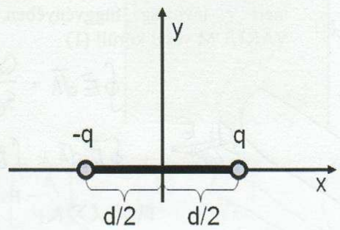
Villamosmérnök alapszak Fizika2 Nagy zárthelyi dolgozat, 2018. máj. 23.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

NÉV: ______________________________ **Neptun kód:** ____________________

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Adott egy inhomogén elektromos tér, melynek helyfüggését adott koordináta-rendszerben az alábbi vektormező írja le:

$$\overline{E}(x,y) = \begin{bmatrix} E_0(ax^2 + by) \\ E_0(gx + hy^3) \end{bmatrix}$$



Egy d hosszúságú rúd két végén elhelyezünk egy $+q$ illetve egy $-q$ töltést. Az így elkészített dipólt elhelyezzük a koordináta-rendszerben az ábra szerint.

a) Adja meg koordinátás alakban a $-q$ töltésre ható $\overline{F}_1$ erő vektorát, valamint a +q töltésre ható $\overline{F}_2$ erő vektorát, melyet a KÜLSŐ elektromos tér fejt ki a ponttöltésekre. (1,5)

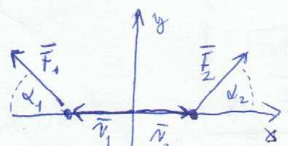
$$\overline{F}_1 = -q\overline{E}_1 = -q\begin{bmatrix} E_0\left(a\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + b\cdot 0\right) \\ E_0\left(g\left(-\frac{d}{2}\right) + h\cdot 0\right)\end{bmatrix} = -qE_0\begin{bmatrix} \frac{a\cdot d^2}{4} \\ -g\frac{d}{2}\end{bmatrix} = \boxed{\frac{qE_0 d}{2}\begin{bmatrix} -\frac{a\cdot d}{2} \\ g\end{bmatrix}}$$

$$\overline{F}_2 = q\overline{E}_2 = q\begin{bmatrix} E_0\left(a\cdot\left(\frac{d}{2}\right)^2 + b\cdot 0\right) \\ E_0\left(g\left(\frac{d}{2}\right) + h\cdot 0\right)\end{bmatrix} = qE_0\begin{bmatrix} \frac{a d^2}{4} \\ \frac{g\cdot d}{2}\end{bmatrix} = \boxed{\frac{qE_0 d}{2}\begin{bmatrix} \frac{a d}{2} \\ g\end{bmatrix}}$$

b) Határozza meg a dipólra ható erők eredőjének vektorát koordinátás alakban! (0,5)

$$\overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 = \frac{qE_0 d}{2}\begin{bmatrix} -\frac{ad}{2} \\ g\end{bmatrix} + \frac{qE_0 d}{2}\begin{bmatrix} \frac{ad}{2} \\ g\end{bmatrix} = \frac{qE_0 d}{2}\begin{bmatrix} \frac{ad}{2} - \frac{ad}{2} \\ g + g\end{bmatrix} = \boxed{qE_0 d\begin{bmatrix} 0 \\ g\end{bmatrix}}$$

c) Határozza meg a dipólra ható erők forgatónyomatékának nagyságát! (1)



$$\overline{M}_1 = \overline{r}_1 \times \overline{F}_1 \qquad \overline{M}_1 \parallel -\hat{z}$$

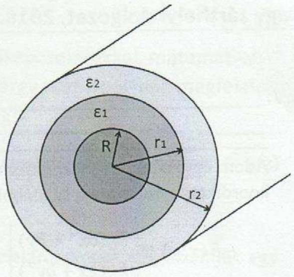
$$\overline{M}_2 = \overline{r}_2 \times \overline{F}_2 \qquad \overline{M}_2 \parallel \hat{z}$$

$$|\overline{M}_1| = |\overline{F}_1|\,|\overline{r}_1|\,\sin\alpha_1 = F_{1y}\cdot\frac{d}{2} = \frac{qE_0\cdot d}{2}\cdot g\cdot\frac{d}{2} = \frac{qE_0 d^2 g}{4}$$

$$|M_2| = |\overline{F}_2|\cdot|\overline{r}_2|\cdot\sin\alpha_2 = F_{2y}\cdot\frac{d}{2} = \frac{qE_0 d}{2}\cdot g\cdot\frac{d}{2} = \frac{qE_0 d^2 g}{4}$$

