

# FIZIKAI OPTIKA I. – AZ INTERFERENCIA

*Az alaptudományokkal sokféle okból foglalkozunk; a pusztá izgalom érzéséért, az emberi kultúra gazdagításának örömeért, a nagy mesterek generációinak munkássága iránti tiszteletből, valamint abból a belső kényszerből, hogy elsőként publikáljunk, s híresek legyünk.*

LEON M LEDERMAN az 1988 évi Nobel díjas (Melvin Schwartzal és Jack Steinberggel)  
Az alaptudomány értéke („The Value of Fundamental Science”  
*Scientific American* 251, 40. (Nov 1984))

## 38.1 Bevezetés

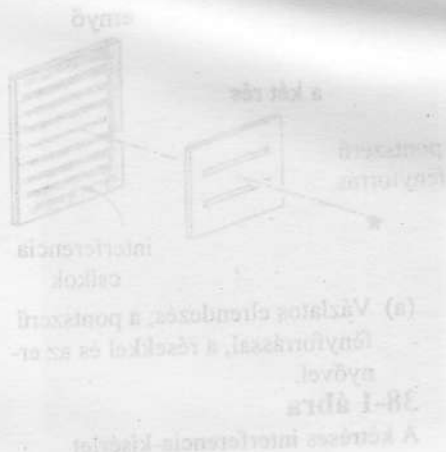
Maxwell elektromágneses elmélete a fényt geometriai (üres) térben terjedő elektromos és mágneses térerősségek hullámaiként írja le. A következő néhány fejezetben azokat a jelenségeket tárgyaljuk, amelyek ezeket a *hullámszerű* tulajdonságokat bizonyítják.<sup>1</sup> Jóllehet a fény visszaverődésének és törésének a törvényeit a fény hullámmodelljével értelmeztük, ezek a törvények ugyanilyen könnyedén levezethetők a fény részecskemodelljével is. Newton volt az első, aki a részecskemodellt aránylag részletesen kidolgozta, megmagyarázva a fényvisszaverődés és a fénytörés részleteit ezen az alapon. Most azonban, amikor a fény interferencia-, elhajlási és polarizációs jelenségeit tárgyaljuk, Newton részecskemodellje nyilvánvalóan működésképtelenné bizonyul. Csak a hullámmodell látszik alkalmasnak e jelenségek magyarázatára.

## 38.2 Kétréses interferencia

1802-ben és 1803-ban Thomas Young<sup>2</sup> az angol Királyi Társaságban (Royal Society) tartott előadásában a fény természetének értelmezésére hullámmodellt javasolt. Ez a Newton-féle részecskeelmélet elvetését jelentette. Young átlátszatlan ernyőn lévő két kicsiny lyukon áthaladó fényt megfigyelve meg-

<sup>1</sup> Meg kell említeni, hogy a látható fény, csakúgy, mint az elektromágneses sugárzás minden formája kettős természetű, s e kettő látszólag ellentmond egymásnak. A fény, terjedése során hullámként, ahogyan azt a 41. fejezetben fogjuk bemutatni, míg az anyag által elnyelt sugárzás mindig részecskeként viselkedik. A fény duális (kettős) természete – az, hogy a fényjelenségeket bizonyos körülmények között hullámok, más esetekben a részecskék segítségével magyarázhatjuk – a sugárzás és az anyag tulajdonságainak megértésében központi jelentőségű.

<sup>2</sup> Thomas Young (1773–1829) kimagasló tehetségű angol orvos-természetbúvár volt, aki nemcsak a fény hullámelméletéhez és a fényérzékelés három-szín-elméletéhez járult hozzá, hanem maradandóan jelentőset alkotott az egyiptológia területén is. Nagyrészt az ő erőfeszítésein múlott, hogy a Rosetta-kő szövegét, mely az egyiptomi hieroglifák megfejtése szempontjából kulcsfontosságú volt, meg lehetett fejteni.



(a) Változó elmozdulású, a pozitív irányban haladó két fényhullám interferenciája. A kétszeres amplitúdó a középső irányban, a kétszeres amplitúdó a szélső irányban.

(b) Végzőléc elmozdulású, a pozitív irányban haladó két fényhullám interferenciája. A kétszeres amplitúdó a középső irányban, a kétszeres amplitúdó a szélső irányban.

(c) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(d) Két fényhullám ellentétes fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(e) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(f) Két fényhullám ellentétes fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(g) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

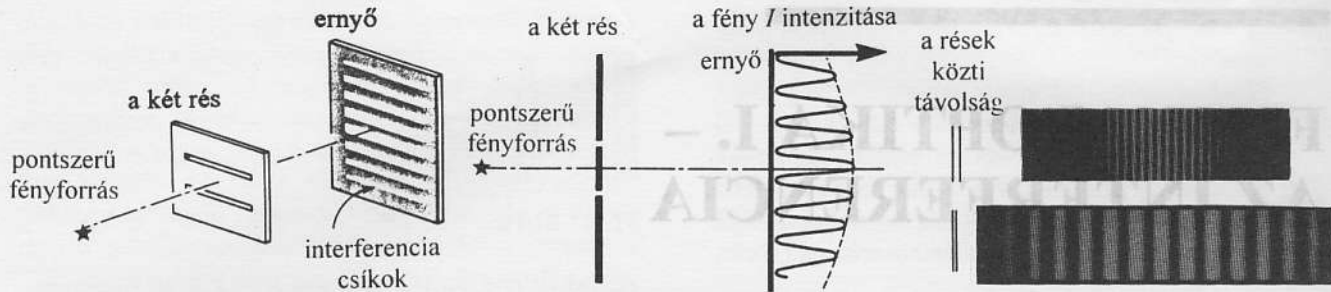
(h) Két fényhullám ellentétes fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(i) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(j) Két fényhullám ellentétes fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(k) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.

(l) Két fényhullám ellentétes fázisban szuperponálódva kétszeres amplitúdóval terjed tovább.



(a) Vázlatos elrendezés; a pontszerű fényforrással, a résekkel és az ernyővel.

(b) A fényintenzitás eloszlása az ernyőn.

(c) Ha a rések közötti távolság csökken, akkor a csíkok közötti távolság nő.

**38-1 ábra**

A kétréses interferencia-kísérlet

állapította, hogy a kettős lyuk mögé helyezett érzékelő ernyőn világos és sötét gyűrűk jelennek meg. Később, nagyobb fényintenzitás biztosítására a jelenséget két réssel is bemutatta, (lásd a 38-1 ábrát). (Az ábra nem méretarányos. Tipikus esetben a rések távolsága kb. 0,5 mm, az ernyő a résektől kb. 2 m távolságra van, amelyen kb. 2 mm távolságú vonalsereg keletkezik.)

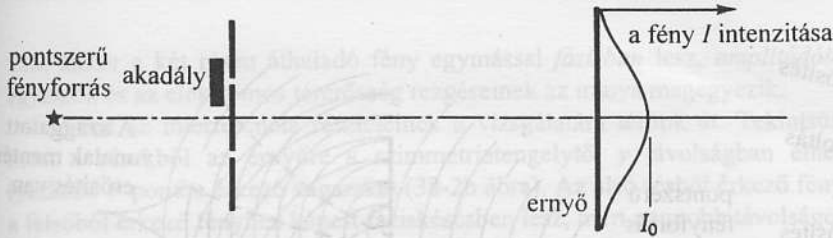
A geometriai optika jelenségeivel ellentétben ez a gyűrűs-(csíkos)-mintázat nem magyarázható meg a fény egyszerű részecskeelméletével. Ennek oka a következő: Ha az egyik rést lefedjük, az eredmény az egész ernyő megvilágítása, ahogyan a 38-2a ábra mutatja. Mindegy, hogy melyik rést fedjük le, az ernyő megvilágítása egyetlen nyitott rés esetén mindig ugyanaz a széles folt. Tegyük fel, hogy most mindkét rést kinyitjuk. Ha a fény egyszerűen csak részecskék áramából állna, ahogyan Newton javasolta, akkor két nyitott rés esetén a két egyedi megvilágításnak össze kellene adódnia, azaz csupán az eredeti megvilágítás kétszeresét kellene elvárjunk. Ehelyett fényes és sötét csíkokból álló mintázat áll elő. Sőt, ami még meglepőbb, a két rés szimmetriatengelye mentén az intenzitás most *négyszer* akkora, mint amikor csak egy rés volt nyitva (ahelyett, hogy csak kétszer akkora lenne). Ebből nyilvánvaló, hogy a két résen áthaladó fény intenzitása nem egyszerűen a két intenzitás összegezéséből adódik.

A csíkos mintázatot az magyarázza, hogy az ernyőn az egyes résekből érkező fényhullámok szuperponálódnak. Az ernyő adott pontjában a két hullám *azonos fázisban* találkozhat, ekkor erősítik egymást, s ezáltal különösen erős fényfoltot hoznak létre. Más helyen a hullámok egymáshoz képest *fáziseltéréssel* érkehetnek és így leronthatják egymást (lásd a 38-3 ábrát). A fényhullámok *interferenciája* hozza létre a világos és sötét csíkokból álló *interferenciaképet* nevezett mintázatot.

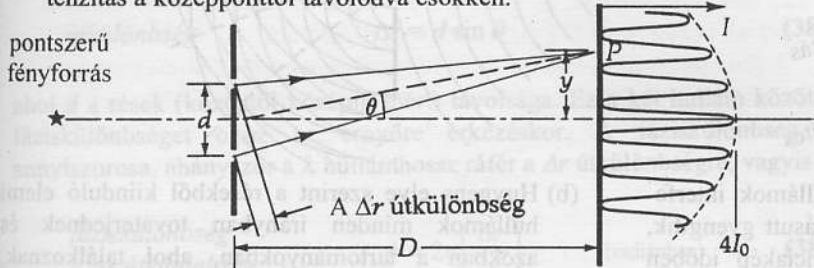
Az interferenciakép létrejöttének az a feltétele, hogy a két résből érkező fény **koherens** legyen:

**KOHERENCIA:** Két fényforrásból (vagy bármely más hullámtípus forrásából) jövő hullám akkor koherens, ha hullámhosszuk egyenlő és fáziskülönbségük bármely időpontban ugyanakkora.

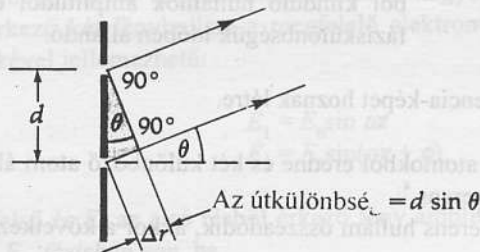
Ha a két fényforrásból különböző hullámhosszú fény érkezik, akkor a fáziskülönbségük nem maradhat állandó. Így csak a *monokromatikus* –



(a) Ha csak egy rés van nyitva, az ernyő megvilágítása szórt jellegű, az intenzitás a középponttól távolodva csökken.



(b) Ha mindkét rés nyitva van, az ernyőn egymástól egyenlő távolságban fényes és sötét csíkok jelennek meg.



(c) Ha az ernyő az  $y$ -hoz és a  $d$ -hez képest nagyon nagy távolságra van a résektől, akkor a két sugarat lényegében párhuzamosnak tekinthetjük. Ezzel a közelítéssel az árnyékolt háromszög derékszögű és a sugarak közötti útkülönbség  $\Delta r = d \sin \theta$ .

**38-2 ábra**

Ha az ernyőt két résen át koherens fénnel világítjuk meg, interferencia jön létre.

a csak egyetlen frekvenciával, színnel, hullámhosszal jellemezhető – fény lehet koherens.<sup>3</sup>

Amint majd a 44. fejezetben látni fogjuk, a fény az atomokban végmenő energiaátmenet során jön létre. Minden energiaátmenet véges hosszúságú hullámvonulatot hoz létre, lásd a 38-3b ábrát. Ha egyetlen hullámvonulat világítja meg mindkét rést, akkor a két rés pontjaiból kiinduló elemi hullámok szükségképpen koherensek lesznek, mert ezeket ugyanaz a hullámvonulat hozta létre. A 38-2 ábrán vázolt kísérleti összeállítás geometriája olyan, hogy a pontszerű fényforrás egyes atomjai által kibocsátott hullámvonulatok a két rést azonos fázisban érik, tehát a résekből kiinduló elemi hullámok közötti fáziskülönbség mindenkor zérus. (Más geometriai elrendezésben ez a fáziskülönbség egy másik, de ugyancsak állandó érték lehet.) Ez az állandó fáziskülönbség és az összeállítás geometriai elrendezése az, ami az ernyőn tapasztalt interferenciaképet meghatározza.

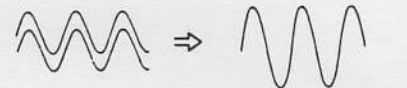
Ezzel szemben, ha az egyes réseket nem ugyanazzal a fényforrással világítanánk meg, akkor nem jönne létre interferencia, mert a két résből kiin-



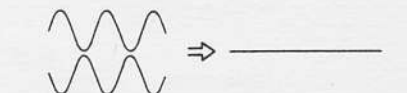
(a) Végtelen hullámvonulat részlete



(b) Véges hosszúságú hullámvonulat. A kis nyomású gázkisülési csőből érkező látható fényhullámvonulat kb. egy méter hosszúságú, azaz több millió hullámhossznyi.



(c) Két fényhullám azonos fázisban szuperponálódva különösen erős fényt hoz létre. Ez az erősítő interferencia.

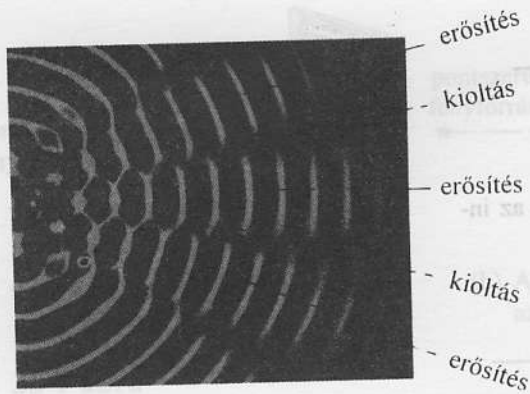


(d) Ha két fényhullám 180°-os fáziskülönbséggel találkozik, akkor (egyenlő amplitúdók esetén) a szuperpozíciójuk sötétséget (zérus intenzitást) hoz létre. Ez a kioltó interferencia.

