

1. feladat (4+8 pont)

- a) Mondja ki az algebra alaptételét!
b) Adja meg algebrai alakban a $z^3 - (3 - 2i)z^2 + (1 - 3i)z = 0$ egyenlet összes megoldását!

2. feladat (8+11 pont)

- a) Mondja ki és igazolja a rendőrelvet!
b) Határozza meg az $a_n = \sqrt[n]{\frac{2^{2n+2} - 4 \cdot (-4)^n}{n^2 + 2n + 3}}$ sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját és limesz inferiorját! Konvergencia a sorozat?

3. feladat (6+4+3 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x)}{2x^2}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(3x)}{2x^2}$, c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2(3x)}{2x^2}$!

4. feladat (4+12 pont)

- a) Mondja ki Weierstrass második tételét!
b) Számolja ki az $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 10) - \ln(x^2 + 4x + 5)$ függvény minimumát, illetve maximumát a $[-2, 3]$ intervallumon!

5. feladat* (5+12 pont)

Számolja ki az alábbi integrálokat! Ahol szükséges, használja az $y = e^x$ helyettesítést!

a) $\int \frac{5e^{2x}}{e^{2x} + 9} dx$, b) $\int \frac{5e^{3x}}{e^{2x} + 9} dx$.

6. feladat* (4+8 pont)

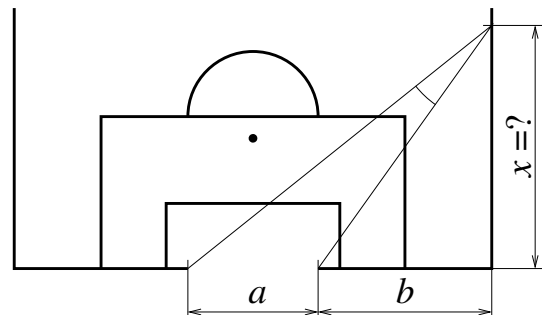
- a) Mondja ki az integrálszámítás második alaptételét!
b) Legyen $H(x) = \int_{3x}^{5x^2} \operatorname{arch}(t^2 + 1) dt$! Mi H deriváltfüggvénye?

7. feladat* (5+6 pont)

- a) Milyen $\alpha > 0$ esetén konvergens az $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ integrál? Válaszát indokolja!
b) Számolja ki az $\int_{-\frac{7}{2}}^1 \frac{1}{\sqrt{2x+7}} dx$ integrált! _____

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Honnan (az alapvonalától mekkora x távolságról) kell kapura lőnie a labdarúgópálya szélén lévő játékosnak, hogy a kapu eltalálása a legkönnyebb legyen, vagyis ahonnan legnagyobb szögben látja a gólvonalat? A gólvonal szélessége a , távolsága az oldalvonalától b .



A *-gal jelölt feladatokból legalább 12 pontot el kell érni!