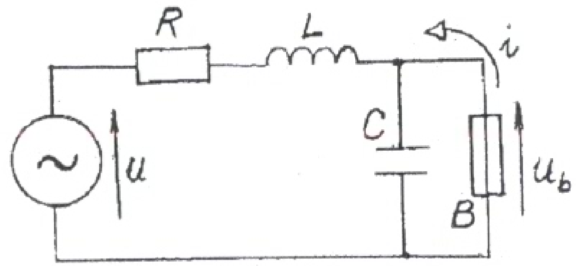
Az ábrán látható kisfeszültségű áramkörben a ψ = 1.96 bekapcsolási szöggel meghatározott időpillanatban zárlati áram kezd folyni.

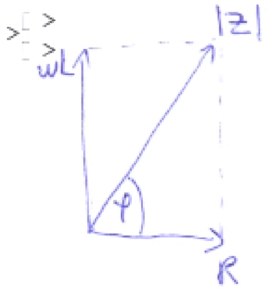
- Mennyi idő (t_{olv}) múlva olvad ki az olvadóbiztosító A = 8 mm^2 keresztmetszetű, rézből készült olvadó eleme?
- Mekkora az I_{olv} áram a kiolvadás pillanatában?
- Határozza meg a $t_{műk}$ működési időt és az ívfeszültséget, ha a kiolvadás után az íven átfolyó áram állandó meredekséggel nyolcad periódus alatt nullára csökken.
- A $t_{műk}$ idő alatt mekkorára nő az A_{sin} = 60 mm x 5 mm keresztmetszetű csatlakozó rézsín hőmérséklete ($\theta_{sín1}$)?
- Mekkora lenne a sín hőmérséklete, ha a zárlatot egy általános rendeltetésű (B típusú) megszakító szüntetné meg az áram harmadik nullátmenetében (az érintkezők közti ív árammódosító hatásának figyelembevétele nélkül)?

Rajzolja fel az időfüggvényeket!

	U_{eff}	$= 400 / \sqrt{3}$	V
	$\cos\varphi$	$= 0.6$	
A stacioner zárlati áram effektív értéke:	I_{zeff}	= 65 kA	
Az olvadószál és a sín kezdeti hőmérséklete:	θ_k	= 55 °C	
A réz olvadási hőmérséklete:	θ_{olv}	= 1083	°C
A réz fajlagos ellenállása θ_0 = 20 °C-on:	ρ_{20}	$= 1{,}75\cdot10^{-8}$	Ωm
A réz fajhője θ_0 = 20 °C-on:	c_{20}	$= 3{,}4\cdot10^{6}$	Ws/m^{3}C
A réz hőm. tényezője θ_0 = 20 °C-ra vonatkoztatva:	α_0	$= 4\cdot10^{-3}$	1/C



A beadott feladatban az eredményeken kívül az azok kiszámításához felhasznált összefüggéseket és a számítási részeredményeket is közölje!



$$|Z| = \frac{U_{eff}}{I_{z\,eff}} = \frac{400}{\sqrt{3}\cdot 65000}\,\Omega = 3{,}5529\,m\Omega$$

$\cos\varphi = 0{,}6 \Rightarrow \varphi = 53{,}1301^\circ \qquad \sin\varphi = 0{,}8$

$\omega L = |Z|\cdot\sin\varphi = 2{,}84232\,m\Omega \Rightarrow L = \dfrac{2{,}84232}{100\pi}\,mH$

$\omega = 2\cdot\pi\cdot f$, ahol $f = 50Hz$. $\quad L = 9{,}0474\,\mu H$

$R = |Z|\cdot\cos\varphi = 2{,}13174\,m\Omega$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{9{,}0474\,\mu H}{2{,}13174\,m\Omega} = 4{,}244\,ms$$

$$u(t)^{[V]} = \overbrace{\frac{400}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}}^{U_{max}}\cdot\cos\Big(\overbrace{2\cdot 50\cdot\pi}^{\omega}\cdot t + \overbrace{1{,}96}^{\psi}\Big)$$

$$i(t)^{[A]} = \underbrace{65000\cdot\sqrt{2}}_{I_{max}}\cdot\Big[\cos\big(\underbrace{2\cdot 50\cdot\pi}_{\omega}\cdot t + \underbrace{1{,}96}_{\psi} - \underbrace{0{,}9273}_{\varphi}\big) - \cos\big(\underbrace{1{,}96}_{\psi} - \underbrace{0{,}9273}_{\varphi}\big)\cdot e^{-t/(\overbrace{4{,}244\cdot 10^{-3}}^{\tau})}\Big]$$