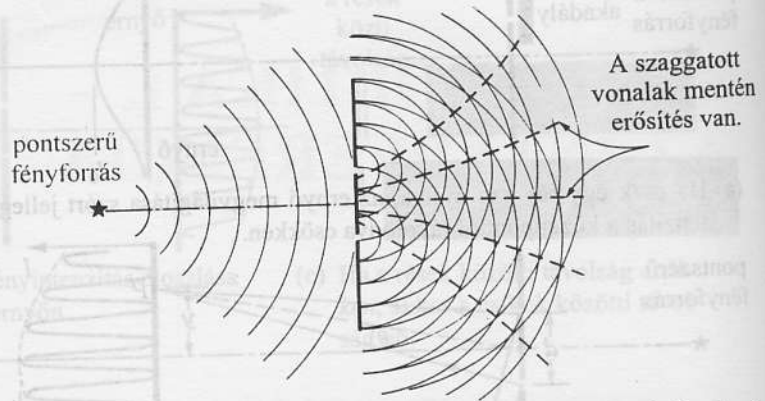
**38-3 ábra**

Két koherens fény szuperpozíciójának eredménye erősen függ a két hullám közötti fáziskülönbségtől. A fáziskülönbség nem csak úgy lehet állandó, hogy maximális erősítés (c ábra), vagy kioltás (d ábra) jöjjön létre, hanem egyéb esetekben is. Ekkor az eredő fényesség a zérus és a maximális között lesz.

<sup>3</sup> A gyakorlatban egyetlen fényforrás sem szigorúan monokromatikus. De ilyen forrás közelítőleg előállítható a kis nyomású gázkisülési csövekkel, melyek igen szűk hullámhosszintervallumban bocsátanak ki fényt. Így például, a higany színképeben az 546,075 nm hullámhosszúságú zöld vonal kb.  $\pm 0,001$  nm szélességű. A hélium-neon-lézer által kibocsátott 632,8165 nm-es vörös fény 632,8165 nm relatív vonal szélessége mindössze kb.  $1:10^9$ .



(a) Két koherens forrásból származó víz hullámok interferencia révén egyes helyeken erősítik, másutt gyengítik, esetleg kioltják egymást. Az interferenciakép időben nem változik.



(b) Huygens elve szerint a résekből kiinduló elemi hullámok minden irányban tovaterjednek és azokban a tartományokban, ahol találkoznak, interferálnak egymással. Ha a rések képest szimmetrikusan helyezkednek el, a résekből kiinduló hullámok amplitúdói egyenlők, és fáziskülönbségük időben állandó.

**38-4 ábra**

A koherens forrásokból származó hullámok állandósult interferencia-képet hoznak létre.

duló fény különböző atomokból eredne és két különböző atom által kibocsátott fény sohasem koherens.<sup>4</sup>

Amikor két koherens hullám összeadódik, akkor a következő fontos elvet illusztrálják:

**A LINEÁRIS SZUPERPOZÍCIÓ ELVE<sup>5</sup>**

**Amikor két hullám szuperponálódik, akkor az eredő hullám pillanatnyi értéke minden pontban az összetevő hullámok pillanatnyi értékének az összege.**

A lineáris szuperpozíció elve a fizikai optika egyik legfontosabb alapelve, de az a fizika más területein is fennáll.

Összefoglaljuk a fényhullámok állandósult interferenciaképének létrejöttéhez szükséges feltételeket. A Young-féle kétréses interferenciakísérletben két hullám szuperpozícióját vizsgáljuk.

**TRANSZVERZÁLIS HULLÁMOK INTERFERENCIÁJÁNAK FELTÉTELEI**

- (1) A két résből kiinduló hullámoknak *koherenseknek* kell lenniük. Vagyis: a hullámhosszuk megegyezik és a fáziskülönbségük az időben állandó.
- (2) Az elektromos térerősség rezgéseinek a síkja meg kell, hogy egyezzen, hogy a lineáris szuperpozíció elve érvényes legyen.

Az alábbi tárgyalás során mindig feltesszük, hogy ezek a feltételek fennállnak. Ha a réseket pontszerű fényforrással világítjuk meg, akkor ezek a feltételek teljesülnek (38-4 ábra). Ha a fényforrás a két réstől egyenlő távolságra

<sup>4</sup> A lézer-fény nem ilyen. Mint azt a 44.10 pontban látni fogjuk, a lézerben az összes atom fázisban és frekvenciában „össze van kapcsolva”, s így a fény a nyáláb minden részében koherens.

<sup>5</sup> Nem foglalkozunk olyan hullámokkal, amelyek nemlineáris módon adódnak össze. Az ilyen nemlineáris esetek többnyire nagyon nagy amplitúdójú hullámokkal kapcsolatosak. Ez a feltétel a szuperpozíció elv teljesüléséhez nem szükséges. A világos és sötét csíkokból álló interferenciakép létrejöttéhez azonban igen. (A fordító megjegyzése)

van, akkor a két résen áthaladó fény egymással *fázisban* lesz, *amplitúdóik egyenlők* és az elektromos térerősség rezgéseinek az iránya megegyezik.

Most az interferencia részleteinek a vizsgálatára térünk át. Tekintsük most a résekből az ernyőre a szimmetriatengelytől  $y$  távolságban elhelyezkedő  $P$  pontba érkező sugarakat (38-2b ábra). Az alsó résből érkező fény a felsőből érkező fényhez képest fáziskésésben lesz, mert nagyobb távolságot kell megtennie. A 38-2c ábra szerint ez a  $\Delta r$  útkülönbség:

$$\text{útkülönbség} \quad \Delta r = d \sin \theta \quad (38-1)$$

ahol  $d$  a rések (középtől középig mért) távolsága. Ez a két hullám között  $\Phi$  fáziskülönbséget okoz az ernyőre érkezéskor. A fáziskülönbség  $2\pi$  annyszorosa, ahányszor a  $\lambda$  hullámhossz ráfér a  $\Delta r$  útkülönbségre, vagyis

$$\text{fáziskülönbség} \quad \phi = 2\pi \left( \frac{\Delta r}{\lambda} \right) \quad (\text{radiánban}) \quad (38-2)$$

a  $\Delta r$  útkülönbség miatt

Jegyezzük meg, hogy  $\Phi$  nagyobb mint  $2\pi$ , ha  $\Delta r$  nagyobb mint  $\lambda$ . Az ernyő  $P$  pontjába érkező két fénycsoporthullám a megfelelő elektromos térerősségek pillanatnyi értékével jellemezhető:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \quad (38-3)$$

$$\text{és} \quad E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi), \quad (38-4)$$

ahol  $E_1$  a felső és  $E_2$  az alsó résből érkező fény amplitúdója. Megjegyezzük, hogy  $E_1$  és  $E_2$  *fázisban* van, ha

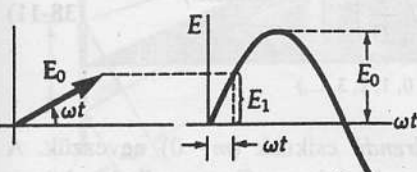
$$\phi = m2\pi, \quad (38-5)$$

ahol  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , ami az  $E = 2 E_0 \sin \omega t$  eredő hullámhoz vezet.

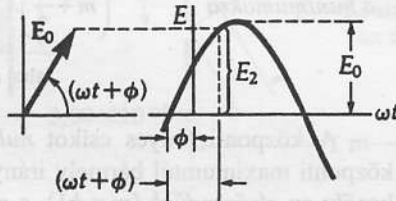
A  $\Phi$  fáziskülönbség közbeeső értékeire a legkönnyebben a *fázisvektorok* segítségével kaphatjuk meg az eredő hullámot. (A fázisvektorokat a 34. fejezetben alkalmaztuk pl. az AC-körök csomópontjaiba befutó váltakozó áramok összeadásakor). A (38-3) egyenlet azt mutatja, hogy az  $E_1$  pillanatnyi térerősség az  $\omega$  szögsebességgel forgó  $E_0$  vektor függőleges vetülete (38-5a ábra). Hasonlóképpen  $E_2$  az ugyancsak  $\omega$  szögsebességgel forgó  $E_0$  fázisvektor függőleges vetülete, de ez  $\phi$  szöggel az (a)-beli fázisvektor előtt jár. Ezt a 38-5b ábra mutatja. Az  $E_3$  eredő az  $E_1$  és  $E_2$  *függőleges vetületének* összege.

$$E_3 = E_1 + E_2 = E_0 \sin \omega t + E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

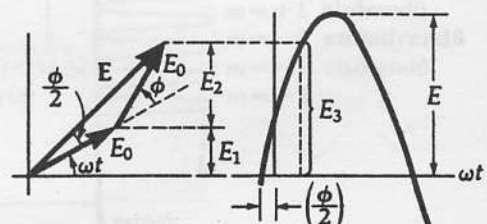
$$E_3 = E_1 + E_2 = E_0 \sin \omega t + E_0 \sin(\omega t + \phi)$$



(a)  $E_1 = E_0 \sin \omega t$



(b)  $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$



(c)  $E_3 = E \sin(\omega t + \frac{\phi}{2})$

### 38-5 ábra

Fázisvektordiagram az  $E_1$  és  $E_2$  hullámokra, valamint az  $E_3 = E_1 + E_2$  összegükre.

A 38-5c ábra azt mutatja, hogy az (a) és a (b) képen látható forgó  $E_0$  fázisvektorok összegének függőleges vetülete  $E_3$ , amit egyszerű trigonometriai szabályok alkalmazásával (lásd a D Függelék) a következő alakban írhatunk fel:

$$E_3 = \underbrace{2E_0 \cos \frac{\phi}{2}}_{\text{amplitúdó}} \sin \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right), \quad (38-6)$$

Itt  $2E_0 \cos(\phi/2)$  mindkét  $E_0$  fázisvektornak az  $E$  irányába eső vetülete és  $\omega t + \phi/2$  az a szög, amit  $E$  a vízszintes tengellyel bezár.

A fény intenzitása arányos az eredő hullám amplitúdójának négyzetével

$$I \propto \left( 2E_0 \cos \frac{\phi}{2} \right)^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

Fejezzük ki az  $I$  intenzitást a két részből álló rendszer  $\phi = 0$  szimmetriatengelyén kialakuló maximális  $I_0$  intenzitással:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad (38-7)$$

Így a maximum a  $(\phi/2) = m\pi$ , azaz a  $\phi = m2\pi$  helyeken lép fel, ami összhangban van a tapasztalatoknak megfelelő korábbi megállapításainkkal (lásd a (38-5) egyenletet).

Összefoglalva ennek a relációnak a tartalmát, látható, hogy az intenzitáseloszlás *maximumainak* helye (vagyis a fényes gyűrűk/csíkok centrumának helye) ott van, ahol a  $\Delta r$  útkülönbség a hullámhossz *egész* számú többszöröse:

KÉTRÉSES INTERFERENCIAKÉP FELTÉTELE	a <i>maximumok</i> (fényes csíkok)	$m\lambda = d \sin \theta$	(38-8)
---	---------------------------------------	----------------------------	--------

(ahol  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

Hasonlóan a *minimumoknak* (a sötét csíkok középvonalának) a helyét az határozza meg, hogy ott az útkülönbség a hullámhossz *felének páratlan-számú* többszöröse:

a <i>minimumok</i> (sötét csíkok)	$\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = d \sin \theta$	(38-9)
--------------------------------------	---	--------

(ahol  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

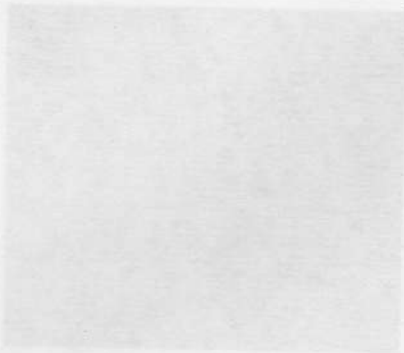
A gyakorlatban a  $D \gg y$  és így  $\sin \theta \approx \tan \theta = \theta$ . A tangens függvény közelítésének felhasználásával a fenti egyenletet felírhatjuk így is:

a <i>maximumokra</i> ,	$m\lambda = d \left( \frac{y}{D} \right)$	(a kis szögekre vonatkozó kö- zelítéssel)	(38-10)
------------------------	---	---	---------

a <i>minimumokra</i> ,	$\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = d \left( \frac{y}{D} \right)$	(38-11)
------------------------	--	---------

(ahol  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

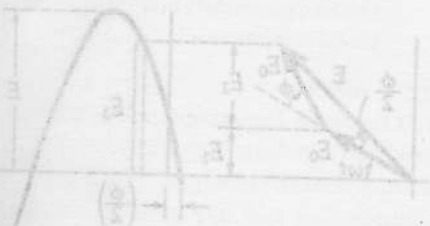
A központi fényes csíkot *nulladrendű* csíknak ( $m = 0$ ) nevezzük. A központi maximumtól bármely irányban elindulva, a fényes csíkok a következők: az *elsőrendűek* ( $m = \pm 1$ ), a *másodrendűek* ( $m = \pm 2$ ) és így tovább. A kétréses interferencia jellegzetes vonása, hogy amint a rések távolsága *csökken*, a csíkok távolsága *nő*. A fény hullámhosszának első kísérleti meghatározását ezzel a kétréses módszerrel még maga Young végezte el.



(a) Két síkhullám forrásból kiinduló...  
trücsk révén egyes helyeken erősíté-  
süket okoz egymást. Az intenzitás  
széleskörűen eloszlott.

38-5 ábra

A kétréses interferencia hullámhossz-  
mérésénél a két réstől kiinduló hullámok  
középpontjában a két hullám közötti  
útkülönbség nulla, így a két hullám között  
mindenütt teljes a konstruktív interferencia,  
vagyis a két hullám között mindenütt  
maximális az intenzitás.



$$(c) E = E_0 \sin \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right)$$

## 38-1 PÉLDA

Kétréses kísérletben 486 nm hullámhosszúságú fényt használunk és a rések távolsága 0,60 mm, az ernyő 2 m-re van a réstől. Mekkora a szomszédos fényes csíkok közötti távolság?

