

VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ ÁRAMKÖRÖK

Az isteni Buddha éppoly szívesen tartózkodik a digitális komputerek áramköreiben és a sebességváltók fogaskerekei között, mint a hegyek csúcsain vagy a virágszirmokban.

ROBERT PIRSIG

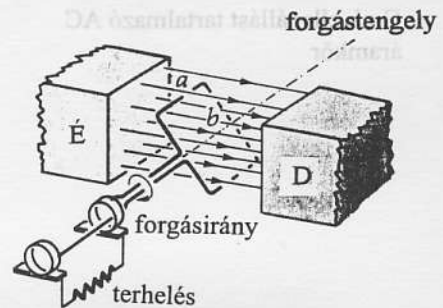
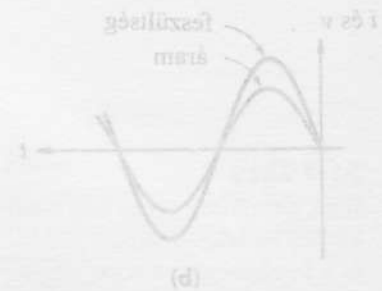
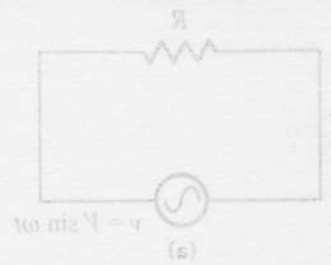
(Zen és a motorkerékpár karbantartás művészete)

34.1 Bevezetés

A korábbiakban megtárgyaltuk, hogyan változik az áramerősség sorba kapcsolt RC-körben, ha a kört telepre kapcsoljuk. Kezdetben az áramerősség nagy, értékét csak az ellenállás korlátozza, majd exponenciálisan zérushoz közelít. Hasolóképpen ha a telepet sorba kapcsolt RL áramkörhöz kapcsoljuk, akkor az áramerősség zérusról indulva exponenciálisan közelít az ellenállás nagysága által megszabott stacionárius értékhez. Mindkét esetben a kör a feszültségforrás bekapcsolására tipikusan átmeneti (tranziens) árammal reagál: az időbeli változás csak egy bizonyos ideig tart, ezután stacionárius állapot áll be. Az áramkör *időállandója* azt mutatja meg, hogy az exponenciális szakaszok milyen meredek.

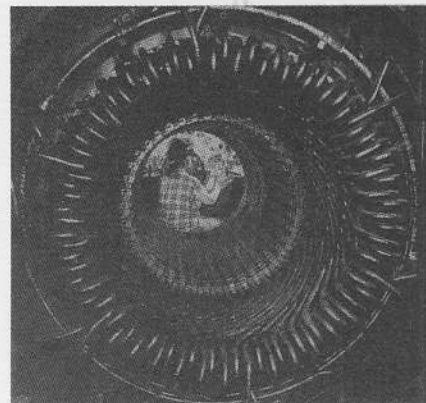
Ebben a fejezetben azt vizsgáljuk meg, hogy milyen áram alakul ki, ha a körben folyamatosan változó feszültséget alkalmazunk.¹ A legtöbb elektromechanikus áramfejlesztő *szinuszosan* váltakozó feszültséget hoz létre, amelynek hatására a külső áramkörben szinuszosan váltakozó áram folyik. Az egyszerűség kedvéért a közkeletű angol rövidítést (AC, alternating current) használva a továbbiakban az ilyen áramot, feszültséget, áramkört stb. egységesen az „AC” jelzővel látjuk el, így például az „AC feszültség” kifejezést a „váltakozó feszültség” szinonímjaként használjuk. (Hasonlóképpen, az egyenáramú mennyiségeket, áramköröket a „DC” (direct current) rövidítéssel jelölhetjük). Váltakozó áramú köröket elterjedten használnak energia átvitelére, hírközlésre (rádió, TV, műholdas adatátvitelben), számítógépekben, továbbá számos egyéb fontos gyakorlati, ipari alkalmazásuk is van.