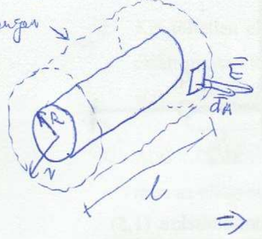
$$\sum\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 \Rightarrow M_z = -|\overline{M}_1| + |\overline{M}_2| = -\frac{qE_0 d^2 g}{4} + \frac{qE_0 d^2 g}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{\sum M = 0}$$

2 Adott egy hengeres, R sugarú réz vezeték, melynek felszínén töltések helyezkednek el egyenletes σ felületi töltéssűrűséggel. A vezetéket kettős szigetelés veszi körül. A belső szigetelő réteg relatív dielektromos állandója ε_1, külső sugara r_1, a külső szigetelő réteg relatív dielektromos állandója ε_2, külső sugara r_2.



a) Határozza meg a réz vezeték elektromos terét a vezeték tengelyétől mért r távolság függvényében, feltételezve, hogy a vezetéket VÁKUUM veszi körül! (1)

Gauss felület: henger



$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{A_{vezeték}\cdot\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{2\pi R l\cdot\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \int \vec{E}\, d\vec{A} = \int |\vec{E}||d\vec{A}| = |\vec{E}|\int |d\vec{A}| = |\vec{E}|\cdot \underbrace{2\pi r l}_{\text{Gauss felület}}$$

Mivel $l \gg R$ — Palást — Mivel $\vec{E} \parallel d\vec{A}$ — Forgásszimm.

$$\Rightarrow \frac{2\pi R l\cdot\sigma}{\varepsilon_0} = E\cdot 2\pi r l \Rightarrow \boxed{E_{(r)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R}{r}}$$

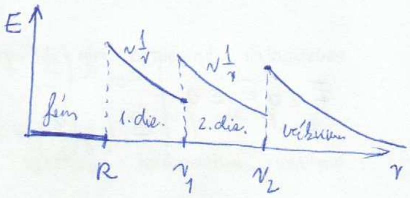
b) Határozza meg az elektromos tér nagyságát a vezeték tengelyétől mért r távolság függvényében a belső, illetve a külső szigetelő réteg belsejében! Vázlatosan ábrázolja az $E(r)$ függvényt (1)

$r<R$: $\boxed{E_{(r)} = 0}$ (fémek belsejében a tér 0)

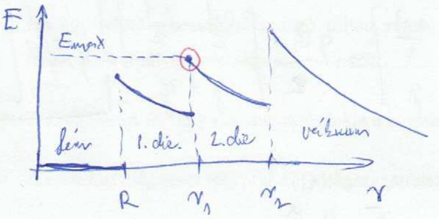
$R<r<r_1$: $E_1(r) = \frac{E_0}{\varepsilon_1} = \boxed{\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_1}\cdot\frac{R}{r}}$ (1. szigetelőben)

$r_1<r<r_2$: $E_2(r) = \frac{E_0}{\varepsilon_2} = \boxed{\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_2}\cdot\frac{R}{r}}$ (2. szigetelőben)

$r_2<r$: $E_{(r)} = \boxed{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R}{r}}$ (vákuumban)



c) Legalább mekkorának kell választanunk r_1-et, ha tudjuk, hogy a 2-es számú dielektrikum réteg maximálisan E_{max} nagyságú elektromos térerősséget képes elviselni? (1)