## MEGOLDÁS

A kis szögekre vonatkozó közelítést alkalmazva a (38-10) egyenlet az  $m$ -edik maximum  $y$  helyét így adja meg:

$$m\lambda = d\left(\frac{y}{D}\right)$$

A szomszédos maximumok közti távolság ezért

$$y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda D}{d} [(m+1) - m]$$

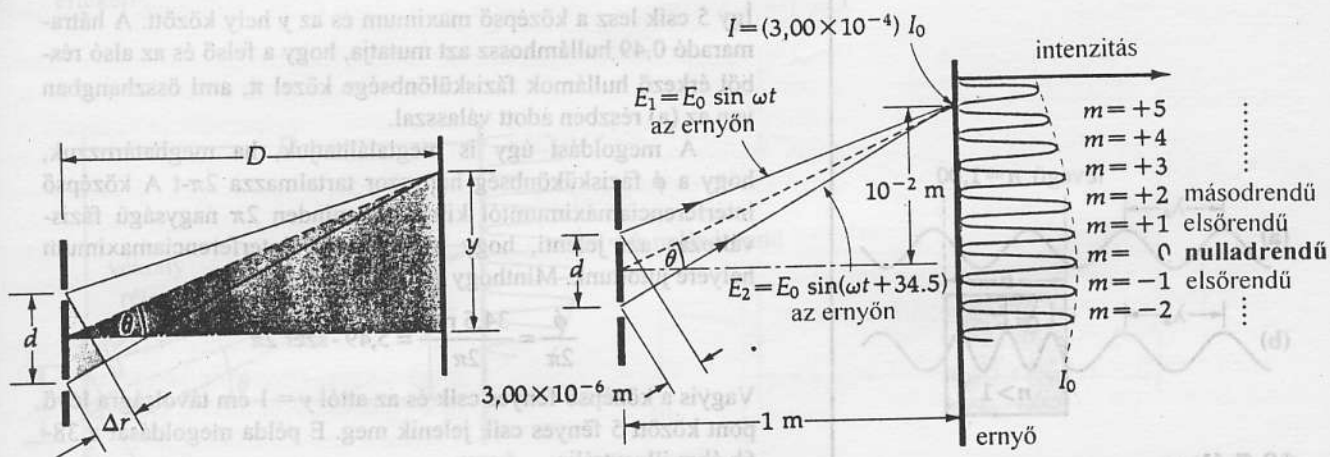
$$y_{m+1} - y_m = \frac{(486 \times 10^{-9} \text{ m})(2 \text{ m})}{(0,60 \times 10^{-3} \text{ m})} [1] = 1,62 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 1,62 \text{ mm}$$

Mint hogy ez a távolság a résnek az ernyőtől való távolságához képest kicsiny, a kis szögekre vonatkozó közelítés jogos volt.

## 38-2 PÉLDA

Vizsgáljuk a 38-6 ábrán bemutatott kísérleti elrendezést. A réseket higanygőzlámpa ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ ) világítja meg. Az ernyő  $D = 1 \text{ m}$  távolságban van a résektől és a rések távolsága egymástól 0,30 mm. (a) Mekkora az  $I$  fényintenzitás az interferenciakép közepétől



(a) Ha  $D \gg y$  és  $d$ , akkor a két árnyékolt háromszög hasonló.

(b) A számértékek. A rések távolsága és az interferencia-kép mérete erősen eltűzött.

## 38-6 ábra

A 38-2 példához

$y = 1$  cm-re, a középső csík  $I_0$  intenzitásához képest? (b) Határozzuk meg, hogy a középső csík és  $y$  között hány fényes csík van.

### MEGOLDÁS

- (a) A felső és az alsó részből kiinduló hullámok közti fáziskülönbség meghatározása érdekében a 38-6 ábrán bemutatott elrendezésnél először meghatározzuk a  $\Delta r$  útkülönbséget. A 38-2c ábrában használt közelítéssel élve és elfogadva, hogy  $\sin \Theta \approx \tan \Theta$ , megállapíthatjuk, hogy az ábra beárnyékolta háromszögei hasonlóak. Ezért a két háromszög megfelelő oldalai arányosak. Így  $\Delta r/y = d/D$ , vagyis

$$\Delta r = \frac{d}{D} y = \left( \frac{0,30 \times 10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ m}} \right) (1 \times 10^{-2} \text{ m}) = 3,00 \times 10^{-6} \text{ m}$$

A (38-2) egyenlet a fáziskülönbséget a  $\Delta r$  útkülönbség és a hullámhossz függvényében adja meg:

$$\phi = 2\pi \left( \frac{\Delta r}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{3 \times 10^{-6} \text{ m}}{5,46 \times 10^{-7} \text{ m}} \right) = 34,523 \text{ rad}$$

A (38-7) egyenlet alkalmazásával

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = (2,98 \times 10^{-4}) I_0$$

Eszerint az  $y$  pont igen közel fekszik egy minimális intenzitású helyhez.

- (b) Ha az ernyő mentén a centrális csíktól eltávolodunk, a  $\Delta r$  útkülönbség nő. Ha  $\Delta r$  teljes hullámhossznyiit nő, a két hullám, ami a két részből érkezik, újra fázisban lesz, vagyis elérkezünk a második fényes csíkhöz, és így tovább. Hány hullámhossz fér rá a  $\Delta r = 3,00 \times 10^{-6} \text{ m}$  teljes útkülönbségre?

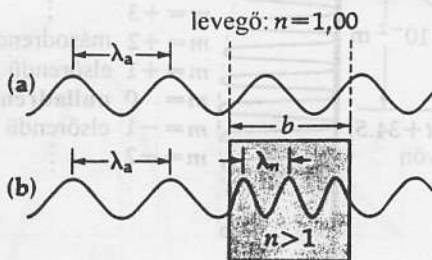
$$\frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^{-6} \text{ m}}{5,46 \times 10^{-7} \text{ m}} = 5,49 \text{ hullámhossz}$$

Így 5 csík lesz a középső maximum és az  $y$  hely között. A hátra maradó 0,49 hullámhossz azt mutatja, hogy a felső és az alsó részből érkező hullámok fáziskülönbsége közel  $\pi$ , ami összhangban van az (a) részben adott válasszal.

A megoldást úgy is megtalálhatjuk, ha meghatározzuk, hogy a  $\phi$  fáziskülönbség hányszor tartalmazza  $2\pi$ -t. A középső interferenciamaximumtól kiindulva minden  $2\pi$  nagyságú fázisváltozás azt jelenti, hogy a következő interferenciamaximum helyére jutottunk. Minthogy  $\phi = 34,5$  rad,

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{34,5 \text{ rad}}{2\pi} = 5,49\text{-szer } 2\pi$$

Vagyis a középső fényes csík és az attól  $y = 1$  cm távolságra lévő pont között 5 fényes csík jelenik meg. E példa megoldását a 38-6b ábra illusztrálja.



### 38-7 ábra

Fáziskülönbség előállítható azáltal is, hogy az egyik fénysugár útjába  $n$  törésmutatójú fénytörő közeget helyezünk.

Két fénysugár között, amit a két rés bocsát ki, úgy is előidézhetünk fáziskülönbséget, hogy az egyik fénysugár útjába az adott közegétől eltérő tö-



résmutatójú átlátszó anyagot helyezünk (lásd a 38-7 ábrát). Egy  $b$  vastagságú és  $n$  törésmutatójú fénytörő közeg használata megváltoztatja az arra az úthosszra eső hullámok számát. Ha a hullámhossz a levegőben  $\lambda_a$ , a levegőben a  $b$  úthossz  $b/\lambda_a$  számú hullámhosszat tartalmaz. Az  $n$  törésmutatójú anyagban a hullámhosszak rövidebbek  $\lambda_n = \lambda_a/n$ . Így a  $b$  távolság  $b/\lambda_n$  hullámhosszat fog tartalmazni, ami

$$\frac{b}{\left(\frac{\lambda_a}{n}\right)} = n\left(\frac{b}{\lambda_a}\right)$$

alakban is felírható. A hullámhosszak számának növekedése ezért

$$\left(\frac{nb}{\lambda_a} - \frac{b}{\lambda_a}\right) = \frac{b}{\lambda_a}(n-1) \quad (38-12)$$

Mint hogy a  $2\pi$  fáziskülönbség egy teljes hullámhossznyi útkülönbségnek felel meg, a  $\phi$  fáziskülönbség a következő alakban adódik:

Fáziskülönbség, amit az egyik fénysugár útjába tett  $b$  szélességű  $n$  törésmutatójú anyag okoz,

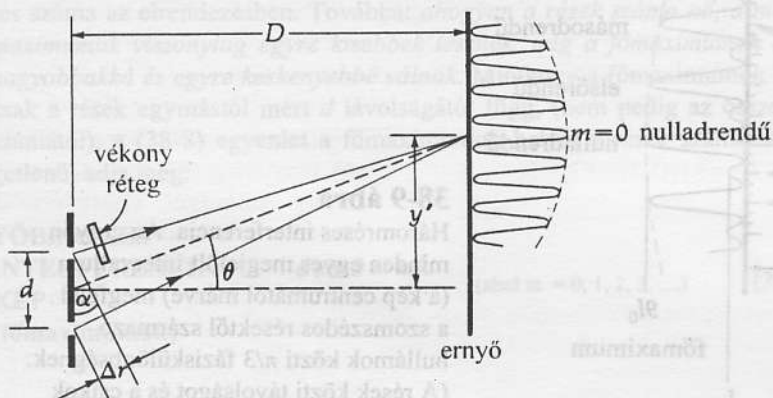
$$\phi = 2\pi\left(\frac{b}{\lambda_a}\right)(n-1) \quad (38-13)$$

(ahol  $\lambda_a$  a hullámhossz a levegőben)

A következő példa azt világítja meg, hogy az interferenciakép mennyire érzékeny a törésmutatónak az egyik fénysugár útjában bekövetkező kis változására.

### 38-3 FELADAT

Vizsgáljuk a 38-8 ábrán bemutatott kétréses elrendezést, ahol a rések távolsága  $0,30$  mm és az ernyő  $D = 1$  m távol van. Helyezzünk el egy igen vékony  $b = 0,050$  mm vastagságú és  $n = 150$  törésmutatójú átlátszó műanyagfóliát csupán a felső rés elé, (ez kb. e papírlap vastagságának felel meg). Ennek eredménye az, hogy az interferenciakép  $y'$  távolsággal felfelé elmozdul. Adjuk meg ennek az értékét!



**38-8 ábra**  
A 38-3 példához

### MEGOLDÁS

A középső maximum a zérus fáziskülönbségnek felel meg. Így a  $\Delta r$  távolságtöbbletnek, amit az alsó résből induló fénysugárnak kell megtennie, azt a fázistöbbletet kell kiegyenlítenie, amit a felső résből induló fénysugáron a műanyagfólia okoz. Ezért a  $\phi$  fáziskülönbséget a (38-13) egyenlet adja meg;

$$\phi = 2\pi \left( \frac{b}{\lambda_a} \right) (n-1)$$

A megfelelő  $\Delta r$  útkülönbség pedig a (38-2) egyenlet szerint

$$\Delta r = \phi \left( \frac{\lambda_a}{2\pi} \right) = 2\pi \left( \frac{b}{\lambda_a} \right) (n-1) \left( \frac{\lambda_a}{2\pi} \right) = b(n-1)$$

Jegyezzük meg, hogy a fény hullámhossza ebben az egyenletben nem szerepel. A 38-8 ábrán a két résből származó fénysugarak közel párhuzamosak, így a  $\theta$  szög kifejezhető a

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta r}{d} = \frac{y'}{D}$$

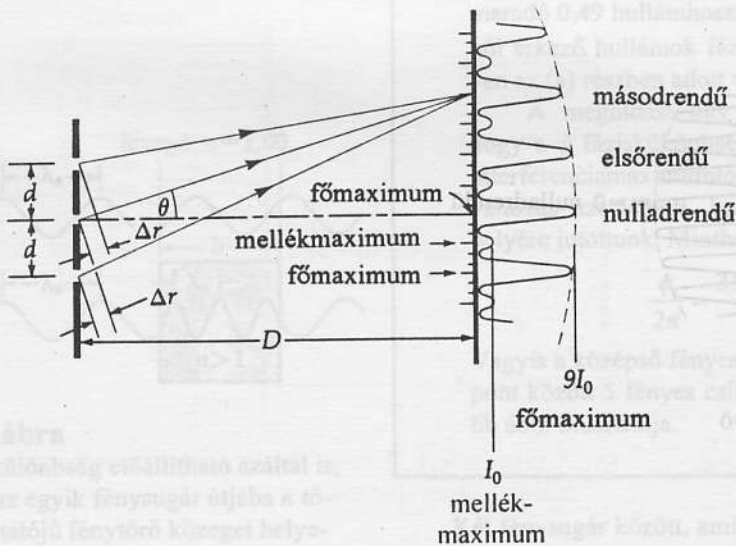
alakban is. Ezeket a kifejezéseket egyenlővé téve és  $y'$ -re megoldva adódik, hogy

$$y' = \Delta r \left( \frac{D}{d} \right) = \frac{b(n-1)D}{d}$$

$$y' = \frac{(5 \times 10^{-3} \text{ m})(1,5-1)(1 \text{ m})}{(3 \times 10^{-4} \text{ m})} = 0,0833 \text{ m} = 8,33 \text{ cm}$$

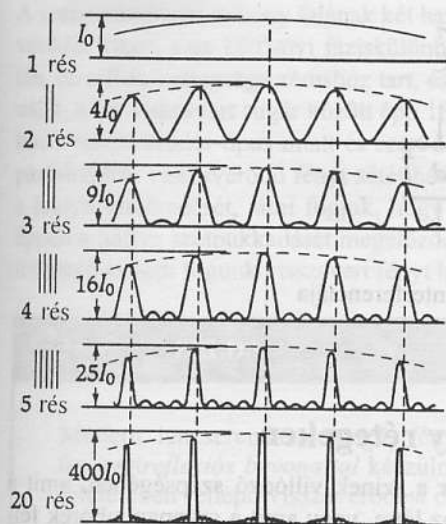
### 38.3 Többréses interferencia

A fázisvektorok technikája, amit az előző pontban a kétréses interferenciaképletre alkalmaztunk, könnyen általánosítható három- vagy többréses fényinterferencia tárgyalására is. A rések fizikai elrendezése hasonló a



38-9 ábra

Háromréses interferencia. Az ernyőn minden egyes megjelölt intervallum (a kép centrumától mérve) megfelel a szomszédos résektől származó hullámok közti  $\pi/3$  fáziskülönbségnek. (A rések közti távolságot és a csíkok távolságát az áttekinthetőség kedvéért eltűzoltük.)



38-11 ábra

A többréses interferencia. A rések számának növekedésével (ha a nyílások közti távolság azonos marad) a főmaximumok ugyanazon a helyen maradnak, de egyre

keskenyebbek és egyre nagyobb intenzitásúak lesznek. Az éles csúcsok intenzitása a rések számának négyzetével arányosan nő. Vegyük észre a függőleges tengely skálájának változását.

kétréses esetéhez. Azonban, ahogyan a 38-9 ábra mutatja, a mintázat egészen más lesz; egymást követő nagy(obb) és kis(ebb) maximumok sorozatát kapjuk. (Ezeket rendre *primér* és *szekundér* maximumoknak is nevezik.) A nagy maximumok (főmaximumok) ugyanazon törvényszerűség szerint követik egymást, mint a kétréses esetben, ha a rések  $d$  távolsága (a rések középvonalai között) ugyanakkora.

A három résen áthaladó fény interferenciaképének jellegzetességeit a fázisvektorok segítségével érthetjük meg (38-10 ábra). A középső maximumban a három térerősség-fázisvektor azonos fázisban van; innen bármely irányban a szomszédos résekből származó hullámok fázisvektorainak  $\phi$  fáziszöge növekszik. Intenzitásmaximum  $\phi = \pi/3$  szögenként alakul ki. Vegyük észre, hogy a nagyobb vagy fő [(a) és (g)] és kisebb vagy mellékmaximumok (d) felváltva követik egymást.