¹ Az egyenáramú áramkörökben folyó áramokat leíró törvények és egyenletek fogalmi szempontból egyszerűbbek, mint a váltakozó áramú áramkörökre vonatkozóak. A váltakozó áramokat leíró törvényeket a múlt század végén Charles Proteus Steinmetz, a kitűnő mérnök-matematikus vezette le: a váltakozó áramú áramkörök elméletéről szóló, részletes és bonyolult matematikai levezetéseket tartalmazó első publikációja három kötet terjedelmű.



A tengelyen lévő gyűrűkontaktusokkal csúszókontaktusok ("szénkefék") érintkeznek.

(a) A váltakozó áramú generátor elve. A mágneses térben forgó vezetőhurokban $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ feszültség indukálódik.



(b) A modern váltakozó áramú generátorok számos tekercset tartalmazó forgórésze (az ábrán nem látható) nagy elektromágnesek mágneses terében forog.

34-1 ábra

A váltakozó áramú generátor

34.2 Egyszerű váltakozó áramú körök

Az egyszerűség kedvéért az AC áramkörökkel kapcsolatban speciális jelölsmódot vezetünk be. Legyen a váltakozó feszültség és váltakozó áram szinuszos², azaz

$$v = V \sin \omega t \quad \text{és} \quad i = I \sin(\omega t - \phi) \quad (34-1)$$

A feszültség és az áram *csúcserőértékét*, vagy *amplitúdóját* nagybetűkkel jelöljük (V , illetve I); a kis betűk magukat az időtől függő mennyiségeket (v , illetve i) jelentik. A szinuszosan változó mennyiségeket amplitúdójukon kívül adott időpontban a *fázisszögük* jellemzi (pl. a fenti kifejezésekben $\omega t - \phi$). Két különböző szinuszosan változó mennyiség fázisszögének különbségét, a ϕ szöveget, *fáziskülönbségnek* nevezzük.

A váltakozó áramú körök tulajdonságainak elemzését leszűkíthetjük az egyetlen frekvenciával jellemezhető szinuszos AC mennyiségek vizsgálatára. Ennek oka az, hogy bármely (tetszőlegesen bonyolult), f_0 frekvenciájú *periodikus* függvény helyettesíthető az f_0 és harmonikusai ($2f_0$, $3f_0$, $4f_0$...) szinuszos és koszinuszos függvényeit tartalmazó összeggel. (Az eljárást *Fourier-analízisnek* nevezik, részletek az F függelékben találhatóak). Így bonyolult, periodikus hullámalakok egyszerű szinuszos komponensekre bonthatók, s ezekre már alkalmazhatóak a következőkben kifejtett módszerek.

Megmutatjuk, hogy ha sorba kapcsolt, ellenállást, kondenzátort és tekercset tartalmazó áramkörben az áramerősség időben szinuszosan változik, akkor az egyes elemeken a feszültségesés fázisszöge nem szükségképpen ugyanakkora. Az egyes elemeken a feszültségesés (illetve a rajtuk átfolyó áram) nemcsak az áramköri elemek nagyságától, hanem a frekvenciától is függ.

Csak ellenállást tartalmazó áramkörök

Tekintsük a 34-2. ábrán látható áramkört. Legyen az alkalmazott feszültség $v = V \sin \omega t$, vagyis a $t = 0$ időpontban $v = 0$. Az áramköri rajzokon az AC feszültségforrások jele \ominus . Az i áramerősség kiszámítását annak alapján végezzük el, hogy a töltésmegmaradás és energiamegmaradás elve váltakozó áramú körökben éppen úgy fennáll, mint az egyenáramúakban. Ezért *bármely időpontban* érvényesek a Kirchhoff-törvények. A zárt hurok mentén a feszültségeket összegezzük:

