2. MINTA ZÁRTHELYI DOLGOZAT

MATEMATIKA A2 | 2022. május 9.
VILLAMOSMÉRNÖK HALLGATÓKNAK | Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név: **Gyakvez.:**

Neptun kód: **Gyak. kurzuskód:**

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1. (**20 pont**)
Írja fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, amely az $\mathbb{R}^3$ tér vektorait elforgatja az x tengely körül $30°$-kal, majd tükrözi az
$$\frac{x}{6} = -\frac{y}{7} = \frac{z}{6}$$
egyenletű egyenesre!

2. (**15 pont**)
Adja meg az
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$
mátrix legnagyobb illetve legkisebb sajátértékéhez tartozó sajátvektorai által bezárt szög koszinuszát!

3. (**10+10+5 pont**)
Tekintsük a következő függvényt!
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3xy^3}{x^4+y^4}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
   (a) Hol folytonos az f függvény?
   (b) Adja meg a parciális deriváltakat, mindenütt, ahol léteznek!
   (c) Hol deriválható az f függvény?

4. (**10 +10 pont**)

$$f(x,y) = 3y + e^{xy^2} - 2y \arctan\frac{x}{y}, \quad P_0(0,1)$$

(a) Irja fel a P_0 pontbeli érintősík egyenletét!

(b) Adja meg P_0-ban az iránymenti deriváltat a $\mathbf{v} = 2\,\mathbf{i} - 7\,\mathbf{j}$ irányban!

5. (**20 pont**)
Egy 1000 cm^3 térfogatú téglatest alakú ékszertartó ládikát szeretnénk ajándékozni a kedvesünknek. Megnyugtató anyagi helyzetünknek köszönhetően, az alját bronzzal (melynek értéke 1 EFt/cm^2), oldalait ezüsttel (melynek értéke 2 EFt/cm^2), fedelét arannyal (melynek értéke 9 EFt/cm^2) vonjuk be. Hogyan válasszuk meg a dobozka méreteit, ha vonzalmunk demonstrálására, költségeinket maximalizálni szeretnénk? Mit tehetünk, ha kiadásainkat vonzalmunk dacára minimalizálni szeretnénk?