Ha a rések száma nő, ezzel együtt nő a mellékmaximumok száma is a főmaximumok között, ahogyan a 38-11 ábra mutatja. A két főmaximum közé eső mellékmaximumoknak a száma mindig *kettővel kevesebb*, mint az összes rések száma az elrendezésben. Továbbá: *ahogyan a rések száma nő, a mellékmaximumok viszonylag egyre kisebbek lesznek, míg a főmaximumok egyre nagobbakká és egyre keskenyebbé válnak*. Minthogy a főmaximumok helye csak a rések egymástól mért  $d$  távolságától függ, (nem pedig az összes rések számától), a (38-8) egyenlet a főmaximumok helyét a rések számától függetlenül adja meg:

## TÖBBRÉSES

## INTERFERENCIA

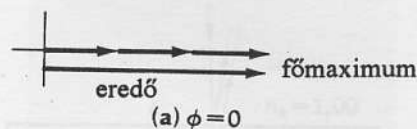
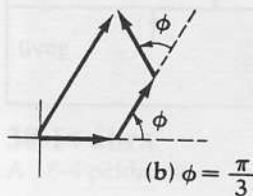
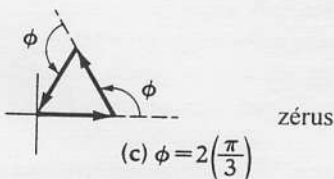
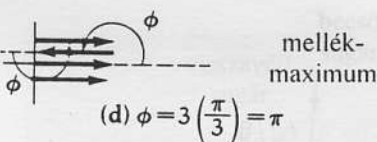
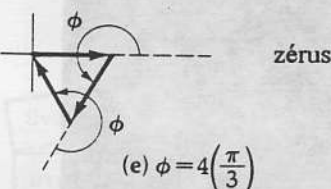
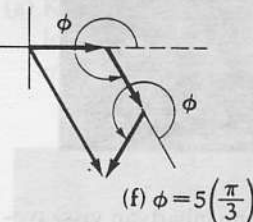
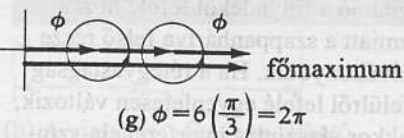
## KÉP

## (főmaximumok)

$$d \sin \theta = m\lambda$$

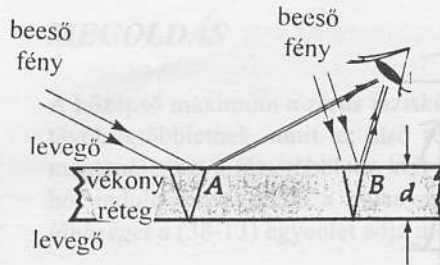
(ahol  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

(38-14)

(a)  $\phi = 0$ (b)  $\phi = \frac{\pi}{3}$ (c)  $\phi = 2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (d)  $\phi = 3\left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi$ (e)  $\phi = 4\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (f)  $\phi = 5\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (g)  $\phi = 6\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\pi$ 

38-10 ábra

Fázisvektor-diagram sorozat a háromréses interferencia értelmezéséhez. Az egymásra következő diagramok egy-egy további  $\phi = \pi/3$  fáziskülönbséget képviselnek a szomszédos fázisvektorkomponensek között.



**38-12 ábra**  
Vékony rétegről visszaverődő fény interferenciája

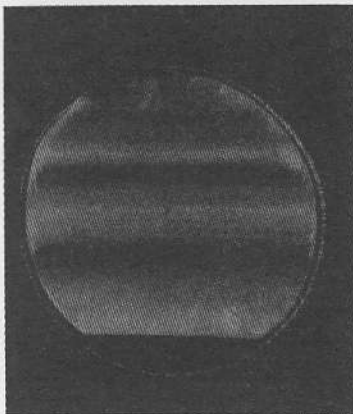
### 38.4 Interferencia vékony rétegeken

Valamennyien gyönyörködtünk már a színek villódzó szépségében, amit a szabad vízfelszínen úszó olajfilm hoz létre, vagy amit a szappanbuborék felszínén visszaverődő fény kelt. Mindkét jelenség a fény interferenciájának eredménye. Tekintsünk egy fénytörő anyagú vékony réteget. A ráeső fény mind a felső, mind az alsó felületéről visszaverődhet. A 38-12 ábra a két helyről visszaverődő fehér fény sugármenetét mutatja. A visszavert fénysugarak mindkét helyről a megfigyelő szemébe jutnak, és interferálnak egymással. Bizonyos hullámhosszokra az erősítés, másokra a gyengítés feltétele teljesül. Példaként foglalkozunk azzal az esettel, amikor a vörös fény teljesen kioltódik. Ekkor a megfigyelő túlnyomóan kék-zöld színű hullámok visszaverődését fogja látni azon a helyen. Másrészt ha a B pontban az útkülönbség rövidebb, a megfigyelő túlnyomó részben a vörös fény visszaverődését látja. Ilyen módon gyakran a szivárvány minden színe megjelenik a vékony réteg (film) különböző részeiről visszaverődve.

Az igen vékony szappanhártyáról visszaverődő fény egy másik érdekes jelenséget is mutat. Általában a frissen fújt szappanbuborékon vagy vékony huzalhurokkal készített szappanhártyán sötét háttér előtt, ráeső fényben a színek kavarnak. Ennek az az oka, hogy sem a szappanoldat koncentrációja és így törésmutatója, sem pedig a hártva rétegvastagsága nem egyenletes. Idővel a függőlegesen tartott hártván a színek szivárványsorozatokba rendeződnek, amelyek a hártva alsó részén sűrűbben helyezkednek el, mint felül, és egyre sűrűbbek lesznek. Ez érthető, ha meggondoljuk, hogy egyrészt a hártvában lévő folyadéknak súlya van; emiatt alul a hártva vastagabb, mint felül, másrészt a folyadék lassan lefelé áramlik. Egyszer csak meglepő dolgot vehetünk észre. Amint a hártva felső része a látható fény hullámhosszával vékonyabb lesz, *a filmről egyáltalán nem verődik vissza fény*. A réteg láthatatlanná válik. Ennek az az oka, hogy az első és a hátsó felületekről visszaverődő fény kioltja egymást, mert az egyik felületen történő visszaverődés során a fázis  $\pi$ -vel ( $180^\circ$ -kal) ugrik, míg a másikon nem. A fénytörő anyagokon visszaverődő fény részletes tanulmányozása azt mutatja, hogy

#### A FÉNY VISSZAZERŐDÉSEKOR

- (1) Amikor az egyik közegben haladó fény nagyobb törésmutatójú közeg határáról visszaverődik, fázisa  $\pi$  radiánnal ugrásszerűen megváltozik.
- (2) Ha egy közegben haladó fény nála kisebb törésmutatójú közeg határáról verődik vissza, akkor fázisugrás nem lép fel.



**38-13 ábra**

Függőleges szappanhártyán visszaverődő fehér fény interferenciája. A gravitáció a folyadékot lefelé húzza, emiatt a szappanhártya felső része elvékonyodik. Ha a rétegvastagság felülről lefelé egyenletesen változik, akkor vízszintes interferencia-színsávok jönnek létre, ezt mutatja az ábra. Minthogy a hártva első felületéről visszaverődő sugár  $180^\circ$ -os fáziseltolást szenved, (a hátsó felületről való visszaverődéskor fáziseltolódás nincs) ha a hártva nagyon vékony, akkor a két felületen visszavert sugarak interferencia révén kioltják egymást. Ez a jelenség hullámhossztól függetlenül a teljes látható hullámhossztartományban fellép ezért a hártva felső része feketévé válik.

A szappanbuborék vékony falának két határfelületén tehát a fény kétféle módon verődik vissza s ez  $180^\circ$ -nyi fáziskülönbséget eredményez közöttük. Ezért aztán, ha a film vastagsága zérushoz tart, és így az útkülönbség elhanyagolhatóvá válik, a két visszavert sugár között épp  $180^\circ$ -nyi fáziskülönbség áll elő a különböző visszaverődés-típus miatt és ezért a sugarak kioltják egymást. Ha a szappanhártyáról visszaverődő fényt sötét háttér előtt nézzük és gondosan figyeljük a hártya viselkedését, látni fogjuk, hogy a szinkontrasztok csökkennek; majd, éppen a hártya szétpukkadását megelőzően ahol a hártya elszakad abban a tartományban nem fogunk visszavert fényt látni.

### 38-4 PÉLDA

Modern lencserendszerek (pl. fényképezőgép-objektívek) lencsési ún. *antireflexiós bevonattal* készülnek, mely az üveg-levegő határfelületeken fellépő visszaverődést csökkenti. Ennek eredményeként egyrészt a lencserendszer nagyobb fényerejű lesz; másrészt a lencserendszerben ide-oda verődő fény nem zavarja a képképzést. Számítsuk ki, hogy a flintüveg lencsére ( $n = 1,80$ ) milyen vastag magnézium-fluorid ( $n' = 1,38$ ) réteget kell felvinni, hogy a merőlegesen beeső fény visszaverődését teljesen meggátolja. Legyen a fény a látható spektrum közepére jellemző hullámhosszúságú,  $\lambda = 550 \text{ nm}$ .

### MEGOLDÁS

A 38-14 ábrán mindkét sugár nagyobb törésmutatójú közeg határán verődik vissza, mint amilyenben odáig terjedt, ezért a visszaverődéskor *mindkettő*  $\pi$  radián fázisváltozást szenved. Így az egyetlen fáziskülönbséget okozó tényező az egyik sugár extra optikai útja. Kioltás eléréséhez az  $a = 2d$  minimális összes úthossz  $\lambda_n/2$  kell, hogy legyen, ahol  $\lambda_n = \lambda_a/n$ , a hullámhossz a *bevonatban*. Így  $2d = \lambda_n/2n'$ . Ha ezt  $d$ -re megoldjuk, adódik a

$$d = \frac{\lambda_a}{4n'} = \frac{(5,50 \times 10^{-7} \text{ m})}{4(1,38)} = 99,6 \text{ nm}$$

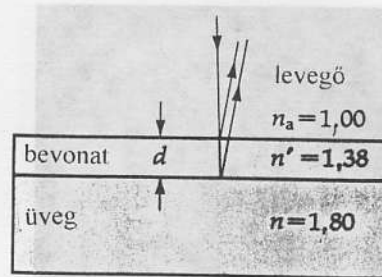
összefüggés. Bár az ilyen bevonatok nagyon vékonyak (közelítőleg 500 atomátmérőnyi vastagságúak), mégis viszonylag egyszerűen készíthető magnézium-fluorid elpárologtatásával és az üvegfelületre való lecsapatásával. A teljes kioltás eléréséhez a két sugár *amplitúdójának* egyenlőnek kell lennie. Megmutathatjuk, hogy ez csak akkor teljesül, ha a *bevonat*  $n'$  törésmutatója a *bevonat két oldalán lévő közegek törésmutatójának éppen a mértani közepe*. Levegőre  $n_a = 1$ , és így

**VISSZAVERŐDÉSMENTES  
BEVONAT  
TÖRÉSMUTATÓJA**

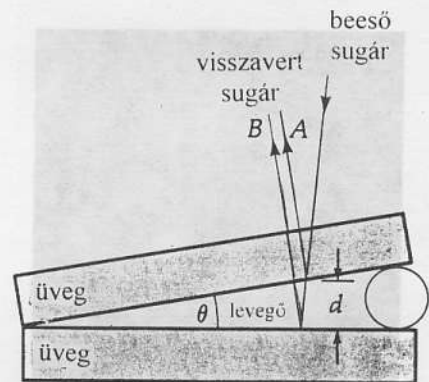
$$n' = \sqrt{nn_a} = \sqrt{n} \quad (38-15)$$

### Vékony levegőrékek

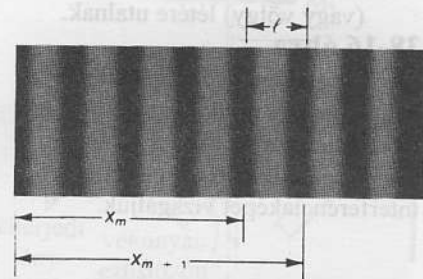
Tekintsünk két üveglemezt, amelyek egyik élüknél érintkeznek, átellenes élük pedig egy hajszál vagy vékony drót miatt nem fekszik fel egymásra. A lemezek közötti légrév tehát ék alakú (38-15 ábra). A lemezeket felülről mo-



38-14 ábra  
A 38-4 példához



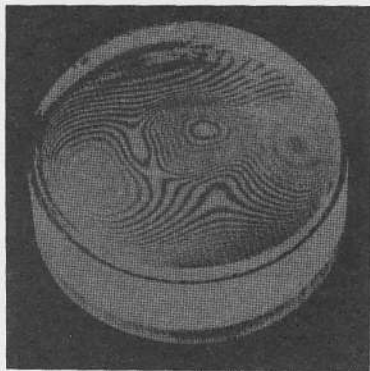
(a) Két üveglemezt az egyik oldalon drótszál választ el. Ennek méretét a rajzon eltűzöttük.



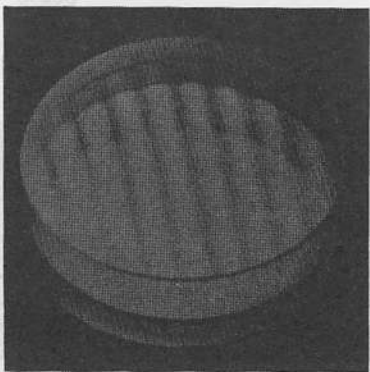
(b) A visszavert fényben látható interferenciacsíkok. Az első sötét csík (balra) a két lemez érintkezési pontjánál lép fel, mert ott az egyik visszaverődéskor  $180^\circ$ -os fázisugrás keletkezik.

### 38-15 ábra

Két üveglemez közti levegőre kialakuló interferenciakép. Az üveglemezek közti  $\theta$  szög nagyságát erősen eltűzöttük, hogy érzékeltezzük az ék mentén a levegőréteg vastagságának a változását.



(a) A felületek az egyik oldalon érintkeznek, míg a szemközti másik oldalon kis hézag van. A szabályosan elhelyezkedő fényes és sötét csíkok azt mutatják, hogy a felület egyenletesen sima.



(b) A hullámos mintázat egyenetlen felületre utal. Itt a körkörös mintázatok három „magaslat” (vagy völgy) létezésére utalnak.