$$\begin{aligned} \sum v &= 0, \\ v - iR &= 0. \end{aligned}$$

A (34-1) egyenletből v kifejezését behelyettesítve, majd átrendezve, az Ohm-törvényhez hasonló kifejezéshez jutunk:

$$V \sin \omega t = iR,$$

$$\text{ebből} \quad i = \frac{V}{R} \sin \omega t \quad (34-2)$$

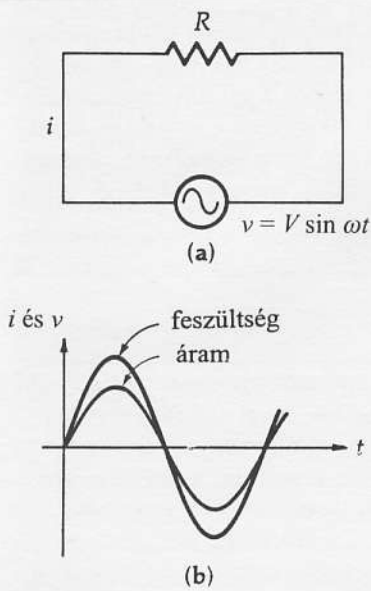
Vegyük észre, hogy az áramerősség és a feszültség *fázisszöge azonos*. Ezt illusztráltuk a 34-2b ábrán.

Csak kapacitást tartalmazó áramkörök

Tekintsük a 34-3a ábrán látható áramkört. A zárt hurok mentén a feszültségek összegének zérusnak kell lennie, tehát

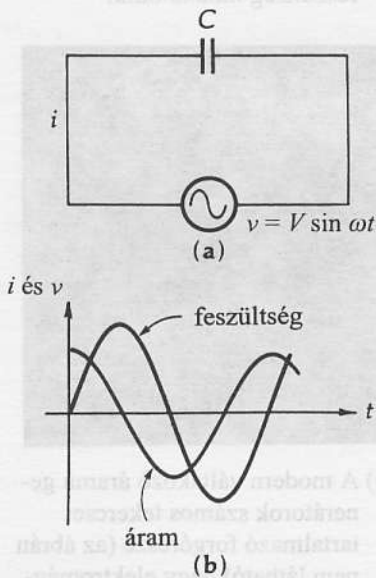
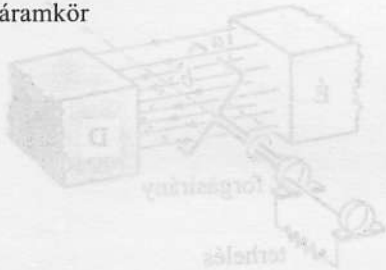
$$\sum v = 0$$

² Az $(\omega t - \phi)$ kifejezésben szereplő negatív előjel értelme a 34.3. pontban válik nyilvánvalóvá.



34-2 ábra

Csak ellenállást tartalmazó AC áramkör



34-3 ábra

Csak kapacitást tartalmazó AC áramkör.

$$V \sin \omega t - \frac{q}{C} = 0, \quad (34-3)$$

ahol q a kondenzátor töltése a t időpontban. Az áramkörben folyó áram tulajdonképpen a kondenzátor lemezein lévő töltés változásának sebessége: $i = dq/dt$. A (34-3) egyenletet differenciálva majd dq/dt -re megoldva azt kapjuk, hogy

$$i = \frac{dq}{dt} = V\omega C \cos \omega t. \quad (34-4)$$

Ezt az egyenletet az Ohm-törvényhez hasonló formájúra alakíthatjuk:

$$i = V\omega C \cos \omega t = \left(\frac{V}{X_c} \right) \cos \omega t$$

Érdeemes bevezetnünk a kapacitív ellenállás (reaktancia) fogalmát:

$$\text{KAPACITÍV ELLENÁLLÁS} \quad X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (34-5)$$