$i(t)$ a független zárlati áram.

```
> restart;
> u(t):=400/(sqrt(3))*sqrt(2)*cos(100*Pi*t+1.96);
> i(t):=65000*sqrt(2)*(cos(100*Pi*t+1.96-0.92729)-cos(1.96-0.92729)*exp(-t/(4.244*10^(-3
))));
```

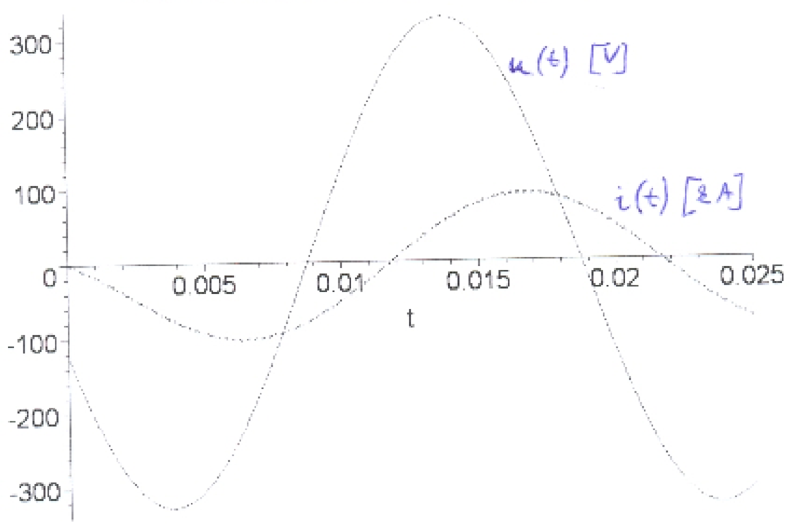
$$u(t) := \frac{400}{3}\sqrt{3}\,\sqrt{2}\,\cos(100\,\pi\,t + 1.96)$$

$$i(t) := 65000\,\sqrt{2}\,(\cos(100\,\pi\,t + 1.03271) - .5124936771\,e^{(-235.6267672\,t)})$$

$u(t)$ és $i(t)$ ábrázolása:

```
plot ( [u(t),i(t)/1000],t=0..0.025,title="u(t) [V] (folytonos vonal) és \ni(t) [kA] (szaggatott vonal) az idő függvényében",linestyle=[SOLID,DASHDOT],thickness=[0,3]);
```

u(t) [V] (folytonos vonal) és
i(t) [kA] (szaggatott vonal) az idő függvényében



>

Érvényes a következő összefüggés: $\int_0^{t_{olv}} i^2(t)dt = A^2 \cdot \frac{c_0}{\rho_0 \cdot \alpha_0} \cdot \ln\left[\frac{1+\alpha_0(\Theta_{olv}-\Theta_0)}{1+\alpha_0(\Theta_2-\Theta_0)}\right]$

ahol $A = 8\ mm^2$

$c_0 = 3{,}4 \cdot 10^6 \frac{Ws}{m^3 C}$ $\Theta_2 = 55°C$

$\rho_0 = 1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$ $\Theta_{olv} = 1083\ °C$

$\alpha_0 = 4 \cdot 10^{-3}\ 1/C$ $\Theta_0 = 20°C$

Az egyenletet MAPLE-val oldottam meg:

```
> eqn:=
int((i(t))^2,t=0..tolv)=A^2*(c0/(rho0*alpha0))*ln((1+alpha0*(theta1-theta0))/(1+alpha0
*(theta2-theta0)));A:=8*1000^(-2);c0:=3.4*10^6;rho0:=1.75*10^(-8);alpha0:=4*10^(-3);th
eta1:=1083;theta2:=55;theta0:=20;
```

$$eqn := .6724296347\ 10^7 \sin(628.3185308\ tolv + 2.065420000) - .7159851395\ 10^7 + .4225000002\ 10^{10}\ tolv + .1323336702\ 10^8\ e^{(-235.6267672\ tolv)} \cos(314.1592654\ tolv + 1.032710000) - .1764394136\ 10^8\ e^{(-235.6267672\ tolv)} \sin(314.1592654\ tolv + 1.032710000) - .4709546745\ 10^7\ (e^{(-235.6267672\ tolv)})^2 = \frac{A^2\ c0 \ln\left(\frac{1+\alpha0\ (\theta1-\theta0)}{1+\alpha0\ (\theta2-\theta0)}\right)}{\rho0\ \alpha0}$$