### 38-16 ábra

Egy üvegfelület simaságát ellenőrizhetjük, ha egy optikailag sima üveglemezt helyezünk rá és a visszavert monokromatikus fényben létrejövő interferenciaképet vizsgáljuk.

nokromatikus, párhuzamos fénnyalábbal világítjuk meg. A levegőékről<sup>6</sup> visszavert fénnyaláb a felső lemez alsó felületéről fázisváltozás nélkül visszaverődött  $A$  fénysugárból és az alsó lemez felső felületéről  $\pi$  fázisugrással visszatükrözött  $B$  sugárból áll. A kétféle visszavert fénysugár interferenciaképeben sötét csíkok ott jelennek meg, ahol a  $B$  sugár által megtett úttöbblet a  $\lambda$  hullámhossz egész számú többszöröse. (Figyelembe kell venni azt is, hogy a fénysugarak a két lemez közötti  $d$  távolságot oda-vissza megteszik.)

$$\text{Sötét sávok} \quad 2d = m\lambda \quad (\text{ahol } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (38-16) \\ (\text{levegőék esetén}) \quad \text{és } d = \text{lemez távolság})$$

Hangsúlyozzuk, hogy ez az egyenlet a kioltás feltételét adja meg és azt is magában foglalja, hogy az egyik határfelületen való visszaverődéskor a fázis fordul.

Ha az üveglemezek simák (felületeik ideális síknak tekinthetők), az interferenciakép azonos távolságokban lévő sötét és világos csíkok sorozatából áll. Két sáv között az üveglemezek távolsága éppen  $\lambda/2$ -nyit változik (ugyanis így a fénynek oda-vissza éppen  $\lambda$  úttöbbletet kell megtennie). A szomszédos sötét sávok  $\ell$  távolságát az adja meg, hogy ekkora távolságban a levegőék  $\lambda/2$ -vel vastagabb; a  $\theta$  ékszög tangense tehát  $\text{tg } \theta = (\lambda/2)/\ell$ . Mínt hogy  $\theta$  rendszerint igen kis szög, a  $\text{tg } \theta = \theta$  közelítés alkalmazható, és így a csíkok  $\ell$  távolságára az adódik, hogy:

$$\ell = \frac{\lambda}{2\theta} \quad (38-17)$$

Az, hogy egy üvegfelület ténylegesen sík-e vagy egyenetlen, úgy ellenőrizhető, hogy optikailag sík üveglemezt helyezünk rá. (Ez utóbbi olyan, hogy felületének az ideális siktól való eltérése legfeljebb a hullámhossz töredéke.) Egyenetlen felület esetén interferenciasávok jelennek meg. Ahol a két felület felfekszik egymáson, ott sötét folt (vagy sáv) jelenik meg a kioltás miatt (38-16 ábra).

### 38-5 PÉLDA

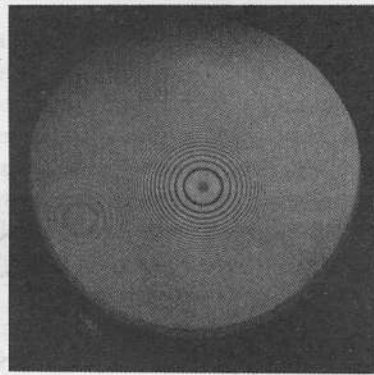
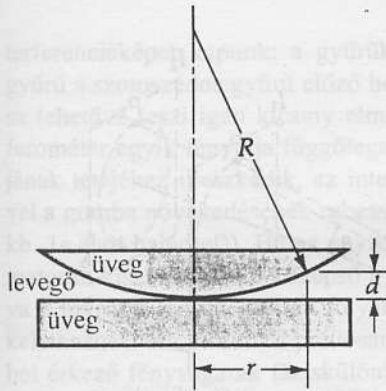
A 30 cm hosszú üveglemezek egyik végükön érintkeznek de a másik végükön egy emberi hajszál miatt nem érnek össze. (Lásd a 38-15 ábrát). Mekkora az interferenciacsíkok távolsága, ha a hajszál átmérője 50 mikrométer és a lemezeket zöld fényvel világítjuk meg ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ )?

### MEGOLDÁS

A lemezek közti levegőék szöge  $\theta = D/L$  (radiánban), ahol  $D$  a hajszál átmérője és  $L$  a lemez hossza. Ezt a kifejezést a  $\theta$  szög helyére helyettesítve a (38-17) egyenletben, kapjuk, hogy

$$\ell = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{L\lambda}{2D} = \frac{(0,3 \text{ m})(5,46 \times 10^{-7} \text{ m})}{2(5,0 \times 10^{-5} \text{ m})} = 1,64 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,64 \text{ mm}$$

<sup>6</sup> A másik felületpárról való visszaverődések elhanyagolhatók. Ha a felületek viszonylag távol vannak egymástól, vagy ha a szög nagyra válik, akkor az interferencia-csíkok olyan közel kerülnek egymáshoz, hogy az emberi szem nem képes felbontani őket. (Kivétel: nagy koherenciájú párhuzamos lézertény csaknem párhuzamos felületekről visszaverődve vastag lemezekben is létrehoz látható interferenciacsíkokat. A fénynek azonban koherensnek kell maradnia még akkor is, ha a két sugár útkülönbsége nagy.)



(a) A Newton gyűrűk konvex lencse és sima üveglap közötti visszaverődések következtében keletkeznek.

(b) Newton gyűrű monokromatikus fényben fényképezve

### A Newton gyűrűk

Ha sík-domború lencsét domború felületével tükröző síkfelületre (pl. üveglapra) helyezünk, és felülről megvilágítjuk, koncentrikus körökből álló interferenciaképet, ún. Newton gyűrűket észlelhetünk (38-17 ábra). A lencse és az üveglap közötti légrév vastagsága adott pontban a lencsefelület  $R$  görbületi sugarának és az érintkezés pontjától való távolságnak a függvénye: A Pitagorasz tétel szerint ugyanis  $R^2 = r^2 + (R-d)^2 = r^2 + R^2 - 2Rd + d^2$ . Ha az  $R$  görbületi sugar sokkal nagyobb a légrév  $d$  vastagságánál, a  $d^2$  tag elhanyagolható, és így  $2d \approx r^2/R$ . A kioltás feltétele az, hogy az alsó felületen visszaverődő fénysugár által (oda-vissza) megtett  $2d$  úttöbblet a hullámhossz egész számú többszöröse legyen. (Figyelembe kell venni az alsó lencse felületén bekövetkező fázisugrást is.)

Sötét csíkok  
(levegőék)

$$2d = m\lambda \quad (\text{ahol } m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

A két összefüggésből az  $m$ -edik gyűrű  $r_m$  sugarára azt kapjuk, hogy:

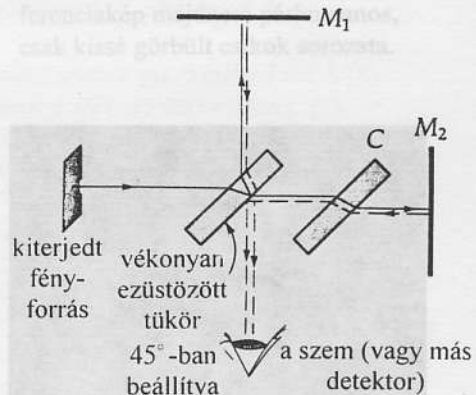
A NEWTON GYŰRŰK  
SUGARA

$$r_m = \sqrt{Rm\lambda} \quad (38-18)$$

Kifelé haladva a gyűrűk sugara tehát  $\sqrt{m}$  szerint nő, vagyis egyre sűrűbben helyezkednek el. Az interferenciakép egyik legérdekesebb vonása az, hogy az egymást követő körgyűrűk területe állandó.

## 38.5 A Michelson-féle interferométer

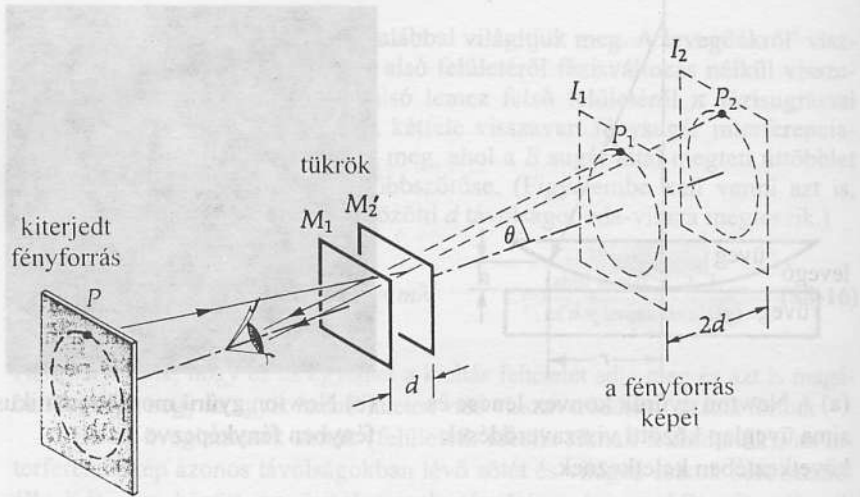
A Michelson-féle<sup>7</sup> interferométer zseniális eszköz, mellyel távolságokat, távolságváltozásokat lehet nagy pontossággal mérni fényinterferencia alkalma-



38-18 ábra

A Michelson interferométer alkotó elemei. A  $C$  átlátszó üveglemezt *kompenzáló lemeznek* nevezik. Ez ugyanakkora és ugyanolyan orientációjú, mint a  $45^\circ$ -os tükör. Azt a célt szolgálja, hogy a két ágban a fény üvegben megtett útja egyenlő legyen egymással. Ez ugyanis fehér fényforrás esetén szükséges feltétele a készülék működésének.

<sup>7</sup> Albert Michelson (1852–1931) lengyel emigráns szülők gyermeke. A család igen szegény volt, gyermekük taníttatása a középiskolán túl már meghaladta a család lehetőségeit. Amikor az Egyesült Államok Tengerészeti Akadémiája elutasította jelentkezését, ügyesen megszervezte, hogy „véletlenül” találkozzék Grant elnökkel, amikor az elnök a kutyáját sétáltatta a Fehér Ház parkjában. Michelson elhivatottsága olyan mély benyomást tett az elnökre, hogy külön ösztöndíjjal küldte őt Annapolisba tanulni. Miután Michelson 1873-ban diplomát szerzett, a fizika és a kémia előadója lett az Akadémián, ahol elkezdte egész életpályáján át tartó erőfeszítéseit a fény sebességének pontos meghatározására. Később a Case Institute of Technology fizikaprofesszora lett, ahol korábbi, az éterszél kimutatására szolgáló interferometriás kísérleteit finomította Edward Morley-val, a közeli Western Reserve vegyészével együttműködve. Michelsont nagyon elkésérintette az éterszél kimutatásának negatív eredménye, sokkal inkább kedvére lett volna, ha az éterhez viszonyított kicsi véges



**38-19 ábra**

Körgyűrűk képződése a Michelson-féle interferométerben. Ezen az ábrán a félig áteresztő és 45°-os szögben álló tükör által merőlegesen eltérített sugarat kiegyenesítettük. Az  $M_1$  tükör (a féligáteresztő tükörön keresztül) közvetlenül látható, míg

$M_2$ , az  $M_2$  tükör virtuális képe (amit a 45°-os tükörön való visszaverődés hoz létre). Ezek a tükrök hozzák létre a kiterjedt fényforrás  $I_1$  ill.  $I_2$  képét. Ezeknek a képeknek a megfelelő pontjaiból kiinduló fénycsugarak koherensek.

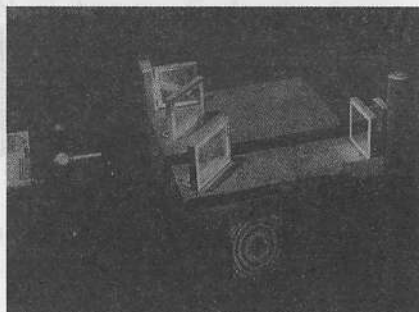
zásával. Az interferométer felépítése a 38-18 ábrán látható. A fényforrás hátulról monokromatikus fényvel megvilágított mattüveg, vagyis nem pontforrás (ennek jelentősége az interferenciakép elemzése után nyilvánvaló lesz). A fény innen 45°-os szögben elhelyezett vékonyan ezüstözött, féligáteresztő tükörre jut, amely a fényt „kettéosztja”: fele az  $M_1$  tükörre verődik vissza, a másik fele az  $M_2$  tükörre jut. E két tükörrel visszaverődő fény végül a féligáteresztő tükör hátoldaláról visszaverődve egyesül és a megfigyelő szemébe vagy valamilyen más detektorba jut. Az interferenciakép kialakulásának megértése végett, gondolatban „egyesítsük ki” a fényutakat, vagyis tekintsünk el a féligáteresztő tükörön való derékszögű visszaverődésektől (38-19 ábra). A kiterjedt fényforrásból jövő fény az  $M_1$  és  $M_2$  tükörön visszaverődve jut szemünkbe, a fényforrás két képe  $I_1$  és  $I_2$ , melyek egymástól  $2d$  távolságra látszanak, ahol  $d$  a két tükör távolsága. (Mint ahogy a két tükör állítható, a fényforrás két képe párhuzamosra tehető.)

A továbbiakban úgy tekinthetjük, mintha a fény nem a fényforrás  $P$  pontjából, hanem a  $P_1$  és  $P_2$  képpontokból indulna; az ezekből a pontokból kiinduló fény szükségszerűen koherens, hiszen mindkét sugár végső soron azonos, a  $P$  pontban lévő egyetlen atomból származik. Vagyis a  $P_1$  és  $P_2$  képpontokból a szembe érkező fénycsugarak interferálnak. A két fénycsugár közötti útkülönbség  $2d \cos \theta$ ; az interferenciamaximum ott van, ahol

$$2d \cos \theta = m\lambda$$

Ha a két kép,  $I_1$  és  $I_2$  síkja párhuzamos, az interferenciamaximumok a Newton gyűrűkhöz hasonló koncentrikus körök mentén helyezkednek el, ugyanis a tengely körül szimmetrikusan elhelyezkedő  $P_1$  és  $P_2$  képpontokból „kiinduló” fénycsugarak fáziskülönbsége állandó. Ha az egyik tükröt  $\lambda/2$ -nyivel elmozdítjuk, a fénycsugarak útkülönbsége  $\lambda$ -nyit változik, és ismét ugyanolyan in-

sebesség megméréséről számolhatott volna be. Azt hitte, hogy a pozitív eredmény elmaradása valahogyan módszerének rejtett hibájára utal. 1907-ben a fényre vonatkozó kutatásaiért Nobel-díjat kapott. Michelson volt az első amerikai Nobel-díjas.



**38-20 ábra**

A bal oldali lézert fényre kis Michelson-féle interferométeren halad át és létrehozza az előtérben lévő homályos üveglemezen a céltáblaszerű mintázatot.