Az X_c egysége *ohm* (Ω). Ez a mennyiség a csak ellenállást tartalmazó áramkörben lévő ellenálláshoz hasonlóan az átfolyó áram erősségét korlátozza. (Feladat: mutassuk meg, hogy a kapacitív ellenállás valóban ellenállás dimenziójú.) Vegyük észre, hogy az áram $\pi/2$ radiánnal illetve 90° -kal megelőzi a feszültséget (34-3b ábra). Az „áram siet a feszültséghez képest” kifejezést arra szoktuk alkalmazni, hogy az áramerősség időben előbb éri el a csúcsertékét, mint a feszültség. Hangsúlyozzuk a különbséget: kapacitásokon az áram és a feszültség között 90° fáziskülönbség van; ellenállásokon a két mennyiség *mindig* egymással azonos fázisban van.

34-1 PÉLDA

Számítsuk ki a $2\mu\text{F}$ -os kondenzátor kapacitív ellenállását (reaktanciáját) (a) 50 Hz, és (b) 1 Mhz frekvencián.

MEGOLDÁS

(a) $f = 50$ Hz frekvencián $\omega = 2\pi(50 \text{ s}^{-1}) = 314,15$ rad/s. Így

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(314 \text{ rad/s})(2 \times 10^{-6} \text{ F})} = 1592 \Omega$$

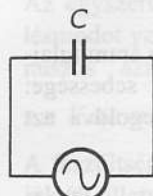
Mint hogy Európában a villamos hálózat frekvenciája 50 Hz, könnyű megjegyezni a hálózati feszültség körfrekvenciáját:

$$\omega = 314 \text{ rad/s.}$$

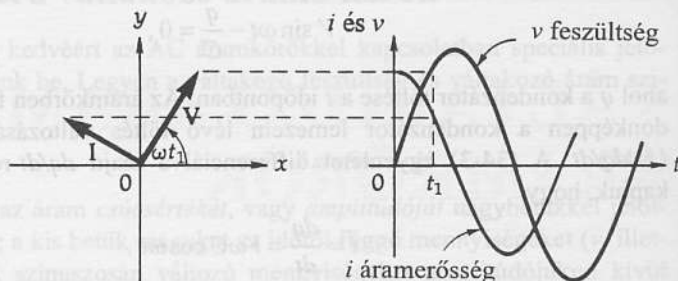
(b) 10^6 Hz frekvencián

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi)(1 \times 10^6 \text{ Hz})(2 \times 10^{-6} \text{ F})} = 0,0796 \Omega$$

A kondenzátor reaktanciája a frekvencia növekedtével csökken. A másik irányban változtatva a frekvenciát, a kapacitás reaktanciája nagyon nagyvá válik; az $\omega = 0$ határesetben (vagyis egyenáramok esetében) az ellenállás végtelen, vagyis DC áramkörben kondenzátort tartalmazó ágba áram nem folyik.



$$v = V \sin \omega t$$



- (a) A csak kapacitást tartalmazó AC áramkör
- (b) A fázisvektordiagram. A fázisvektorok ω szögsebességgel, az óramutató járásával ellentétes irányban forognak. A V és I vektorok közötti szög mindig 90° .
- (c) A fázisvektorok forgása közben a függőleges tengelyen vett vetületük a pillanatnyi áramnak, illetve feszültségnek megfelelően változik az időben.

34-4 ábra

Csak kapacitást tartalmazó áramkörben az áramerősség és a feszültség viszonya

34-2 ábra

Csak kapacitást tartalmazó AC áramkör

A vektordiagramok (fazorok)