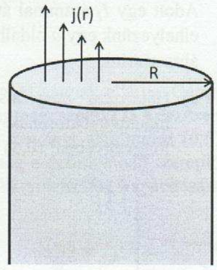
$E_{max} \geq E_2(r_1)$ $\quad r_1 = ?$

$$E_{max} \geq \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_2}\cdot\frac{R}{r_1}$$

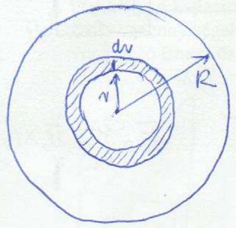
$$\boxed{r_1 \geq \frac{\sigma R}{\varepsilon_0\varepsilon_2 E_{max}}}$$

3. Egy hosszú, egyenes, R sugarú hengeres vezetékben INHOMOGÉN eloszlású áram folyik a vezeték tengelyével párhuzamosan. Az áramsűrűség helyfüggését a

$j(r) = j_0 \dfrac{r^2}{R^2}$ összefüggés adja meg.



a) Mekkora a vezetékben folyó áram erőssége? (1,5)



$$dA = 2r\pi\, dr \qquad dI = j(r)\, dA =$$

$$dI = 2\pi r \cdot j_0 \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot dr = \frac{2\pi j_0}{R^2} r^3\, dr$$

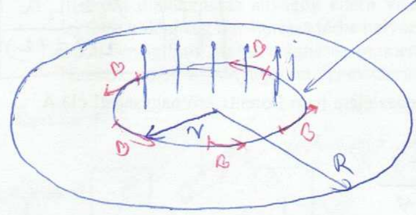
$$I = \int dI = \frac{2\pi j_0}{R^2} \int_0^R r^3\, dr = \frac{2\pi j_0}{R^2} \cdot \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R = \frac{2\pi j_0}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} =$$

$$\boxed{I = \frac{\pi j_0 R^2}{2}}$$

r sugarú körön belül átfolyó áram erőssége:

$$I_{(r)} = \frac{\pi \cdot j_0 r^4}{2R^2}$$

b) Határozza meg a mágneses indukció nagyságát a vezeték belsejében, a vezeték tengelyétől mért r távolság függvényében! (1,5)



zárt görbe: r sugarú kör

$$\oint \bar{B}\, d\bar{r} = \mu_0 \sum I$$

zárt görbe által határolt felületen átfolyó áram erőssége:

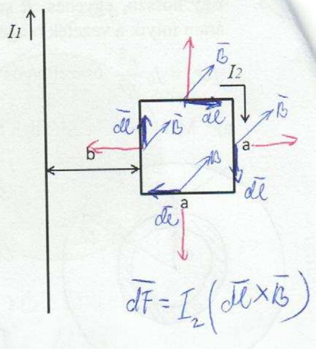
$$I_{(r)} = \frac{j_0 \cdot \pi r^4}{2R^2} \quad \text{(a) feladat alapján)}$$

$$\mu_0 \cdot \sum I = \mu_0 \cdot \frac{j_0 \pi r^4}{2R^2} = \oint \bar{B}\, d\bar{r} = \oint |\bar{B}||d\bar{r}| = |\bar{B}| \oint |d\bar{r}| = |\bar{B}| \cdot 2\pi r$$

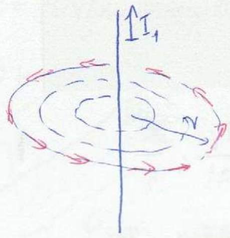
Mivel $\bar{B} \parallel d\bar{r}$ Forgásszimmetria görbe kerülete

$$\frac{\mu_0 j_0 \pi r^4}{2R^2} = B \cdot 2\pi r \Rightarrow \boxed{B_{(r)} = \frac{\mu_0 j_0}{4R^2} \cdot r^3}$$

4. Adott egy I_1 árammal átjárt hosszú egyenes vezető, melynek mágneses terében elhelyezünk egy a oldalhosszúságú, I_2 árammal átjárt négyzetes vezető keretet az ábra szerint.



