

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

1*. feladat (6+6+6+6=24 pont)

$$a) \int_0^{\pi/2} \sin(2x) \cos^3(2x) dx =? \qquad b) \int \frac{x-3}{x^2-x-2} dx =?$$

$$c) \int_{-\infty}^2 (x+1)e^{2x} dx =? \qquad d) \int \frac{x-1}{x^2+6x+9} dx =?$$

2*. feladat (2+6=8 pont)

a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!

b) Milyen p -re konvergens $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{p-1}} dx =?$ Állítását bizonyítsa!

3*. feladat (8 pont) Ábrázolja az alábbi görbék által határolt tartományt és számolja ki a területét:

$$y = x^3, y = 3 - 2x, y = 0.$$

4. feladat (10 pont)

Határozza meg algebrai alakban és ábrázolja a síkon a $z^4 = 16$ egyenlet összes komplex megoldását!

5. feladat (10 pont)

Igazolja a következő numerikus sorozatokra vonatkozó állítást!

$$a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A > 0 \implies \sqrt{a_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{A}$$

6. feladat (4+6+10=20 pont)

a) Mondja ki a Lagrange középérték tételt!

b) Igazolja, hogy a $2x^2 + 3 \cos x$ függvénynek legfeljebb 2 valós gyöke lehet!

c) $\lim_{x \rightarrow -1} (1 + \sin(\pi x))^{\operatorname{ctg}(\pi x)} =?$

7. feladat (20 pont) Végezze el az $x^2 e^x$ függvény teljes vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékkészlet, lokális szélsőértékek, monotonitás, inflexiós pontok, konvexitás). Ábrázolja a függvényt!

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Határozza meg az $a_n = \frac{n^2}{n^3+100}$ sorozat legnagyobb elemét.