11. gyakorlat feladatsora

Analízis 2 informatikusoknak - 2018/19. II. félév

1. Legyenek $\underline{g} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, $x \mapsto (g_1(x), g_2(x), g_3(x))$ és $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(u_1, u_2, u_3) \mapsto f(u_1, u_2, u_3)$ totálisan deriválható függvények.

a) Írja fel az $(f \circ \underline{g})'(x)$ deriváltat a láncszabály segítségével!

b) Az a) feladat eredményét használva deriválja a $h(x) = x^2(\sin x) + \cos^2 x$ függvényt (legyen $g(x) = (\sin x, x, \cos x)$)!

2. Legyenek $\underline{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (g_1(x, y), g_2(x, y), g_3(x, y))$ és $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(u_1, u_2, u_3) \mapsto f(u_1, u_2, u_3)$ totálisan deriválható függvények.

a) Írja fel az $(f \circ \underline{g})(x, y)$ függvény y-szerinti elő parciális derváltját a láncszabály segítségével!

b) Az a) feladat eredményét használva deriválja y szerint parciálisan a $h(x, y) = (f \circ \underline{g})(x, y)$ függvényt, ha $\underline{g}(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2, xy)$ és $f(u_1, u_2, u_3) = u_1 + u_2^2 + u_3^3$.

3. Igazolja, hogy ha g az $(x^2 - y^2)$-nek tetszőleges, folytonosan differenciálható függvénye, akkor az

$$f(x, y) = g(x^2 - y^2)$$

kétváltozós függvény eleget tesz az

$$y\, f'_x(x, y) \,+\, x\, f'_y(x, y) \,= 0$$

differenciálegyenletnek!

4. Határozza meg annak az első térnyolcadba eső testnek a térfogatát, melyet a $z = y^2$, az $x = 2$ és $y = 4$ felületek határolnak!

5.

$$\int_T xy\ \sin(xy^2)\ \mathrm{d}T = ?$$

T a $2 \le x \le 4$, $0 \le y \le \pi$ téglalaptartomány.

6.

$$\iint_T x^2\ \mathrm{d}T = ?$$

T az $y = x^2$ és az $y = x + 6$ görbék által határolt korlátos tartomány.

7.

$$\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 \sqrt[6]{1 + x^4}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y = ?$$

8. Integrálja az $f(x, y) = xy^2 - y$ függvényt a $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(2, 1)$ és a $C(1, 1)$ pontok által meghatározott síkidomra!

9. Cserélje fel az integrálás sorrendjét és számolja ki I értékét!

$$I = \int_{x=-1}^{0} \int_{y=0}^{x+1} 2x\ \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x + \int_{x=0}^{1} \int_{y=0}^{\sqrt{1-x^2}} 2x\ \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$$