Név: ...Javító... Neptun: *JR2 2008-01-08*

Pontszám:

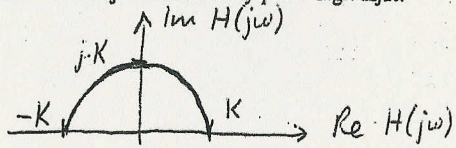
1. Fogalmazza meg matematikai alakban a torzításmentes jelátvitel definícióját a folytonos idejű rendszer gerjesztés-válasz kapcsolatára, az időtartományban.

$$y(t) = K\, u(t-T)$$

2. Határozza meg az $X(j\omega) = \frac{1}{\alpha^2+\omega^2}$ spektrumú jel sávszélességét, ha a maximum 1%-ánál kisebb amplitúdó sűrűség már elhanyagolható!

$$\Delta\omega = \sqrt{99}\,\alpha \cong 10\alpha$$

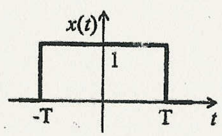
3. Egy folytonos idejű, mindent áteresztő rendszer fáziskarakterisztikája minden 0 és π közötti szögértéket felvesz. Vázolja a rendszer Nyquist-diagramját!



4. Egy rendszer impulzusválasza $h(t) = \varepsilon(t)\left(3e^{-4t} - 4e^{-5t}\right)$. Írja fel az átviteli függvényt normál alakban!

$$H(s) = \frac{-s-1}{s^2+9s+20}$$

5. Határozza meg az ábrán vázolt $x(t)$ jel Laplace transzformáltját!



$$X(s) = \frac{1}{s}\left(1 - e^{-sT}\right)$$

6. Rajzolja fel a diszrkét idejű késleltető – mint hálózati komponens – szimbólumát, és adja meg a karakterisztikáját az időtartományban!

$u[k] \rightarrow \boxed{>} \rightarrow v[k]$ $\qquad v[k] = u[k-1]$

7. Írja fel a diszkrét idejű, egy bemenetű, egy kimenetű rendszer állapotváltozós leírását általános, „mátrixos" alakban! Jelölje a vektorokat egyszeres, a mátrixokat pedig dupla aláhúzással!

$$\underline{x}[k+1] = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}[k] + \underline{b}\, u[k]$$
$$y[k] = \underline{c}^T x[k] + d\cdot u[k]$$

8. Egy diszkrét idejű, valós, periodikus jel periódusa K=4. Fourier-együtthatói: $F_0 = 2$, $\overline{F}_1 = 5e^{j\pi/6}$, $F_2 = 1$. Adja meg a hiányzó $\overline{F}_3$ együtthatót!

$$\overline{F}_3 = \overline{F}_1^* = 5\cdot e^{-j\pi/6}$$

9. Egy diszkrét idejű rendszer átviteli karakterisztikája $H(e^{j\vartheta}) = \frac{2-3e^{-j\vartheta}}{1-0{,}2e^{-j\vartheta}}$. Írja fel a rendszeregyenletet!

$$y[k] - 0{,}2\,y[k-1] = 2u[k] - 3u[k-1]$$

10. Nevezze meg egyenként a tárgy keretében tanult ún. rendszerjellemző függvényeket, amelyek szokásos jelölése diszkrét idejű rendszer esetén $h[k]$, $g[k]$, $H(e^{j\vartheta})$, illetve $H(z)$!

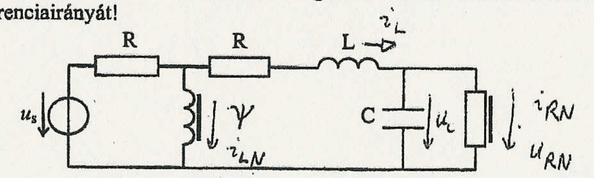
impulzusválasz, ugrásválasz
átviteli karakterisztika, átviteli függvény

11. Egy diszkrét idejű rendszer átviteli függvénye $H(z) = 2 + 3z^{-1} - z^{-2} + 1{,}5z^{-4}$. Ez a rendszer

kauzális (+) G-V stabil (+) FIR típusú (+)

Tegyen (+) jelet az igaz, (–) jelet a hamis, illetve (?) jelet az eldönthetetlen állítások mellé!