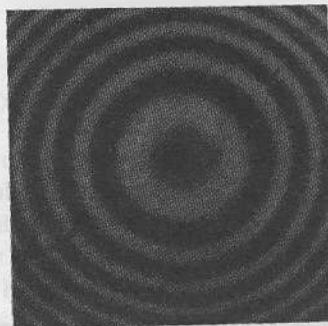
terferenciaképet kapunk: a gyűrűk sugara megváltozik, ám minden egyes gyűrű a szomszédos gyűrű előző helyére kerül. Az interferenciakép eltolódása lehetővé teszi igen kicsiny elmozdulások mérését. (Például, ha az interferométer egyik fénytűtja függőleges, és a megfelelő tükör egy gomba kalapjának tetejéhez illeszkedik, az interferenciasávok elmozdulásának követésével a gomba növekedésének sebessége mérhető meg (a detektor előtt egy sáv kb. 1 s alatt halad el)). Ha az egyik tükröt lassan mozgatjuk, a gyűrűk folyamatosan kisebbednek, a középső gyűrűk eltűnnek; a másik irányban mozgatva a tükröt a gyűrűk sugara folyamatosan nő és középen mindig új gyűrűk keletkeznek. Ha viszont  $d$  pontosan zérus, a képek bármely  $P_1$ , ill.  $P_2$  pontjából érkező fénysugarak fáziskülönbsége zérus, és így a teljes látómező világos (vagy sötét is lehet, ha figyelembe vesszük az egyes üveglapokon való visszaverődés, illetve azokon való áthaladás során történt fázisváltozásokat is). Ha az egyik tükröt kissé megdöntjük, a képsíkok levegő-éket alkotnak. Ennek hatásaként az interferenciagyűrűk középpontja jelentősen eltolódhat; így teljes gyűrűk helyett csak köríveket látunk, azaz az interferenciakép enyhén görbült, majdnem párhuzamos csíkokból áll (38-21 ábra).

Monokromatikus fényben az interferenciakép még 10 cm vagy annál nagyobb útkülönbségek esetén is éles marad. Az interferométer azonban *fehér* fényvel is használható, feltéve, hogy a  $2d$  útkülönbség nem nagyobb, mint a hullámhossz néhányzorosa és a látótér az interferenciakép közepének tájékára korlátozódik. A 400 nm és 700 nm közötti hullámhossztartományban a csíkok távolsága a különböző színek esetén különböző, a monokromatikus megvilágítás esetén tapasztalt minden egyes fényes csík a fehér fénynél kiterjedt szivárványszerű sávva bomlik fel. Körülbelül egy tucatnyi gyűrűvel a középponttól az interferenciakép már annyira összefolyik, hogy lényegében fehér megvilágítás hatását kelti, bár az interferencia még mindig fennáll az egyes színekre, amint azt igazolhatjuk is, ha az interferenciaképet szűrőn keresztül szemléljük, ami természetesen csak egy színt enged át. Az interferométer egyes alkalmazásaiban szükség van egy referenciahelyzetre, ami ismételt és jól reprodukálhatóan beállítható még akkor is, ha a tükröt közben elmozdítottuk. Ez elérhető a fehérfényű megvilágítás gyűrűivel, mert ilyenkor van olyan helyzet, amelynél a teljes látótér fényes vagy sötét. Ez a helyzet referenciahelyzetként használható, mert ide ismételt és nagy pontossággal (a látható fény hullámhosszágánál sokkal kisebb eltéréssel) vissza lehet állni.

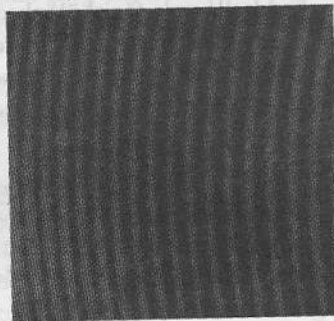
A Michelson-féle interferométer egyik fontos első felhasználása a méteretalon Párizsban őrzött példányának pontos hossz meghatározása volt a kadmium adott színképvonalának hullámhosszúságával kifejezve. Megszámolták ugyanis, hogy hány csíkeltolódás történt, miközben az egyik tükör végighaladt a méterrúdon. A legfrissebb pontosításokat figyelembe véve, amelyek a fénysebesség mérésében addig megjelentek, 1983 október 20-án a 17. Általános Súly és Mértékügyi Konferencia elfogadta a méter új definícióját:

**MÉTER** A méter az a hossz, amit a fény légüres térben a másodperc  $1/299\,792\,458$  tört része alatt megtesz.

A Michelson-Morley-féle interferenciakísérlet másik történeti fontosságú alkalmazása 1887-ben volt, amikor megkísérelték meghatározni a Föld mozgását az *éterben*, egy hipotétikus közegben, amelynek létezését abban az időben a fényhullámok terjedéséhez szükségesnek hitték. Ilyen mozgás észlelésének a lehetetlensége – ez a híres *nulleredmény* – nemcsak hogy rendkívüli mértékben paradoxnak tűnt, hanem végül is az éterelméletre mért halálos csapásnak bizonyult. Ezeknek a kísérleti eredményeknek a következtében felmerült dilemmákat csak akkor sikerült feloldani, amikor Einstein 1905-ben közrebocsátotta speciális relativitáselméletét (lásd a 41. fejezetet)



(a)



(b)

### 38-21 ábra

A Michelson-interferométerben látható interferencia-kép a Newton-gyűrűkhöz hasonló. Az (a) képen a képsíkok párhuzamosak egymással (38-19 ábra), és a kép koncentrikus körök sorozata, melyek sugarai a képsíkok közti távolságtól függenek. A (b) képen a képsíkok nem párhuzamosak egymással, az interferenciakép majdnem párhuzamos, csak kissé görbült csíkok sorozata.

Csaknem vég nélkül sorolhatnánk a Michelson-féle interferométer alkalmazásait, különösen azokat, amelyekben a lézersugarat használják fényforrásként. De építettek már olyan berendezéseket is, amelyek a mikrohullámokat, illetve az elektromágneses színek más tartományait használták fel. Az interferométer sokféle feladatra alkalmazható és rendkívül pontos mérőműszernek bizonyult, amely a tudomány és a technika minden területén nagy segítségünkre van.

## Összefoglalás

**Koherens** fényhullámok fáziskülönbsége időben állandó. Amikor egyetlen atom által kibocsátott hullámvonalat két különböző része szuperponálódik, akkor, minthogy ezek koherensek, interferencia jön létre. Két hullám összege:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \quad \text{és} \quad E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$E_1 + E_2 = 2E_0 \cos \frac{\phi}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right)$$

A  $\phi$  fáziskülönbség három különböző ok következménye lehet:

(1) A  $\Delta r$  útkülönbség a hullámok között:

$$\phi = 2\pi \left( \frac{\Delta r}{\lambda} \right) \quad (\text{radiánokban})$$

(2) Az egyik hullám útjába  $b$  vastagságú  $n$  törésmutatójú anyag került:

$$\phi = \frac{2\pi b}{\lambda_a} (n - 1) \quad (\text{radiánokban})$$

(3) A két hullám (vagy valamelyike) visszaverődik.

(a)  $\pi$  radián (vagyis  $180^\circ$ ) fázisugrás lép fel, ha valamely közegben haladó hullám egy *nagyobb* törésmutatójú anyagra verődik vissza.

(b) nincsen fázisváltozás, amikor a hullám egy kisebb anyagra verődik vissza.

## Kétréses interferencia

$d$  = a rések középvonalának távolsága

$D$  = a rések és az ernyő távolsága

$y$  = távolság az ernyő mentén a középső maximumtól mérve

$m$  = az interferencia rendje.

A maximumok feltétele:

$$m\lambda = d \sin \theta, \quad (\text{ahol } m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Kis szögek esetén:  $m\lambda = d \frac{y}{D}$

A *minimumok* a fényes csíkok között félúton helyezkednek el, feltételük:

$$\left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda = d \sin \theta, \quad (\text{ahol } m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Kis szögek esetén  $\left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda = d \left( \frac{y}{D} \right)$

**Többréses interferencia:** Egymástól egyenlő távolságra lévő rések esetén a főmaximumok ugyanott vannak, ahol a kétréses esetben, feltételük:

$$m\lambda = d \sin \theta \quad (\text{ahol } m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Kis szögek esetén:  $m\lambda = d \left( \frac{y}{D} \right)$

A többréses interferencia főbb jellegzetességei az alábbiakban foglalhatók össze:

- (1) A főmaximumok irányát a szomszédos rések közti távolság határozza meg, nem pedig a rések száma.
- (2) A főmaximumok közti mellékmaximumok száma kétszerese kevesebb mint a rések száma.
- (3) A főmaximumok élessége és intenzitása a rések számával nő.

A vékony rétegek és levegőrések által létrehozott interferenciajelenségek a két felületen visszaverődő (majd szuperponálódó) fényhullámok fáziskülönbségétől függenek. A fáziskülönbségeket az egyik hullám úthossz többsége és a két felületen bekövetkező visszaverődés határozza meg.

A *Michelson-féle interferométer* zseniális és sokoldalú műszer, amellyel a fény hullámhosszájánál sokkal kisebb eltéréssel mérhetünk meg távolságokat.

## Kérdések

1. Miért nem lehetséges, hogy a kétréses interferenciaképen minden csík intenzitása ugyanakkora legyen?
2. A longitudinális hullámok – pl. hanghullámok – is létrehozhatják kétréses interferenciajelenséget?
3. Két, egymáshoz közel, párhuzamosan elhelyezett fénycső, amelyeket zöld szűrővel vontak be, falat világít meg. Létrejöhet-e interferencia?
4. A kétréses interferenciát annak a feltételezésével tárgyaltuk, hogy a rések tartalmazó síkra merőlegesen esik be. Hogyan változik meg az interferencia, ha a rések síkját megdöntjük? Döntsük a rések a) a résekkel párhuzamos, b) a résekre merőleges tengely körül.
5. Milyen interferenciakép alakul ki két, egymáshoz közeli kicsiny lyuk mögött?
6. Ha egy tiszta hang hallatszik egy szobában, a hallgató jelentős intenzitásváltozásokat észlel, amikor fejét egyik oldalról a másikra fordítja. Vajon ez interferenciajelenség? Miért kevésbé kifejezett ez a jelenség zenehallgatás közben?
7. Tegyük fel, hogy a kétréses kísérletet víz alá merítve végezzük. Milyen változások tapasztalhatók, ha egyáltalán lesznek, az ernyőn megjelenő interferenciaképből?
8. Young kétréses kísérletében a két függőleges rés alsó felét kék színű szűrővel, a felső felüket pedig vörös szűrővel fedjük be. (a) Milyennek látjuk az így kialakuló interferenciaképet? (b) Tegyük fel, hogy az egyik rést kék, a másik rést vörös szűrővel fedjük be. Írjuk le az interferenciaképet és magyarázzuk meg érvelésünket, amellyel a következtetéseinkhez jutottunk.
9. Hogyan változtatná meg a háromréses interferenciaképet, ha a középső rést szürke szűrővel fed-

## Feladatok

### 38.2 A két-réses interferencia

**38A-1** Kettős rést 600 nm hullámhosszúságú fényhullámmal világítunk meg. A rések 0,33 mm-re vannak egymástól. A résektől 2,5 m távolságban lévő ernyőn interferenciakép alakul ki. Számítsuk ki az interferenciacsíkok távolságát az ernyőn, a középső maximum közelében!

**38A-2** Tervezzünk meg olyan kétréses rendszert, amely a résektől 3 m távol lévő ernyőn egymástól 2 mm távolságban lévő interferenciacsíkokat hoz létre, ha 550 nm hullámhosszúságú fényvel világítjuk meg.

**38A-3** Kétréses kísérletben a nátriumlámpa fénye ( $\lambda = 589$  nm) egymástól 1,8 mm-re lévő csíkokat hoz létre az ernyőn. Mekkora lesz a csíkok közti távolság, ha higanygőz-lámpával ( $\lambda = 436$  nm) világítjuk meg a réseket?

**38B-4** Kettős rést olyan fény világít meg, amely két különböző hullámhosszúságú fény keveréke. A rések mögötti ernyőn két interferenciakép rakódik egymásra. Az egyik interferenciakép ötödrendű maximuma a má-

nék be, hogy csökkentjük a belőle kiinduló fény intenzitását?

10. A vízen lévő olajfolt fényesebbnek látszik azokon a helyeken, ahol az olajréteg sokkal vékonyabb a látható fény hullámhosszánál. Az olaj törésmutatója nagyobb vagy kisebb mint a vízé?
11. Egy lencsét bevonattal látnak el a visszaverődés csökkentése érdekében. Mi történik azzal a fényenergiával, ami a bevonat nélkül visszaverődik?
12. Amikor ablaküvegről visszavert fényt látunk, miért nem figyelhetünk meg interferenciaképet? Végül is a fény mind az első mind a hátsó üvegfelületen visszaverődik.
13. Miért barnászörösek a bevonattal ellátott fényképezőgéplencsék visszavert fényben nézve?
14. Üvegfelületen vákuumpárologatással átlátszó, vékony bevonat készül. Hogyan változik a rétegről visszavert fény színe a bevonat vastagodása alatt?
15. Tekintsünk két üveglemezt, melyek egyik szélükön érintkeznek, míg a másikon az érintkezés valami okból nem tökéletes. A lemezek közti levegőkörvetkeztében létrejött interferenciakép leírásakor miért hagyhatjuk figyelmen kívül a felső lemez felső és az alsó lemez alsó lapja által visszavert hullámok interferenciáját, még akkor is, ha a lemezek tökéletesen párhuzamos felületűek?
16. Hogyan változnának meg a Newton-gyűrűk, ha a lemez és a lencse közti tartományt vízzel töltenék ki?
17. Lehetne-e akusztikai Michelson-féle interferométert arra használni, hogy ultrahang hullámhosszát mérjünk? Ha igen, akkor hogyan kellene ilyen interferométert megszerkeszteni és mi lenne a mérés módja?

sik kép harmadrendű maximumával esik azonos helyre. Mekkora a két hullámhossz aránya?

**38B-5** Két egymástól csak fázisában különböző fényhullám a következő képletekkel jellemezhető:  $E_1 = E_0 \sin(kx - \omega t)$  és  $E_2 = E_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$ . Mutassuk meg, hogy a két hullám lineáris kombinációjának eredménye:  $E_3 = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(kx - \omega t + \phi/2)$ . (Útmutatás: tekintsük meg a 38-5 ábrát.)

**38B-6** Kétréses interferenciakép maximumai között a távolság  $y_0$ . (a) Vázoljuk fel a fázisvektorábrát a hullám  $E$  amplitúdójának a meghatározásához a középső maximumtól  $y_0/4$  távolságban. (b) Mekkora ebben a pontban az  $I$  intenzitás a főmaximum  $I_0$  intenzitásához viszonyítva?

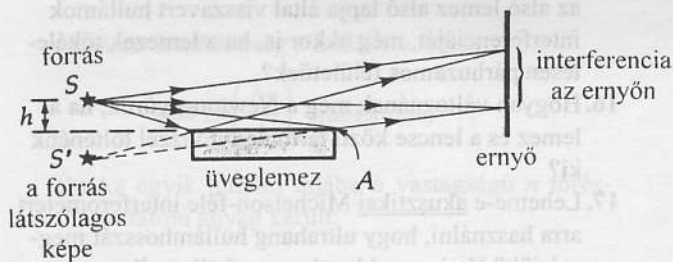
**38B-7** Egy 0,4 mm vastag üveglemezre, melynek törésmutatója 1,50,  $\lambda = 580$  nm hullámhosszúságú fényaláb esik úgy, hogy a lemez síkja merőleges a fénynyalábra.