A feszültség és az áramerősség közötti fázisviszonyokat **vektordiagramok** segítségével szemléltethetjük. A csak kapacitást tartalmazó áramkörre jellemző vektordiagramot a 34-4. ábrán láthatunk. Ezen a diagramon a feszültséget és az áramerősséget a V és I nyilakkal, az ún. fázisvektorokkal³ ábrázoltuk, melyek az óramutató járásával ellentétes irányban, azonos ω szögsebességgel forognak, tehát közben a nyilak által bezárt szög állandó marad. A fázisvektorok hossza az időben változó feszültség és áramerősség amplitúdója; a közöttük lévő szög pedig a v feszültség és i áramerősség ϕ **fáziskülönbsége**. A fázisvektorok függőleges tengelyen vett vetületét az alábbi képletek adják meg:

$$v = V \sin \omega t \quad \text{és} \quad i = I \cos \omega t,$$

$$i = I \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (34-6)$$

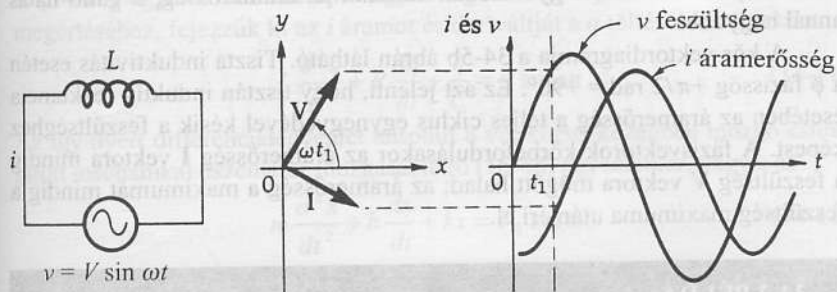
A vetületek tulajdonképpen azt adják meg, hogy a mérhető fizikai mennyiségek (v és i) időben hogyan változnak. A ϕ fáziskülönbség az adott esetben $-\pi/2$ rad $= -90^\circ$ (minthogy $i = I \sin(\omega t - \phi)$). Ez azt jelenti, hogy tisztán kapacitív ellenállás esetében az áramerősség a teljes ciklus egynegyedével siet a feszültséghez képest. A fázisvektorok körbefordulásakor, az áramerősség I fázisvektora mindig a feszültség V fázisvektora előtt halad; az áramerősség a maximumát mindig a feszültség maximuma előtt éri el. A fázisvektordiagram tehát a feszültség és az áramerősség közötti fázisviszonyokat szemlélteti.

Csak induktivitást tartalmazó áramkörök

Tekintsük a 34-5a ábrán látható áramkört; tételezzük fel, hogy L „tisztán induktív” elemet (tekercset) jelent, vagyis a menetek ellenállása elhanyagolható.

³ Bár a feszültség és az áram a szokásos értelemben nem vektormennyiség, a fázisvektorokra érvényes a jól ismert vektorösszegzési szabály. A vektordiagramok hasznos segédeszközök, amelyekkel világossá tehetők az áramok és feszültségek fázisviszonyai.

A feszültségeket és áramokat reprezentáló vektorokat a továbbiakban (az angol nyelvű phasor szó alapján) fazoroknak is nevezzük. (A fordító)



(a) A csak induktivitást tartalmazó AC áramkör

(b) A fázisvektordiagram. A fázisvektorok ω szögsebességgel, az óramutató járásával ellentétes irányban forognak. A V és I vektorok közötti szög mindig 90° .

(c) A fázisvektorok forgása közben a függőleges tengelyen vett vetületük a pillanatnyi áramnak, illetve feszültségnek megfelelően változik az időben.

tóan kicsiny. A hurok mentén a feszültségesések összege ebben az esetben is zérus. A tekercs kapcsai között a feszültségesés $v_L = -L di/dt$, tehát

$$\Sigma v = 0,$$

$$v - L \frac{di}{dt} = 0. \quad (34-7)$$

A $v = V \sin \omega t$ behelyettesítéssel és átrendezéssel a (34-7) összefüggés az alábbi alakban írható:

$$L \frac{di}{dt} = V \sin \omega t.$$

Ezt a differenciálegyenletet az i és t változók szétválasztásának módszerével oldjuk meg, vagyis ezeket a változókat az egyenlet két különböző oldalára rendezzük. Integrálással (vö. a G függeléssel) azt kapjuk, hogy

