

ANALIZIS(2) ÖSSZEVONT VIZSGADOLGOZAT A kurzus 2001. május 18.

VIK, Műszaki Informatika szak, Munkaidő 90 perc

BME, Természet Tudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

---

I. rész

1. \*) Feladat (15 pont).

a) Határozza meg a polár transzformáció Jacobi determinánsát!

b)

$$\iint_T \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy = ? \quad \text{ahol}$$

$$T : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \quad x \leq 0$$

2. \*) Feladat (10 pont). Írja le a  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\sinh z$ ,  $\cosh z$  definícióit és adja meg a köztük lévő kapcsolatokat! (Állítását bizonyítsa is be!)

3. \*) Feladat (15 pont).

$$\oint_{|z-2i|=\frac{1}{2}} \frac{\ln z}{z^2-2z+5} dz = ? \quad \oint_{|z-2i|=2} \frac{\ln z}{z^2-2z+5} dz = ?$$

---

II. rész

1. ) Feladat (15 pont). Igazolja, hogy az elsőrendű lineáris differenciálegyenlet megoldásaitere egy dimenziós.

2. ) Feladat (20 pont). Bizonyítsa be a függvénysorozat határfüggvényének integráljára vonatkozó tételt!

3. ) Feladat (20 pont). Milyen alakú egy hatványsor (valós) konvergencia tartománya? (Állítását bizonyítsa be!)

Mondjon példát olyan függvénysorra, amelynek konvergencia tartománya a racionális számok halmaza!

4. ) Feladat (20 pont). Legyen  $V$  az  $O(0,0,0)$ ,  $A(2,0,0)$ ,  $B(0,3,0)$ ,  $C(0,0,1)$  csúcspontú tetraéder.

$$\int \int \int_V x dx dy dz = ?$$

(Nem kell végigszámolni, elég egyetlen egyváltozós integrálra visszavezetni.)

5. ) Feladat (10 pont).

$$\oint_{|z|=5, \operatorname{Im} z > 0} \bar{z} dz = ?$$

6. ) Feladat (15 pont). Írja fel az

$$f(z) = \frac{\cosh z^2 - 1}{z^9}, \quad z_0 = 0$$

körüli Laurent sorát! Milyen jellegű szingularitása van  $f$ -nek?

$$\operatorname{Res}_{z=0} f(z) = ?$$