(a) Számítsuk ki nyolc értékes jegyre, hogy az üveglemezben hány fényhullám lesz. (b) Adjuk meg, hogy az üveglemez mekkora eredő fáziseltolódást hoz létre a fénynyaláiban.

**38B-8** A hélium-neon lézer ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) sugárnyalábját egy ernyőre irányítjuk. Hány hullámhossznyival nő meg az optikai úthossz, ha a nyaláb útjába merőlegesen  $0,11 \text{ mm}$  vastag,  $1,55$  törésmutatójú üveglapot helyezünk?

**38B-9** Az  $500 \text{ nm}$  hullámhosszúságú fényvel kétréses interferenciaképet hozunk létre az egymástól  $0,50 \text{ mm}$  távolságú függőleges réspártól  $1,5 \text{ m}$ -re. Adjuk meg az interferenciamaximumok számát a főmaximum és a tőle balra  $1,00 \text{ cm}$ -re lévő hely között.

**38B-10** Lloyd tükörrel a 38-22 ábra szerint interferenciacsíkokat hozhatunk létre, ha az  $S_0$  monokromatikus fényforrással világítjuk meg. A fényforrásnak a tükör által alkotott  $S'$  képe jelenti a második koherens fényforrást, amelynek fénye az  $S_0$  fényével interferál. Az interferenciacsíkok az  $S_0$ -tól  $2 \text{ m}$ -re elhelyezett ernyőn  $1,2 \text{ mm}$ -re vannak egymástól. A fény  $606 \text{ nm}$  hullámhosszúságú. Határozzuk meg, mekkora  $h$  függőleges távolságban van  $S_0$  a visszaverő felülettől?



### 38-22 ábra

A 38B-10 és a 38B-11 problémához

**38B-11** Az előző feladat Lloyd tükrös elrendezésében a fényhullámok csak ott interferálnak egymással, ahol a két fényhullám keresztezi egymást. Tegyük fel, hogy nagy nagyítású lencsét használunk a tükör  $A$  széle felett a függőleges síkban kialakuló interferencia vizsgálatára. Vajon a tükör széléhez legközelebbi csík világos vagy sötét lesz? Magyarázzuk meg állításunkat.

**38B-12** Kettős rést  $600 \text{ nm}$  hullámhosszúságú fényvel világítunk meg és ezzel egy ernyőn interferenciát hozunk létre. Ezután igen vékony flintüvegből ( $n = 1,65$ ) készült lemezt helyezünk csak az egyik résrre. Ennek következtében az interferenciakép főmaximuma pontosan oda tolódik el, ahol az eredeti elrendezésben a tizedrendű maximum volt. Számítsuk ki ebből, hogy milyen vastag volt az üveglemez!

### 38.3 Többréses interferencia

**38B-13** Három koherens forrásból származó következő sugárzások találkoznak a  $P$  pontban úgy, hogy elektro-

mos térerősségvektoraik párhuzamosak (vagy antiparalel helyzetűek):  $E_1 = E_0 \sin \omega t$ ,  $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$ , és  $E_3 = E_0 \sin(\omega t + 2\phi)$ . Az eredő térerősség:  $E_p = E_r \sin(\omega t + \alpha)$ . A fázisdiagramok alkalmazásával számítsuk ki  $E_r$  és az  $\alpha$  értékét (a)  $\phi = 30^\circ$ , (b)  $\phi = 60^\circ$ , és (c)  $\phi = 120^\circ$  esetére.

**38B-14** Ismételjük meg a 38-10 ábra szerkesztését, de most négyréses interferenciára vonatkozóan. Vázoljuk fel a fázisvektorokat a főmaximumoknál, a minimumoknál és a mellékmaximumok közelében.

### 38.4 Interferencia vékony rétegeken

**38A-15** Lencsét olyan üvegből készítettek, aminek a törésmutatója  $1,70$  az  $550 \text{ nm}$  hullámhosszon mérve. Adjuk meg annak az antireflexiós bevonatnak (a) a vastagságát és (b) a törésmutatóját, amit ezen a hullámhosszon lehet használni. (Útmutatás: alkalmazzuk a (38-15) képletet.)

**38A-16** Adjuk meg annak a legvékonyabb szappanhártyának ( $n = 1,33$ ) a vastagságát, amely a legnagyobb intenzitással a  $400 \text{ nm}$  hullámhosszúságú kék fényt veri vissza.

**38A-17** A 38-4 példában visszaverődésmentes bevonat minimális vastagságát  $99,6 \text{ nm}$ -nek találtuk. Adjuk meg a következő vastagabb bevonat vastagságát, amely ugyanezt a hatást váltja ki.

**38A-18** Két üveglemez között, amelyeket egyik oldalon igen vékony drótszál választ el, a 38-15 ábrán látható módon, levegőkék jön létre. Amikor ezt az éket felülről  $600 \text{ nm}$  hullámhosszú fény világítja meg,  $30$  sötét csík válik láthatóvá. Számítsuk ki a drót sugarát!

**38B-19** Víz felszínén úszó olajréteg ( $n = 1,45$ ) merőlegesen beeső fehér fényvel van megvilágítva. A folt  $280 \text{ nm}$  vastag. Adjuk meg, hogy melyik szín dominál (a) a visszavert fényben és (b) az átmenő fényben! Magyarázzuk el a gondolatmenetet.

**38B-20** Üveglemezen ( $n = 1,62$ ) egy vékony átlátszó réteg van ( $n = 1,27$ ). A lemezre merőlegesen eső fény hullámhosszát folyamatosan változtatva megfigyeljük a lemezről visszavert fényt. Azt tapasztaljuk, hogy  $680 \text{ nm}$ -nél erősítés,  $544 \text{ nm}$  hullámhossznál pedig kioltás lép fel. (a két hullámhossz között ilyesmi nem volt megfigyelhető). Adjuk meg a réteg vastagságát.

**38B-21** Szappanhártyát merőlegesen beeső fehér fényvel világítunk meg és színes visszavert sávokat figyelünk meg, ahogyan a 38-13 ábra mutatja. Számítsuk ki a réteg vastagságát a réteg teljesen átlátszó része alatti első zöld sáv helyén ( $\lambda = 530 \text{ nm}$ ). A szappanoldat törésmutatója:  $1,33$ .

**38B-22** Legyen az  $m$ -ik Newton-gyűrű sugara  $r_m$ . Bizonyítsuk be, hogy ha  $m \gg 1$ , akkor az egymásra következő gyűrűk területe minden esetben közelítőleg állandó és  $R\pi\lambda$  nagyságú, ahol  $R$  a sík-domború lencse görbületi sugara,  $\lambda$  a fény hullámhossza.

**38B-23** Két üveglemez között levegőkék alakul ki, ha az egyik végüknél érintkeznek és a másik végük között

valami ezt megakadályozza. Amikor a lemezt monokromatikus fényhullámmal felülről megvilágítjuk, a visszavert fény összesen 85 sötét csíkot mutat. Számítsuk ki a sötét csíkok számát, ha a lemezek közti levegő helyét víz ( $n = 1,33$ ) foglalja el.

**38B-24** A Newton-gyűrűk előállítására szolgáló eszköz síklapból és 4 m görbületi sugarú sík-domború lencséből áll. Ha a berendezést közvetlenül felülről monokromatikus fényvel világítjuk meg, a tizedik és a harmincadik sötét gyűrű 3,50 mm távolságban van egymástól. Mekkora a megvilágító fény hullámhossza?

**38B-25** Ha Newton-gyűrűs készülékben a levegő helyére a lencse és a lemez közé folyadékot öntünk, akkor a tizedik gyűrű átmérője 1,50 cm-ről 1,31 cm-re változik. Adjuk meg a folyadék törésmutatóját.

### 38.5 A Michelson-féle interferométer

**38A-26** Ha a Michelson-féle interferométer (38-18 ábra)  $M_1$  tükrét 0,163 mm-rel elmozdítjuk, a látómezőn 500 fényes csík vonul át. Számítsuk ki az interferométer tükréit megvilágító fény hullámhosszát.

**38B-27** A Michelson-féle interferométer egyik tükrét bambuszág növekvő hajtásának végéhez illesztjük. Ha 550 nm hullámhosszúságú fényt használunk, akkor a gyűrűk elektronikus számlálására szolgáló fotocellán percenként 473 fényes csík halad át a látótér egy pontján. Mennyit nő a bambuszajtás egy nap alatt?

### Vegyes feladatok

**38C-28** A Hg-színkép sárga vonalának fényével ( $\lambda = 579$  nm) megvilágítunk két függőleges rést, amelyek 0,20 mm-re vannak egymástól. A tőlük 2,5 m-re lévő ernyőn interferenciakép alakul ki. Adjuk meg a fény intenzitását a középső maximumtól 1,5 cm-rel jobbra, a középső maximum intenzitásával kifejezve.

**38C-29** Mutassuk meg, hogy a 38-4b ábrán az állandó fáziskülönbségnek megfelelő szaggatott görbék hiperbolák. A hiperbolák egyenlete derékszögű koordinátákban  $y^2/a^2 - x^2/b^2 = 1$ .

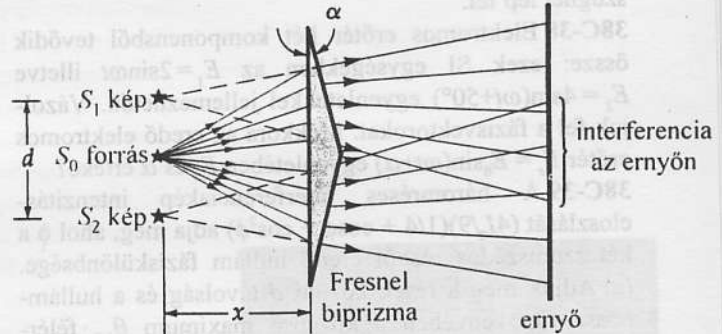
**38C-30** Monokromatikus  $\lambda$  hullámhosszúságú fény merőlegesen esik két keskeny rése, melyek egymástól  $d$  távolságban vannak. Az  $m$ -edrendű interferenciamaximum (a beesési iránnyal)  $\theta$  szöget zár be, ami a  $\sin \theta = m\lambda/d$  összefüggéssel van meghatározva. Adjuk meg az  $m$ -edrendű interferenciamaximum szöghelyzetét, ha a réseket tartalmazó síkot a résekkel párhuzamos tengely körül egy  $\phi$  kis szöggel elfordítjuk.

**38C-31** A 38-23 ábra Fresnel-biprizmát mutat, amelyvel egyetlen  $S_0$  monokromatikus fényforrással is elő lehet állítani interferenciacsíkokat. A biprizma két egyforma üvegprizma, amelyek alapjaikkal érintkeznek egymással és a törésszögük ( $\alpha$ ) igen kicsi. A prizmák az  $S_0$  fényforrásról az  $S_1$  illetve  $S_2$  virtuális képet alkotják,

amelyek távolsága  $d$ . Ha az üveg törésmutatója  $n$ , mutassuk meg, hogy  $d = 2\pi(n-1)\alpha$ .

**38C-32** Tekintsünk két koherens, pontszerű fényforrást, amelyek egymástól négy hullámhossznyi távolságban vannak. A két pontforrást is tartalmazó síkban összesen hány interferenciamaximum irány van?

**38C-33** Vizsgáljuk a kétréses interferenciakép középső maximumát! A maximum félszélessége kétszer akkora, mint az a távolság, amelyiknél az  $I$  intenzitás az  $I_0/2$  értékre esik. Bizonyítsuk be, hogy a félszélesség a  $\theta = \lambda/2d$  irányba esik. Használjuk a kis szögekre vonatkozó közelítéseket  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ .

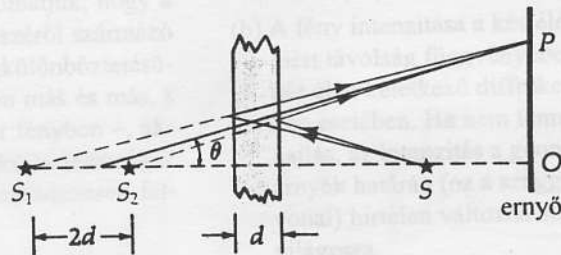


**38-23 ábra**

A 38C-31 problémához

**38C-34** A 0,45 mm távolságú kettős rést  $\lambda_1$  hullámhosszúságú fényvel megvilágítva interferenciaképet kapunk a 3 m távol lévő ernyőn. A tizedrendű interferenciamaximum 4 cm-re van a középső maximumtól. Ha egy másik  $\lambda_2$  hullámhosszúságú fényvel is megvilágítjuk a réseket, a két csíkrendszer úgy fedi egymást, hogy a tizedik csík elkülönült marad, míg a szomszédosak elmosódnak, nem lesznek olyan élesek. (a) Számítsuk ki  $\lambda_1$  értékét! (b) Adjuk meg a két legközelebbi értéket  $\lambda_2$  számára!

**38C-35** Két rés közül a szélesebb háromszor akkora amplitúdójú fényt bocsát át, mint a másik. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a (38-7) képlet az  $I = (I_0/4)(1 - 3\cos^2\phi/2)$  alakot öltene!



**38-24 ábra**

A 38C-36 problémához

**38C-36** A Pohl-féle interferométer. Az  $S$  pontforrás fénye átlátszó vékony rétegen visszaverődve két,  $S_1$  és  $S_2$  virtuális forrást hoz létre, melyek az ernyőre merőle-

ges egyenesen fekszenek, ahogy a 38-24 ábra mutatja. Határozzuk meg a függőleges vonal mentén megjelenő interferenciamaximumok  $\phi$  szöghelyzetét. Alkalmazzunk a  $\phi$  szögére a kis szögekre vonatkozó közelítő formulát. (Megjegyzés: Meglepően jó interferenciaképek jöhetnek létre ily módon, ha széttartó lézernyaláb fénye mikroszkóptárgylemezéről, vagy műanyagfóliáról, vagy bármely vékony átlátszó lapról verődik vissza.)

**38C-37** (a) Mutassuk meg, hogy a háromréses interferencia esetén a (38-7) képlet helyett a  $I = (4I_0/9)(1/4 + \cos\phi + \cos^2\phi)$  érvényes. (b) Igazoljuk az (a) részben levezetett képlettel, hogy az első minimum a  $\phi = 2\pi/3$  szögnél lép fel.