12. Vegyen fel az alábbi ábrán látható hálózatban megfelelő számú kanonikus változót, és jelölje azok referenciairányát!



13. Egy nemlineáris kondenzátor karakterisztikája: $q = 4u^2 + 2u$ (µC és V egységekben). Mennyi a dinamikus kapacitás az $u = 2$V munkapontban?

$$C_d = 18\,\mu F$$

14. Adja meg az $x(t)$ időfüggvény közelítő értékét a $t = \Delta t \equiv 0{,}1$ időpontban az előrelépő Euler-séma szerint, ha $x'(t) = 3x(t) + 2$, és $x(0) = 0$!

$$x(t=0{,}1) \cong 0{,}2$$

15. Adja meg a $h(t) = 5\varepsilon(t)e^{-2t}$ impulzusválaszú folytonos idejű rendszer diszkrét szimulátorának impulzusválaszát, ha a mintavételezési idő T = 0,1 !

$$h[k] = 0{,}5\cdot\varepsilon[k-1]\, e^{-0{,}2k} \qquad e^{-0{,}2} \cong 0{,}82$$

1.) a.) $$H(s)=\frac{3R\times\left(2R+sL+\frac{1}{sC}\right)}{R+3R\times\left(2R+sL+\frac{1}{sC}\right)}\cdot\frac{\frac{1}{sC}}{2R+sL+\frac{1}{sC}}$$ (1p)

$$H(s)=\frac{\frac{3}{4LC}}{s^2+\frac{11R}{4L}s+\frac{1}{LC}}$$ (2p)

b.) $H(s)=\dfrac{1,5}{s^2+5,5s+2}$ stabil, mert a nevező Hurwitz

$s_1=-5,12$; $s_2=-0,39$ (1p)

c.) $$\frac{1}{s}\cdot H(s)=\frac{1,5}{s^3+5,5s^2+2s}=\frac{0,75}{s}+\frac{0,062}{s+5,12}-\frac{0,812}{s+0,39}$$

$$g(t)=\varepsilon(t)\left(0,75+0,062\cdot e^{-5,12t}-0,812\cdot e^{-0,39t}\right)$$ (2p)

d.) - képletből: $g(+0)=0$; $g(+\infty)=0,75$

- hálózatból, ha $u_s(t)=\varepsilon(t)\cdot 1V$,

$u_C(+0)=0V$ (a kondenzátor rövidzár) (0,5p)

$u_C(+\infty)=\frac{3}{4}V$ (kond = ~~sz~~ szakadás ; tekercs = rz.)

- $g(+0)=\lim\limits_{s\to\infty} s\frac{1}{s}H(s)=0$ (0,5p)

$g(+\infty)=\lim\limits_{s\to 0} s\frac{1}{s}H(s)=\frac{1,5}{2}=0,75$ (0,5p)

2.) a.) $H(z)=K\dfrac{z-5}{z-0,6}$ (1p) $\rightarrow H(e^{j\vartheta})=K\dfrac{e^{j\vartheta}-5}{e^{j\vartheta}-0,6}$

$2\cdot H(e^{j0})=18 \rightarrow 2K\dfrac{1-5}{1-0,6}=18 \rightarrow K=-0,9$

$$H(z)=-0,9\frac{z-5}{z-0,6}=\frac{-0,9z+4,5}{z-0,6}$$ (1p)

b.) G-V stabil, mert... (1p)

c.) Az aszimptotikus stabilitás nem dönthető el. (1p)

d.) $h[k]=-0,9\delta[k]+\varepsilon[k-1]\cdot 3,96\cdot 0,6^{k-1}$, vagy

$h[k]=-0,9\,\varepsilon[k]\cdot 0,6^{k}+4,5\cdot\varepsilon[k-1]\cdot 0,6^{k-1}$ (1,5p)

e.) $u_1[k]=2 \rightarrow y_1[k]=18$ (0,5p)

$u_2[k]=3\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right)$

$$H(e^{j\frac{\pi}{2}})=\frac{4,5-j0,9}{-0,6+j}=-2,65-j2,91=3,94\cdot e^{-j2,31}$$ ($-2,31 = -132°$) (1p)

$$y[k]=18+11,82\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}k-2,31\right)$$ (0,5p)