$$A := \frac{1}{125000}$$
$$c0 := .34000000\ 10^7$$
$$\rho0 := .1750000000\ 10^{-7}$$
$$\alpha0 := \frac{1}{250}$$
$$\theta1 := 1083$$
$$\theta2 := 55$$
$$\theta0 := 20$$

```
> tolv:=fsolve(eqn,tolv);
```

$$tolv := .003372205351$$

- A $t_{olvadási}$ időre 0,0033722 sec adódott.

Az I_{olv} áram értéke a kiolvadás pillanatában meghatározható, ha t_{olv}-t $i(t)$ függvénybe helyettesítjük:

```
> i(tolv):=65000*sqrt(2)*(cos(100*Pi*tolv+1.96-0.92729)-cos(1.96-0.92729)*exp(-tolv/(4.2
44*10^(-3))));
>
```

$$i(.003372205351) := 65000\sqrt{2}\ (\cos(.3372205351\ \pi + 1.03271) - .2315293225)$$

```
> iz:=evalf (i(tolv));
```

$$iz := -67063.74330$$

- $I_{olv} = -67{,}0638\ A$ tehát a kiolvadás pillanatában.

$f = 50\,Hz \Rightarrow T = 0{,}02\ sec \qquad \frac{T}{8} = \frac{0{,}02}{8}\ sec \qquad t_{műk} = t_{olv} + \frac{T}{8}$

• A működési idő így 5,8722 ms-nak adódott.

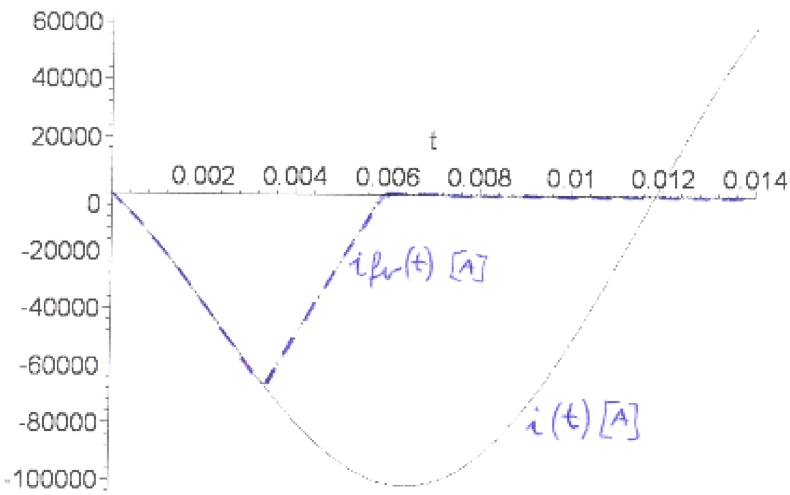
$i_{fv}(t)$ jelöli a feszültséggenerátoron, ellenálláson és impedancián átfolyó áramot.

```
> tmuk:=tolv+0.02/8;
  ifv(t):=piecewise(t<=0,0,t<tolv,i(t),t<tmuk,iz-iz/(tmuk-tolv)*(t-tolv),0);
  plot ( (ifv(t),i(t)),t=0..0.014,title="i(t) [A] (folytonos vonal) és \nifv(t) [A]
  (vastag szaggatott vonal) az idő függvényében"
  ,linestyle=[SOLID,DASHDOT],thickness=[1,3]);
>
```

$$tmuk := .005872205351$$

$$\mathrm{ifv}(t) := \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 65000\sqrt{2}\,(\cos(100\,\pi\,t + 1.03271) - .5124936771\,e^{(-235.8367973\,t)}) & t < .003372205351 \\ -157524.8289 + .2682549732\,10^{8}\,t & t < .005872205351 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

i(t) [A] (folytonos vonal) és
ifv(t) [A] (vastag szaggatott vonal) az idő függvényében