$$\int di = \frac{V}{L} \int \sin \omega t dt$$

$$i = -\frac{V}{\omega L} \cos \omega t + c$$

Mínt hogy $c = 0^4$, és felhasználva a $-\cos \omega t = \sin(\omega t - \pi/2)$ azonosságot, ezt a kifejezést az Ohm-törvényhez hasonló alakra írhatjuk át:

$$i = \frac{V}{X_L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (34-8)$$

AZ INDUKTÍV
ELLENÁLLÁS

(REAKTANCIA) X_L

$$X_L = \omega L \quad (34-9)$$

Az induktív ellenállás éppen úgy korlátozza az áramerősség amplitúdóját, mint ahogyan a csak ellenállást tartalmazó áramkörben az ellenállás. A reaktancia a frekvencia növelésével nő, hiszen az induktivitás gátolja az



34-6 ábra
Bármely időpontban az áramkör
elemében a feszültségesések összege
egyenlő az alkalmazott v feszültség-
gel, azaz $v = v_C + v_L + v_R$.

⁴ A c integrálási állandó időben állandó DC áramnak felel meg. Ha az áramkörben DC áramforrás lenne jelen, c zérustól különbözne.

34-5 ábra

Csak induktivitást tartalmazó áramkörben az áramerősség és a feszültség viszonya

áramváltozásokat. Minél gyorsabban változik az áramerősség, a gátló hatás annál nagyobb.

A kör vektordiagramja a 34-5b ábrán látható. Tiszta inuktivitás esetén a ϕ fázisfőg $+\pi/2$ rad $= +90^\circ$. Ez azt jelenti, hogy tisztán induktív reaktancia esetében az áramerősség a teljes ciklus egynegyedével késik a feszültséghez képest. A fázisvektorok körfordulásakor az áramerősség I vektora mindig a feszültség V vektora mögött halad; az áramerősség a maximumát mindig a feszültség maximuma után éri el.

34-2 PÉLDA

A 30 mH inuktivitású tekercshez 15 V-os, 50 Hz-es AC feszültségforrást csatlakoztatunk. Számítsuk ki a tekercsen átfolyó áramerősséget.

MEGOLDÁS

A 34-8 egyenlet szerint az áramerősség amplitúdója:

$$I = \frac{V}{X_L}$$

Míthogy $X_L = \omega L = 2\pi fL$

$$I = \frac{V}{2\pi fL} = \frac{15 \text{ V}}{(2\pi)(50 \text{ s}^{-1})(3 \times 10^{-2} \text{ H})} = 1,6 \text{ A}$$

Ismert, hogy a tiszta inuktivitás esetén az áramerősség a feszültséghez képest $\pi/2$ radián szöggel késik. Az áramerősség frekvenciája ugyanakkora, mint az AC feszültségé, 50 Hz. Így az áramerősséget SI egységekben az alábbi összefüggés adja meg:

$$i = I \sin(\omega t - \phi) = 1,6 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ A} \quad (\text{ahol } t \text{ másodpercekben adott})$$

34.3 Sorba kapcsolt RLC-áramkörök

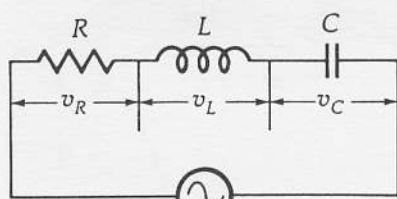
Tekintsük a 34-6 ábrán látható áramkört. Kirchhoff huroktörvénye értelmében bármely időpontban az alkalmazott $v = V \sin \omega t$ feszültségnek egyenlőnek kell lennie a tekercsben keletkező $v_L = L di/dt$ feszültség, az ellenálláson keletkező $v_R = iR$ feszültségesés és a kondenzátor lemezei közötti $v_C = q/C$ feszültség összegével:

$$\Sigma v = 0,$$

$$V \sin \omega t - L \frac{di}{dt} - iR - \frac{q}{C} = 0.$$

Átrendezéssel azt kapjuk, hogy

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = V \sin \omega t. \quad (34-10)$$



$$v = V \sin \omega t$$

34-6 ábra

Bármely t időpontban az áramköri elemeken a feszültségesések összege egyenlő az alkalmazott v feszültséggel, azaz $v = v_R + v_L + v_C$.

