

1. feladat (5+9=14 pont)

- a) Mikor mondjuk, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$? (Mondja ki a definíciót!)
- b) A definícióval igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x} + x = \frac{1}{2}$!

2. feladat (5+5=10 pont)

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x^4}, & \text{ha } x \geq 0, \\ ax^3 + b, & \text{ha } x < 0. \end{cases}$$

- a) Milyen a, b esetén folytonos az f függvény?
- b) Milyen a, b esetén differenciálható az f függvény?

3. feladat (9+5+5=19 pont)

$$f(x) = \ln(-2x - x^2)$$

- a) Határozza meg f értelmezési tartományát, értékészletét!
- b) Határozza meg f deriváltját!
- c) Határozza meg f lokális szélsőértékeit!

4. feladat (7+7+7+6=27 pont)

Határozza meg a következő határértékeket!

- a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}(6x)}{\sin(2x)} = ?$
- b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1}{\operatorname{ctg}(\frac{x}{2})} - \frac{1}{\cos(\frac{x}{2})} \right) = ?$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(2x))^{\frac{1}{x}} = ?$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} \operatorname{sh}(5x)}{\operatorname{ch}(6x)} = ?$

5. feladat (6+9+6+9=30 pont)

$$f(x) = x^2 \ln |x|$$

- a) Jellemezze a függvényt monotonitás szempontjából! Adja meg a függvény lokális szélsőérték helyeit!
- b) Jellemezze a függvényt konvexitás szempontjából! Hol van a függvénynek inflexióspontja?
- c) Vázlatosan rajzolja fel a függvény grafikonját!
- d) Határozza meg f értelmezési tartományát, értékészletét! Hol folytonos a függvény és milyen típusú szakadásai vannak?