Érvényes a köv. összefüggés:

$$u_{ív}(t) = u_L(t) = u(t) - i(t)\cdot R - L\cdot \frac{d\,i(t)}{dt}$$

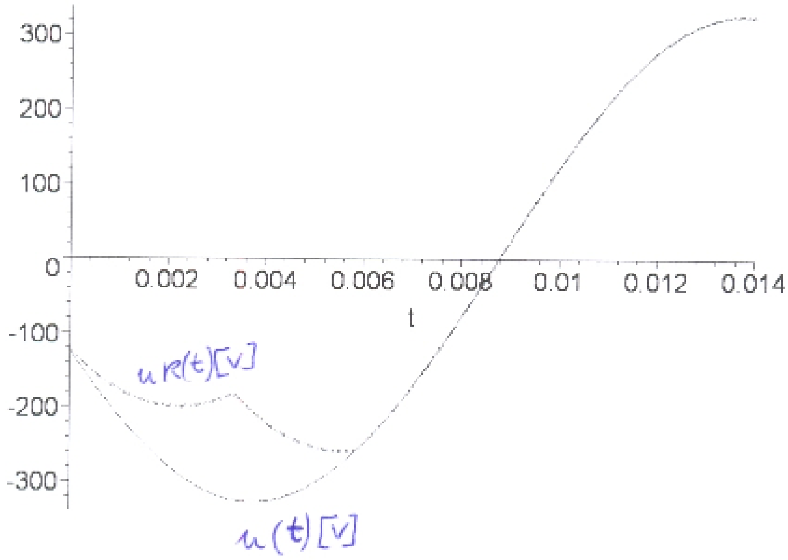
$uR(t) = u(t) - i(t)\cdot R$ látható ábrázolva a következő oldalon.

```
uR(t):= u(t)-ifv(t)*2.13175e-3;plot ( [u(t),uR(t)],t=0..0.014,title="u(t) [V] (folytonos vonal) és \nuR(t) [V] (vastag szaggatott vonal) az idő függvényében",linestyle=[SOLID,DASHDOT],thickness=[1,3]);
```

$$\mathrm{uR}(t) := \frac{400}{3}\sqrt{3}\sqrt{2}\cos(100\pi t + 1{,}96)$$

$$- .00213175 \left(\begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 65000\sqrt{2}\,(\cos(100\pi t + 1.03271) - .5124936771\, e^{(-233.6267672\, t)}) & t < .003372205351 \\ -157524.8289 + .2682549732\ 10^{8}\, t & t < .005872205351 \\ 0 & \mathit{otherwise} \end{cases} \right)$$

u(t) [V] (folytonos vonal) és
uR(t) [V] (vastag szaggatott vonal) az idő függvényében



$\dfrac{d\, i(t)}{d(t)}$ meghatározása az olvadási és működési idő közti időtartamra:

Az áram függvénye $t_{olv} < t < t_{műk}$ időtartamban egy egyenessel írható le:

$i_z :=$ I_{olv} áram a kiolvadás pillanatában.

$$i(t) = i_z - \frac{i_z}{\underbrace{t_{műk} - t_{olv}}_{\text{meredekség}}} \cdot (t - t_{olv})$$

```
iL(t):=piecewise(t<tolv,0,t<tmuk,iz-iz/(tmuk-tolv)*(t-tolv),0);
diL(t):=diff(iL(t),t);
```

$$\mathrm{iL}(t) := \begin{cases} 0 & t < .003372205351 \\ -157524.8289 + .2682549732\ 10^{8}\, t & t < .005872205351 \\ 0 & \mathit{otherwise} \end{cases}$$

$$\mathrm{diL}(t) := \begin{cases} 0 & t < .003372205351 \\ \mathit{undefined} & t = .003372205351 \\ .2682549732\ 10^{8} & t < .005872205351 \\ \mathit{undefined} & t = .005872205351 \\ 0 & .005872205351 < t \end{cases}$$