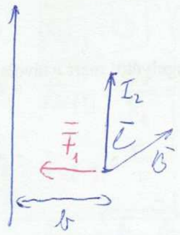
a) Határozza meg a hosszú egyenes vezető által keltett mágneses tér indukcióvektorának $B(r)$ nagyságát a vezetőtől mért r távolság függvényében! (0,5)



Ampère-tv. alapján:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

b) Az ábrán vázlatosan tüntesse fel az áramjárta vezető keret éleire ható Lorentz-erők vektorait! (0,5) Határozza meg a keret hosszú egyenes vezetővel párhuzamos éleire ható erők nagyságát! (0,5) A keret éleinek egymásra hatását hanyagoljuk el!



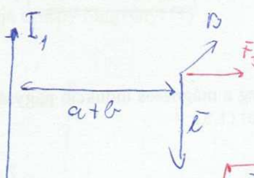
$$\bar{F}_1 = I_2 (\bar{l} \times \bar{B})$$

$$|\bar{F}_1| = I_2 |\bar{l}| |\bar{B}|$$

Mivel $\bar{l} \perp \bar{B}$

$$|\bar{l}| = a \qquad |\bar{B}| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$$

$$\boxed{|\bar{F}_1| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi b}}$$



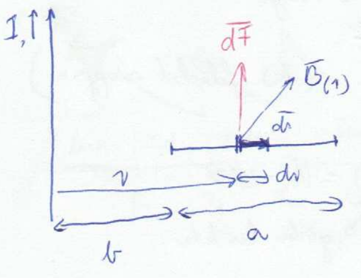
$$\bar{F}_3 = I_2 (\bar{l} \times \bar{B})$$

$$|\bar{F}_3| = I_2 |\bar{l}| |\bar{B}|$$

$$|\bar{l}| = a \qquad |\bar{B}| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (a+b)}$$

$$\boxed{|\bar{F}_3| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi (a+b)}}$$

c) Határozza meg a keret felső, hosszú egyenes vezetőre merőleges élére ható Lorentz erő nagyságát! (1) A keret éleinek egymásra hatását hanyagoljuk el!



$$|\bar{B}_{(r)}| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$d\bar{F} = I_2 (d\bar{r} \times \bar{B}_{(r)})$$

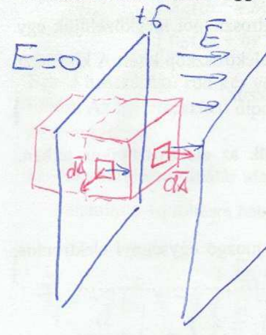
$$|d\bar{F}| = I_2 |d\bar{r}| |\bar{B}_{(r)}| = I_2 \cdot dr \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} dr$$

$$F_2 = \int dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_b^{a+b} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \left[\ln r \right]_b^{a+b} = \boxed{\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{a+b}{b}}$$

Kifejtendő kérdések

1. Adott egy síkkondenzátor, melynek fegyverzetei $+\sigma$, illetve $-\sigma$ felületi töltéssűrűséggel vannak ellátva. Gauss törvény alkalmazásával határozza meg a lemezek közt mérhető elektromos térerősség nagyságát! (1) Készítsen ábrát az elrendezésről, és a tüntesse fel rajta azt a zárt felületet, melyre a Gauss törvényt alkalmazta (0,5) Definiálja a kapacitás fogalmát matematikai összefüggés segítségével, és nevezze meg a definícióban szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) A fenti összefüggésekből kiindulva vezesse le a síkkondenzátor kapacitására vonatkozó ismert összefüggést! (1)



$$\oint \bar{E}\,d\bar{A} = \frac{Q_{be}}{\varepsilon_0} = \frac{A\cdot\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \bar{E}\,d\bar{A} = \int \bar{E}\,d\bar{A} + \int \bar{E}\,d\bar{A} + \int \bar{E}\,d\bar{A} = 0 + 0 + \int |\bar{E}||d\bar{A}| = |\bar{E}| \underbrace{\int |d\bar{A}|}_{\text{alap területe}} = E\cdot A$$

