \sqrt{16,5} \approx 4,06V$$

2. Egy kétpólus feszültségének, ill. áramának időfüggvénye megegyező referenciáirányok mellett $u(t) = [3 + 2 \cos(\omega_0 t - 1,4)]$ V, ill. $i(t) = [4 \cos(\omega_0 t + 2,1) + 5 \cos(2\omega_0 t)]$ mA. Mennyi a kétpólus által felvett hatásos teljesítmény?

$$P = -3,75 \text{ mW}$$

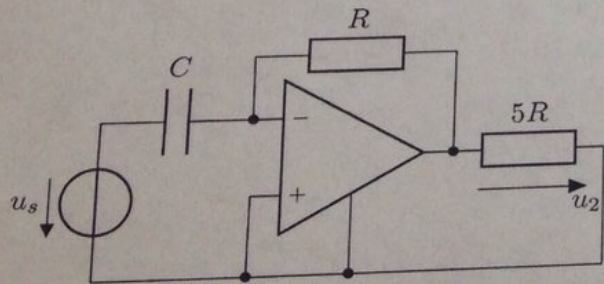
3. Egy folytonos idejű jel spektruma $X(j\omega) = 1 - \frac{|\omega|}{2}$, $|\omega| < 2$ és 0, ha $|\omega| > 2$. A körfrekvenciát rad/s-ban mérjük. Határozza meg a jel sávzélességét, ha az amplitúdóspektrum maximumánál 20 dB-lel kisebb értékeket tekintjük elhanyagolhatónak!

$$\Delta\omega = 1,8 \text{ krad/s}$$

4. Egy $f(t)$ jel spektruma $F(j\omega)$. Adja meg a $g(t) = 2f(t) \cos(4t)$ jel spektrumát!

$$G(j\omega) = F(j(\omega - 4)) + F(j(\omega + 4))$$

5. Adja meg a hálózat által reprezentált rendszer átviteli függvényét normálalakban, ha a gerjesztés u_s , a válasz pedig u_2 !



$$H(s) = -sRC$$

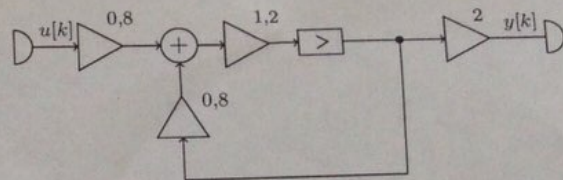
6. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{9 \cdot s^2}{s^2 + 0,6s + 0,05}$. Adja meg a rendszer ugrásválaszának kezdeti értékét ($t = +0$ -beli értékét)!

$$g(+0) = 9$$

7. Egy lineáris, invariáns folytonos idejű rendszer válasza az $u(t) = \varepsilon(t - 2)$ gerjesztésre $y(t) = \varepsilon(t - 2) [5 + 3e^{-2(t-2)}]$. Adja meg a rendszer ugrásválaszának (az $u(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztésre adott válasznak) a Laplace-transzformáltját!

$$G(s) = \frac{8s + 10}{s^2 + 2s}$$

8. Adja meg az állapotváltozós leírás normálalakját!



$$\begin{aligned} x[k+1] &= 0,96x[k] + 0,96u[k] \\ y[k] &= 2x[k] \end{aligned}$$

9. Egy periodikus $x[k]$ DI jel periódusa 4 ütem, egy periódusa $x[0] = x[3] = 1$, $x[1] = x[2] = 0$. Adja meg a jel Fourier-sorából a $\vartheta = 0$ frekvenciájú összetevő értékét!

$$0,5$$

10. Adja meg az $m[k] = \delta[k - 2] + \delta[k + 2]$ jel spektrumát, vagy indokolja, ha az nem létezik!

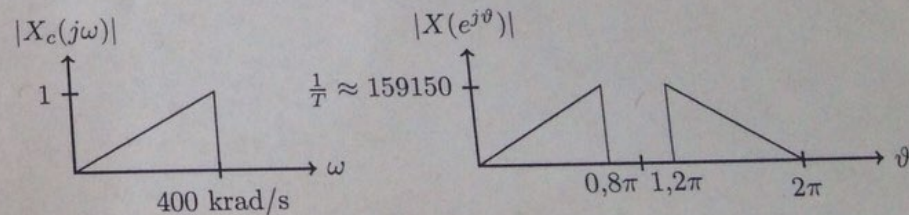
$$M(e^{j\vartheta}) = e^{-j2\vartheta} + e^{j2\vartheta} = 2 \cos(2\vartheta)$$

11. A diszkrét idejű rendszer az $\begin{cases} x[k+1] = 0,8x[k] - u[k] \\ y[k] = -2x[k] + u[k] \end{cases}$ állapotváltozós leírással adott a rendszer gerjesztése $u[k] = \varepsilon[k]$. Adja meg a válaszjel állandósult állapotbeli értékét vagy indokolja, ha nincs ilyen! $y[\infty] = 11$