A (34-10) egyenletben szereplő egyes tagok fizikai jelentésének pontosabb megértéséhez, fejezzük ki az i áramot és deriváltját a q töltés deriváltjaként.

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V \sin \omega t \quad (34-11)$$

Az így nyert differenciálegyenlet hasonlít a viszkózus közegben mozgó csillapított mechanikai oszcillátor mozgását leíró (15-48) egyenlethez, vagyis az

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (34-12)$$

egyenlethez.

A két egyenlet tagonkénti összehasonlítása alapján a következők állapíthatók meg:

- (1) Az induktivitás a töltésáramlás változásainak éppen úgy ellenáll, mint ahogy a mechanikai rendszerben a tömeg a gyorsulásnak.
- (2) Az elektromos áramkörök tisztán ohmos ellenállása a mechanikai rendszer viszkózitásával analóg mennyiség: mindkettő energia-disszipációt (elektromos esetben Joule-hőt) okoz.
- (3) A kapacitás reciproka az elektromos áramkör „rugalmasságát” fejezi ki, analógiában a mechanikai rendszerekben az egyensúlyi helyzet felé visszatérítő erőt jellemző rugóállandóval.

Ezeket, más analógiákkal együtt, a 34-1 táblázatban foglaltuk össze.

A (34-11) egyenletet megoldva, a q töltés a t idő függvényében adódik; abból az áramerősséget t szerinti differenciálással kaphatjuk meg. Az egyenlet megoldásának az ismertetése meghaladja e könyv kereteit, ezért bizonyítás nélkül közöljük az eredményt:

$$i = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \sin(\omega t - \phi) + i_0(t) \quad (34-13)$$

ahol a korábbiak szerint, $X_L = \omega L$ és $X_C = 1/\omega C$. Az $i_0(t)$ tagot *tranzienstagnak* nevezik, ugyanis ez adja meg az áramerősség változását közvetlenül a feszültség bekapcsolása után. A legtöbb áramkörben ez a tag a feszültség bekapcsolása után hamarosan gyakorlatilag zérusság válik.⁵ A 34-7 ábrán egy

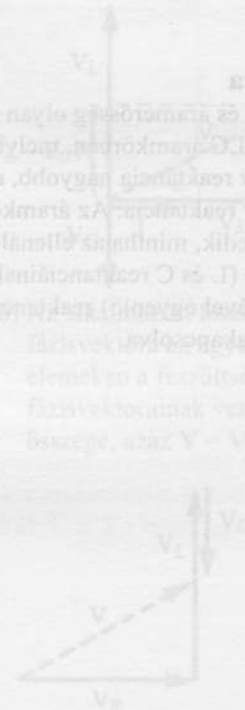
34-1 táblázat
Az elektromos és a mechanikai mennyiségek közötti analógiák.

| Mechanikai rendszer | Elektromos áramkör |
|---|--|
| M tömeg (a sebességváltozást gátolja) | L induktivitás (az áramerősségváltozást gátolja) |
| b viszkózitási együttható (az energiát hővé alakítja) | R ellenállás (az energiát hővé alakítja) |
| k rugóállandó (a mechanikai mozgás rugalmasságát, a rugó „visszahúzó képességét” fejezi ki). | $1/C$ reciprok kapacitás (az elektromos áramkör rugalmasságát fejezi ki.) |
| x elmozdulás | q töltés |
| $v = dx/dt$ sebesség | $i = dq/dt$ áramerősség |
| F erő | V feszültség |

⁵ A tranzienstagnagysága a kezdeti körülményektől függ. Például attól, hogy a feszültség milyen fázisában kapcsoljuk be a feszültségforrást vagy attól, hogy a kondenzátor töltött vagy feltöltetlen? A kezdeti állapot gondos megválasztásával a tranzienstagn teljesén kiküszöbölhető; a kezdeti állapotra jellemző paraméterek bizonyos kombinációja esetén viszont a tranzienstagn olyan nagy áramlökést is jelenthet, ami az áramkört károsíthatja.