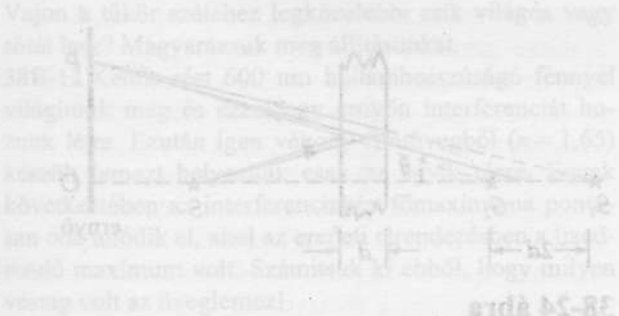
**38C-38** Elektromos erőter két komponensből tevődik össze: ezek SI egységekben az  $E_1 = 2\sin\omega t$  illetve  $E_2 = 4\sin(\omega t + 50^\circ)$  egyenletekkel jellemezhetők. Vázoljuk fel a fázisvektorokat. Mekkora az eredő elektromos erőter  $E_r = E_0\sin(\omega t + \alpha)$  egyenletében  $E_0$  és  $\alpha$  értéke?

**38C-39** A háromréses interferenciakép intenzitáseloszlását  $(4I_0/9)(1/4 + \cos\phi + \cos^2\phi)$  adja meg, ahol  $\phi$  a két szomszédos résből eredő hullám fáziskülönbsége. (a) Adjuk meg a rések közötti  $d$  távolság és a hullámhossz függvényében a középső maximum  $\theta_{1/2}$  félértékszélességét, ahol  $\theta_{1/2}$  az a szög, amit az  $I_0$  intenzitású középső maximum iránya és az  $I = I_0/2$  intenzitású hely iránya bezár. (b) Hasonlítsuk össze az eredményt a két-réses interferenciára nyert eredménnyel (lásd a 38C-33 problémát).

**38C-40** Határozzuk meg a  $d$  réstávolság és a  $\lambda$  hullámhossz függvényében a középső maximum teljes  $\Delta\theta$  szélességét (a) a háromréses interferencia, (b) a négyréses interferencia és (c) az  $N$ -réses interferencia esetére!

38C-35 A két réstől a szélesebb háromréses interferencia fény bocsátását mint a másik háromréses interferencia fényét bocsátóként kezeljük. Határozzuk meg a két réstől a szélesebb háromréses interferencia fény bocsátásának intenzitáseloszlását a középső maximumtól  $1.5^\circ$  cm-rel jobbra a középső maximum intenzitásának kétszeresére.

38C-36 Mutassuk meg, hogy a 38-40 ábra az ábrán látható két réstől a szélesebb háromréses interferencia fény bocsátásának intenzitáseloszlását a középső maximumtól  $1.5^\circ$  cm-rel jobbra a középső maximum intenzitásának kétszeresére.



38-24 ábra  
A 38C-36 problémához

38C-37 A két réstől a szélesebb háromréses interferencia fény bocsátásának intenzitáseloszlását a középső maximumtól  $1.5^\circ$  cm-rel jobbra a középső maximum intenzitásának kétszeresére.

**38C-41** Egy 1,90 törésmutatójú lencse felületére 1,38 törésmutatójú visszaverődésmentes réteget vittek fel. Ez a réteg az 500 nm és a 600 nm hullámhossznál egyaránt visszaverődésmentes. Feltéve, hogy az  $n$  értéke ugyanakkora mindkét hullámhosszon, számítsuk ki a réteg vastagságát.

**38C-42** A Newton gyűrűk visszavert fényben általában sokkal jobban észlelhetők, kontrasztosabbak, mint átmenőben. (a) Miért? (b) Vezessük le az átmenő fényben kialakuló  $m$ -edik sötét Newton gyűrű sugarára vonatkozó, a (38-19) egyenlettel analóg kifejezést.

**38C-43** A Newton gyűrűk sugarára az  $r_m = (Rm\lambda)^{1/2}$  kifejezés egy közelítés eredménye. Mutassuk meg, hogy a pontos képlet:  $r_m = (Rm\lambda - m^2\lambda^2/4)^{1/2}$ .

**38C-44** A Na-lámpából emittált sárga fénynek két hullámhossza van, az egyik 589,0 nm, a másik 5896 nm. Tekintsünk egy Michelson-féle interferométert, amely ezt a fényt használja. Amikor az egyik kar végén lévő tükröt az egyik irányban folyamatosan elmozdítjuk, a megfigyelt csíkok „elmosódnak”, majd újra élesen jelennek meg, majd megint elmosódnak és így tovább. (a) Magyarazzuk meg ezt a jelenséget! (b) Számítsuk ki a tükrök két szomszédos helyzetének a távolságát, amelyekben a csíkok élesek.

**38C-45** Légmentesen zárt tubus két végén egymással párhuzamos, 6,00 cm távolságban lévő ablakokkal ellátott cső Michelson-féle interferométer egyik karjában van elhelyezve úgy, hogy mind a ráeső (570 nm hullámhosszúságú), mind a tükrön visszaverődő fény áthaladhasson rajta. Ha a csőből a levegőt egy szivattyúval leszívják, akkor az interferométer látóterének adott pontján 63 csík vonul át. Számítsuk ki ebből a levegő törésmutatóját hat értékes jegyre!

- 34C-43 A válasz adott.  
 34C-45 A válasz adott.  
 34C-47 2000 A/s  
 34C-49 A válasz adott.  
 34C-51 A válasz adott.  
 34C-53  $i = 40,8 \sin(\omega t + 25,6^\circ)$   
 34C-55 239 mH  
 34C-57 a) 100  $\mu\text{F}$  b) 632 rad/s c) 125 W  
 d) 39,5 V f) 150  $\mu\text{F}$  g) párhuzamosan  
 34C-59 A válasz adott.

## XXXV. Fejezet

- 35A-1 30,0 cm  
 35B-3 A válasz adott.  
 35B-7 ha  $r < R$ :  $(2rCIR^2)dV/dt \times 10^{-7}$ ;  
 ha  $r > R$ :  $(C/r)dV/dt \times 10^{-7}$   
 35A-9 A válasz adott.  
 35B-11 377  $\Omega$   
 35A-13 a)  $1,67 \times 10^{13}$  T b)  $3,32 \times 10^{12}$  W/m<sup>2</sup>  
 35B-15 a)  $(2 \times 10^{-8}) \sin(kx - 10^{16} t) \hat{z}$   
 b)  $1,88 \times 10^{-7}$  m c)  $1,59 \times 10^{-10}$  J/m<sup>3</sup>  
 35B-17 a) 1,20 m b)  $u = 2,36 \times 10^5$  J/m<sup>3</sup>  
 c)  $E_0 = 2,31 \times 10^8$  V/m  
 35B-19 A válasz adott.  
 35A-21  $8,97 \times 10^{-3}$  N  
 35A-23  $5,60 \times 10^{-6}$  N/m<sup>2</sup>  
 35B-25 a) 1900 V/m b)  $5,00 \times 10^{-11}$  J  
 c)  $1,67 \times 10^{-19}$  kg·m/s  
 35C-27 a)  $1,88 \times 10^{-10} \cos 377t$   
 b)  $1,00 \times 10^{-4} \cos[(3,77 \times 10^{-8})t]$   
 35C-29 A válasz adott.  
 35C-31 A válasz adott.  
 35C-33 21,9 V/m  
 35C-35 a) 292 nm  
 35C-37 A válasz adott.  
 35C-39 A válasz adott.  
 35C-41 a) 22,6 h b) 30,5 s

## XXXVI. Fejezet

- 36A-1 A válasz adott.  
 36B-3 A válasz adott.  
 36B-5 (30, -40), (-30, 40), (-30, -40), (cm-ben)  
 36A-7 a) 1,09 cm, a gömbön belül b) a kép  
 egyenesállású, virtuális,  $N = 0,273$   
 36A-9 a) 7,50 cm b)  $\infty$   
 36B-11 9,23 cm  
 36B-13 8,00 cm  
 36C-15 A válasz adott.  
 36C-17 40,0 cm  
 36C-19 A válasz adott.  
 36C-21 ha  $t = 228$  cm, a kép fordított állású, valódi és  
 $N = -0,123$

ha  $t = 21,9$  cm, a kép egyenes állású, virtuális  
 és  $N = 8,12$

- 36C-23 A válasz adott.  
 36C-25 a) 30,0 cm b) 1,67  
 36C-27 valódi, egyenes állású, a nagyítás egységnyi

## XXXVII. Fejezet

- 37A-1  $n = 1,52$   
 37B-3 A válasz adott.  
 37B-5 0,624 cm  
 37B-7 a)  $20,6^\circ$  b) 0,400 szteradián c)  $35,4^\circ$   
 37B-9 1,51  
 37B-11 2,14 szteradián  
 37B-13 17,0%  
 37A-15  $R$   
 37B-17 2,00  
 37A-19 3,57 mm kifelé  
 37A-21 26,7 cm  
 37B-23  $2f$   
 37A-25 a) 0,436 mm b) 0,0125  
 37B-27 a) 17,2 cm b) 51,7 cm c) -51,7 cm  
 d) -17,24 cm  
 37B-29 a) 42,0 cm b) 14,0 cm  
 37A-31 a) 24,0 b)  $48,1^\circ$   
 37B-33 a) +3,50 dioptria b) 28,6 cm  
 37B-35 18,2 cm-től 66,7 cm-ig  
 37C-37 A válasz adott.  
 37C-39 A válasz adott.  
 37C-41 A válasz adott.  
 37C-43 a) 20,8 km b) 113 millió c)  $2,63 \mu\text{s}$   
 37C-45 a gömbfelülettől számítva: a)  $2,67R$  b)  $1,80R$   
 c)  $0,960R$   
 37C-47 A válasz adott.  
 37C-49  $(L^2 - 4fL)^{1/2}$   
 37C-51 A válasz adott.  
 37C-53 A válasz adott.  
 37C-55 a) 20 cm-re a lencse mögött, virtuális, fordított  
 állású kép  $N = -2$  b) a lencse tárgyoldalán  
 37C-57 valódi, fordított állású kép, 0,174 m-re a  
 gyújtólencsén túl,  $N = -0,42$   
 37C-59 A válasz adott.

## XXXVIII. Fejezet

- 38A-1 5,00 mm  
 38A-3 1,33 mm  
 38B-5 A válasz adott.  
 38B-7 a) 1034,4827 b)  $62,1^\circ$   
 38B-9 6  
 38B-11 sötét  
 38B-13 a)  $2,73E_0$ ,  $30^\circ$  b)  $2E_0$ ,  $60^\circ$   
 c) 0, definiálatlan  
 38A-15 a) 105 nm b) 1,30  
 38A-17 199 nm

- 38B-19 a) zöld b) piros  
 38B-21 99,6 nm  
 38B-23 113  
 38B-25 1,31  
 38B-27 18,7 cm  
 38C-29 A válasz adott.  
 38C-31 A válasz adott.  
 38C-33 A válasz adott.  
 38C-35 A válasz adott.  
 38C-37 A válasz adott.  
 38C-39 a)  $0,155\lambda/d$  b)  $0,500\lambda/d$   
 38C-41 543 nm  
 38C-43 A válasz adott.  
 38C-45 1,000 30

### XXXIX. Fejezet

- 39A-1 0,396 mm  
 39B-3 18,0 mm  
 39B-5 a)  $\lambda_1/\lambda_2 = 2$   
 39B-7 0,684  
 39B-9 a) 120 b) 60  
 39A-11 11,5 km  
 39A-13 15,4  
 39B-15 420 m  
 39B-17  $1,07 \times 10^{-5}$  m b)  $1,97 \times 10^{-5}$  m  
 39A-19  $36,9^\circ$   
 39A-21  $7,16 \times 10^{-2}$  fok/nm b) 25 000  
 39B-23 688 nm  
 39B-25  $1,375 \times 10^{-3}$  fok  
 39A-27 0,300 nm  
 39A-29 A válasz adott.  
 39B-31 17,0  
 39C-33 0,1233 rad  
 39C-35 lásd 2. lábuj.  
 39C-37 A válasz adott.  
 39C-39 A válasz adott.  
 39C-41 A válasz adott.

### XL. Fejezet

- 40A-1  $\frac{7}{8}$   
 40B-3  $\frac{1}{8}$   
 40A-5  $32,0^\circ$   
 40A-7  $49,2^\circ$   
 40B-9  $\text{tg } \theta_p = 1/\sin \theta_c$   
 40B-11 16,4  $\mu\text{m}$   
 40B-13 A válasz adott.  
 40B-15  $68,4 \text{ mg/cm}^3$   
 40C-17  $0^\circ$  és  $90^\circ$   
 40C-19 78,1%  
 40C-21 A válasz adott.  
 40C-23 A válasz adott.

- 40C-25 0,085 65 mm vagy 0,1199 mm  
 40C-27 A válasz adott.  
 40C-29  $118^\circ$

### XLI. Fejezet

- 41B-1 1,5 cm/s  
 41A-3 a) 2,31 perc b) 1,16 c·perc  
 41A-5 a)  $1 - \beta \approx 2,35 \times 10^{-7}$  b) 1 c · nap  
 41B-7  $22,5m/c$  vagy  $\frac{7}{5} \times 10^{-8}$  s  
 41B-9 6,17 ns  
 41B-11 a) 60 m b) 75 m/c c) 45 m/c  
 d) 36 m e) 45 m/c  
 41A-13 0,946c és  $-0,385c$   
 41A-15  $v_x = 0,994c$   
 41B-17 1,78  
 41A-19  $v = 0,866c$   
 41A-21 889 kg  
 41B-23  $4,28 \times 10^9$  kg/s  
 41B-25 A válasz adott.  
 41B-27 A válasz adott.  
 41B-29 A válasz adott.  
 41B-31 A válasz adott.  
 41B-33 a) 270 m/c vagy  $9,00 \times 10^{-7}$  s b) az úrhajó  
 orrában lévő óra mutatja a korábbi időt.  
 41B-35 b) 80 m/c  
 41C-37 a) 1,33c·s b) 3,00 s  
 41C-39 a) 2,00 m/c b) 2,50 m/c  
 41C-41 A válasz adott.  
 41C-43 A válasz adott.  
 41C-45  $5,55 \times 10^{-17}$  s  
 41C-47  $V = v \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\beta^2}}$  ahol  $(\beta \equiv v/c)$   
 41C-49 a)  $K = 4E_0$  b)  $p = \sqrt{24}E_0/c$   
 c)  $\beta = \sqrt{\frac{24}{25}}$   
 41C-51 A válasz adott.  
 41C-53 A válasz adott.  
 41C-55 A válasz adott.

### XLII. Fejezet

- 42A-1 1,51  $\text{cm}^2$   
 42B-3 0,646%  
 42A-5 9660 nm  
 42A-7 5222 K  
 42A-9  $2,43 \times 10^{-12}$  m  
 42A-11 A válasz adott.  
 42B-13  $3,54 \times 10^6$  m  
 42A-15 451 nm  
 42B-17 a)  $3,56 \times 10^5$  m/s b) 432 nm  
 42A-19 4,85 pm