$$\alpha 0 := \frac{1}{250}$$

$$\theta 2 := 55$$

$$\theta 0 := 20$$

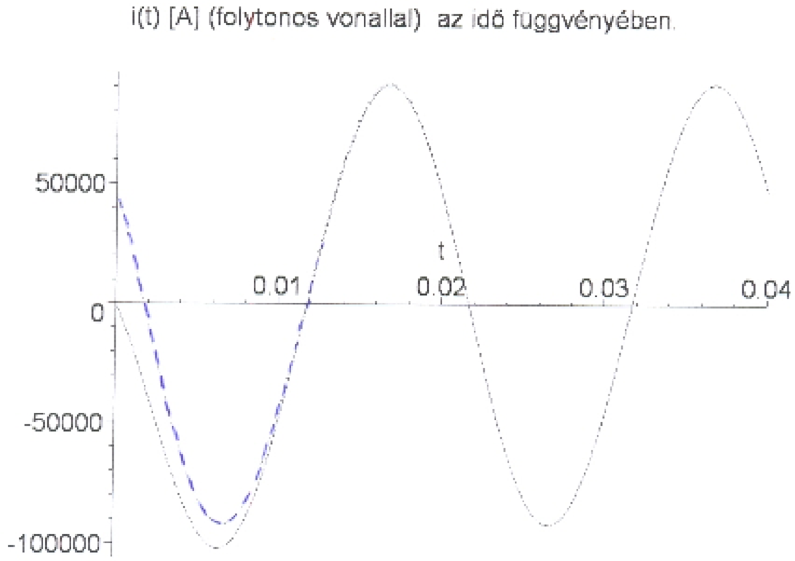
```
> Thetasin1:=solve(eqn2,thetasin1);
```

$$Thetasin1 := 55.55448032$$

• Az egyenletet a programmal megoldva $\Theta_{sin1} = 55,5544\,°C$ -t kaptam.

B típusú megszakító esetén meg kell határozni a harmadik nullátmenet idejét. Az i(t) [A] függvény exponenciális tagjából adódó tranziense a 3. nullátmenetre már lecseng (ez az alábbi ábrán látható) ezért a nullátmenet idejét a koszinuszos függvénnyel (tisztán koszinuszos) határoztam meg.

```
> plot ( {
65000*sqrt(2)*(cos(100*Pi*t+1.96-0.92729)),65000*sqrt(2)*(cos(100*Pi*t+1.96-0.92729)-c
os(1.96-0.92729)*exp(-t/(4.244*10^(-3))))},t=0..0.04,title="i(t)  [A]  (folytonos
vonallal)  az idő függvényében.",linestyle=[SOLID,DASHDOT]);
```




```
> eqn4:=cos (100*Pi*t+1.96-0.92729)=0;
```

$$eqn4 := \cos(100\,\pi\,t + 1.03271) = 0$$

Mostmár felírhatjuk az $u_L(t)$ függvényt. t_{olv} időpontig a biztosító átvezet, ellenállását 0-nak tételezzük fel. $t_{olv} < t < t_{műk}$ időtartományban $u_L(t) = u(t) - i(t)\cdot R - L\cdot\frac{di(t)}{dt}$ míg $t_{műk}$ után felveszi $u(t)$ értékeit. A függvény alább látható.

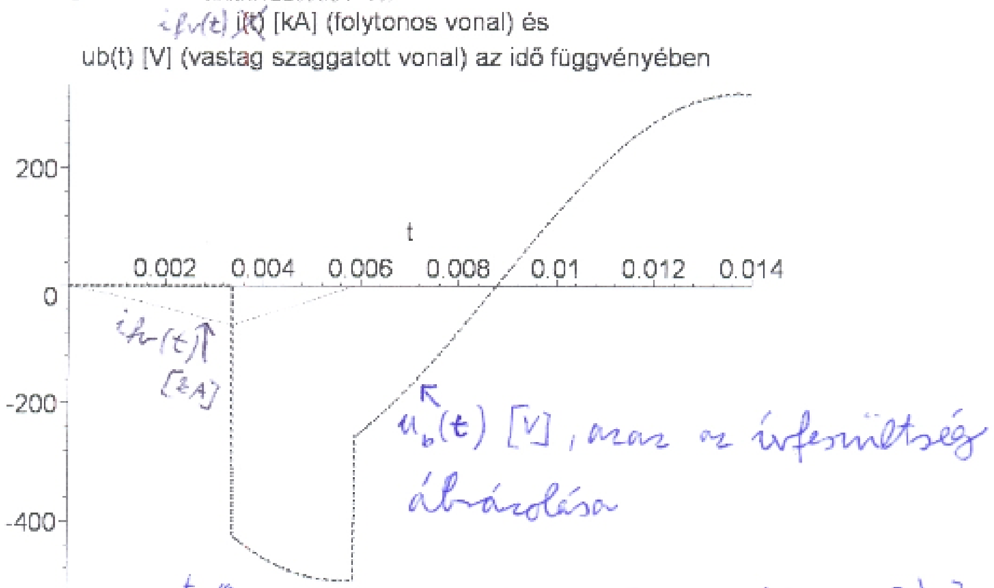
```
ux(t):= piecewise(t<tolv,0,uR(t)-9.0474e-6*diL(t)); plot ([ ifv(t)/1000,ux(t)
],t=0..0.014,title="ifv(t)[kA] (folytonos vonal) és \nub(t) [V] (vastag szaggatott vonal)
az idő függvényében",linestyle=[DASH,SOLID],thickness=[3,0]);
```