12. Egy DI késleltető kimenő jele szinuszos állandósult állapotban $q[k] = 5 \cos\left(\frac{\pi}{20}k - \frac{\pi}{4}\right)$. Adja meg a késleltető $p[k]$ bemenő jelének komplex amplitúdóját!

$$\bar{P} = 5 \exp\left(-j\frac{\pi}{20}\right)$$

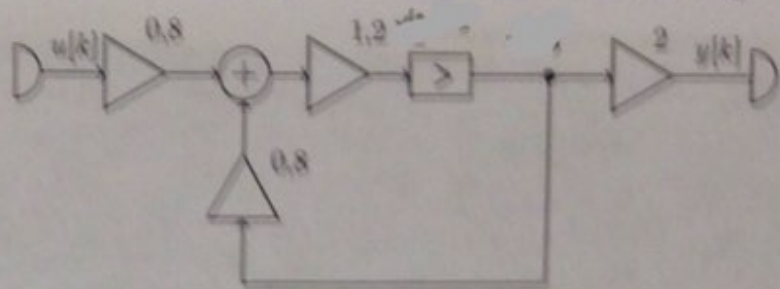
13. Adott egy valós FI jel amplitúdóspektruma az ábra szerint. A jelet 1 Mrad/s tavélteli frekvenciával mintavételezzük. Egészítse ki az ábrán mintavételezett I amplitúdóspektrumát a $[0, 2\pi]$ intervallumban! (Az y tengelyen nem szükséges skála megadnia.)



14. Az előző feladatban adott folytonos idejű jelet AM-DSB-SC moduláljuk 400 kHz vőfrekvenciára. Adja meg a modulált jel sávzélességét! $\Omega_s = 800 \text{ krad/s}$

15. Adja meg, hogyan származtatható a szimuláló DI rendszer átviteli függvényéből a bilineáris transzformációval? $H_D(z) = H_c(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{z+1}}$

8. Adja meg az állapotváltozós leírás normálalakját!



9. Egy periodikus $x[k]$ DI jel periódusa 4 ütem, egy periódusa $x[0] = x[3] = 1$, $x[1] = x[2] = 0$. Adja meg a jel Fourier-sorából a $\vartheta = 0$ frekvenciájú összetevő értékét!

10. Adja meg az $w[k] = \delta[k - 2] + \delta[k + 2]$ jel spektrumát, vagy indokolja, ha az nem létezik!

$$M(e^{j\vartheta}) =$$

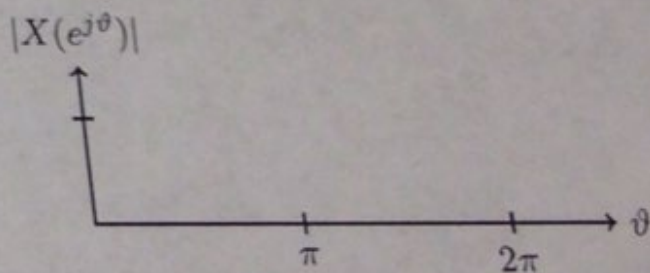
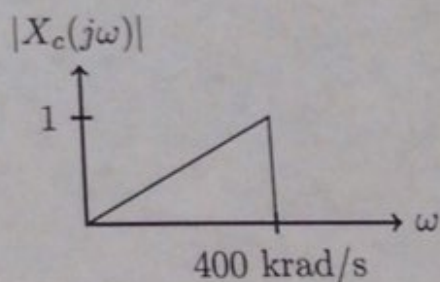
11. A diszkrét idejű rendszer az $\begin{cases} x[k + 1] = 0,8x[k] - u[k] \\ y[k] = -2x[k] + u[k] \end{cases}$ állapotváltozós leírással adott, a rendszer gerjesztése $u[k] = \varepsilon[k]$. Adja meg a válaszjel *állandósult állapotbeli* értékét, vagy indokolja, ha nincs ilyen!

$$y[\infty] =$$

12. Egy DI késleltető kimenő jele szinuszos állandósult állapotban $q[k] = 5 \cos\left(\frac{\pi}{20}k - \frac{\pi}{10}\right)$. Adja meg a késleltető $p[k]$ bemenő jelének komplex amplitúdóját!

$$\bar{P} =$$

13. Adott egy valós FI jel amplitúdóspektruma az ábra szerint. A jelet 1 Mrad/s mintavételi frekvenciával mintavételezzük. Egészítse ki az ábrán mintavételezett DI jel amplitúdóspektrumát a $[0, 2\pi]$ intervallumban! (Az y tengelyen nem szükséges skálázás megadnia.)



14. Az előző feladatban adott folytonos idejű jelet AM-DSB-SC moduláljuk 400 krad/s vivőfrekvenciára. Adja meg a modulált jel sáv szélességét! $\Omega_s =$

15. Adja meg, hogyan származtatható a szimuláló DI rendszer átviteli függvénye az FI rendszeréből a bilineáris transzformációval? $H_D(z) =$