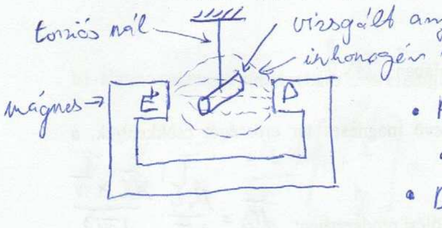
Palást: $\bar{E} \perp d\bar{A} \Downarrow 0$; külső alap: $E=0 \Downarrow 0$; belső alap: $\bar{E} \parallel d\bar{A}$; Tér homogén

$$\Rightarrow E\cdot A = \frac{A\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Kapacitás $\rightarrow$ $\boxed{C = \frac{Q}{U}}$ (Q $\leftarrow$ Kondenzátor töltése; U $\leftarrow$ Fegyverzetek közti feszültség)

$$Q = \sigma\cdot A \qquad U = E\cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d \qquad C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma\cdot A}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d} = \boxed{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

2. Rajzoljon fel kísérleti elrendezést, mely segítségével szemléltethető a mágneses térbe helyezett paramágneses, illetve a diamágneses anyagok eltérő viselkedése! Nevezze meg az ábrán szereplő eszközöket! (0,5) Mi a legfőbb különbség a mágneses térbe helyezett két anyagtípus viselkedése között? (0,5) Mi a legfőbb különbség a két anyagtípus atomi mágneses momentuma között? (0,5) Definiálja a Curie-hőmérséklet fogalmát! (1) Nevezzen meg egy anyagot, melynek Curie-hőmérséklet feletti mágneses viselkedése jól demonstrálható! (0,5)



- Paramágneses rúd a mágneses térrel párhuzamosan áll be
- Diamágneses rúd a mágneses térre merőlegesen áll be.

- A paramágneses anyag atomjainak külső mágneses tér jelenléte nélkül is van mágneses momentuma.
- A diamágneses anyagok atomjainak külső mágneses tér hiányában nincs mágneses momentuma
- Curie-hőmérséklet felett a ferromágneses anyagok paramágnesessé válnak.
- Pl: nikkel (vas, kobalt)
  ↑
  (lásd: órai kísérlet)

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Több ponttöltés által keltett térerősség komponenseinek összegzésekor a(z) ……szuperpozíció…………………… elve érvényesül.

2. Két töltetlen elektroszkópot összekötünk egy vezető rúddal. Az egyik elektroszkópot megközelítjük egy elektromosan töltött testtel, de nem érintjük hozzá. Ennek hatására mindkét elektroszkóp kitér. A kísérletet a(z) ……elektromos megosztás………… jelenségével magyarázzuk.

3. A(z) ……elektromos potenciál……… fogalmát azért értelmezhetjük az elektrosztatikus térben, mert az elektrosztatikus tér konzervatív.

4. Ha a tér két pontja között 1V feszültség mérhető, akkor a két pont között mozgó egységnyi elektromos töltésen a tér ……1 Joule munkát végez……………………………………

5. Elektromos térbe helyezett dipólra ható Coulomb-erő akkor nem zérus, ha a tér …inhomogén……

6. Az $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ kifejezés megadja, hogy az elektromos tér egységnyi térfogatában ……mennyi energia van……

7. Az anyagok vezetőképessége arányos az anyag egységnyi térfogatában található ……töltéshordozók……………… számával.

8. A fémek fajlagos ellenállása a hőmérséklet növekedésével általában …nő…………

9. Ha egy adott sebességgel mozgó töltött részecskét körülvevő mágneses tér erősségét csökkentjük, a részecske körpályájának sugara ……nő……………………

10. A Biot-Savart törvény matematikai alakja a konvencionális jelölési rendszerben:… $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

11. A sztatikus mágneses tér ……forrás…………… mentes.

12. Ha egy szolenoid tekercs belsejébe ……ferromágneses…………… anyagot helyezünk, a tekercs belsejében mérhető mágneses indukció növekszik. (paramágneses)