$$ux(t) := \begin{cases} 0, & t < .003372205351 \\ \end{cases}$$

$$\frac{400}{3}\sqrt{3}\sqrt{2}\cos(100\pi t + 1.96)$$

$$-.00213175\left(\begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 65000\sqrt{2}\,(\cos(100\pi t + 1.03271) - .5124936771\, e^{(-235.5267872\, t)}) & t < .003372205351 \\ -157524.8289 + .2682549732\ 10^{8}\, t & t < .005872205351 \\ 0 & otherwise \end{cases}\right)$$

$$-.90474\ 10^{-5}\left(\begin{cases} 0 & t < .003372205351 \\ undefined & t = .003372205351 \\ .2682549732\ 10^{8} & t < .005872205351 \\ undefined & t = .005872205351 \\ 0 & .005872205351 < t \end{cases}\right), otherwise$$



A csatlakozó vezetékre igaz: $\int_0^{t_{műk}} i_{fv}^2(t) = A_{sin}^2 \cdot \frac{c_0}{\rho_0\cdot\alpha_0} \ln\left[\frac{1+\alpha_0(\Theta_{sin1}-\Theta_0)}{1+\alpha_0\cdot(\Theta_2-\Theta_0)}\right]$

```
> eqn2:=
int((ifv(t))^2,t=0..tmuk)=Asin^2*(c0/(rho0*alpha0))*ln((1+alpha0*(thetasin1-theta0))/(
1+alpha0*(theta2-theta0)));
Asin:=60*10^(-3)*5*10^(-3);c0:=3.4*10^6;rho0:=1.75*10^(-8);alpha0:=4*10^(-3);theta2:=5
5;theta0:=20;
```

$$eqn2 := .8496548414\ 10^{7} = .4857142858\ 10^{17}\, Asin^2 \ln\left(\frac{46}{57} + \frac{1}{285}\, thetasin1\right)$$

$$Asin := \frac{3}{10000}$$

$$c0 := .34000000\ 10^{7}$$

$$\rho 0 := .1750000000\ 10^{-7}$$

```
> t0:=solve (eqn4,t);
```

$$t0 := .001712781974$$

```
> t3:=t0+0.01*3;
```

$$t3 := .03171278197$$

t_0 most az exponenciális tag nélküli, tisztán koszinuszos tag első nullátmenetének idejét jelenti. Ehhez hozzáadva a hálózati periódusidő felének a háromszorosát megkapjuk a t_3 ~~időtartalo~~ időt, azaz a 3. nullátmenet idejét.

Most a sínre: $\int_0^{t_3} i^2(t) = A_{sín}^2 \cdot \frac{c_0}{\rho_0 \cdot \alpha_0} \cdot \ln\left[\frac{1+\alpha_0(\Theta_{sín2}-\Theta_0)}{1+\alpha_0\cdot(\Theta_2-\Theta_0)}\right]$

```
>
eqn5:=
int((i(t))^2,t=0..t3)=Asin^2*(c0/(rho0*alpha0))*ln((1+alpha0*(thetasin2-theta0))/(1+alpha0*(theta2-theta0)));
Asin:=60*10^(-3)*5*10^(-3);c0:=3.4*10^6;rho0:=1.75*10^(-8);alpha0:=4*10^(-3);theta2:=55;theta0:=20;
```

$$eqn5 := .1411563856\ 10^{9} = .4371428572\ 10^{19} \ln\left(\frac{46}{57} + \frac{1}{285}\, thetasin2\right)$$

$$Asin := \frac{3}{10000}$$

$$c0 := .34000000\ 10^{7}$$

$$\rho 0 := .1750000000\ 10^{-7}$$

$$\alpha 0 := \frac{1}{250}$$

$$\theta 2 := 55$$

$$\theta 0 := 20$$

```
> Thetasin2:=solve(eqn5,thetasin2);
>
```

$$Thetasin2 := 64.35303807$$

```
>
```

- Az egyenletet MAPLE-val megoldva $\Theta_{sín2}$ értékére 64,353 °C adódott.