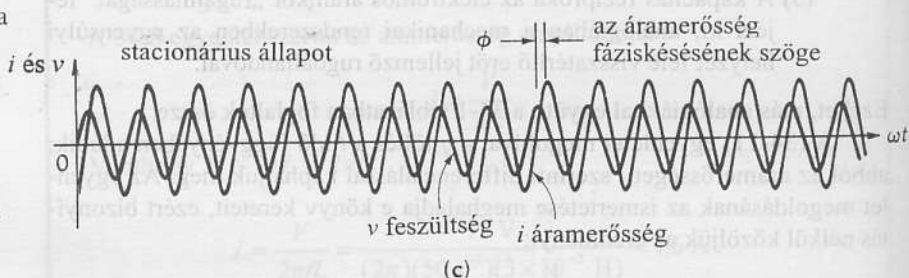
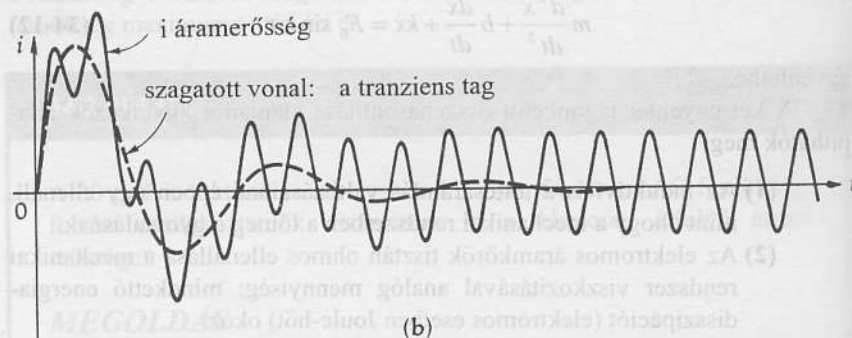
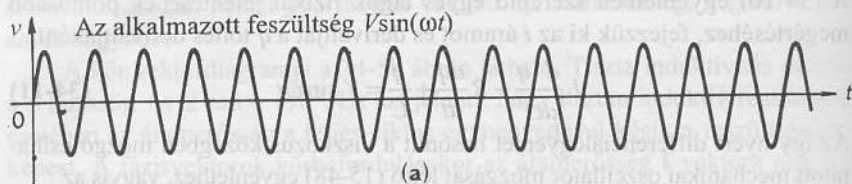
(a) A feszültség-vektordiagram. Az irányokat az I áramerősségvektor irányja jelöli.



(c) A feszültség-fázisvektorok alternatív állapításának módja.

34-8 ábra

Feszültségek és áramerősség közötti fázisviszonyok sorba kapcsolt RLC áramkörben. (Ezen az ábrán az áramkör eredő reaktanciája induktív, így az I áramerősség a V alkalmazott feszültséghez képest előrébb van a fázisban.)



34-7 ábra

Feszültség és áramerősség olyan sorba kapcsolt RLC áramkörben, melyben az induktív reaktancia nagyobb, mint a kapacitív reaktancia. Az áramkör úgy viselkedik, mintha az ellenállás egy kisebb (L és C reaktanciáinak különbségével egyenlő) reaktanciával lenne sorbakapcsolva.

tipikus példán illusztráljuk az áramköri viszonyokat: A tranzienstag viszonylag gyorsan lecseng és stacionárius AC áramerősség áll be. A tranzienstagot ne vizsgáljuk tovább, figyelmünket fordítsuk inkább a *stacionárius AC áramra*, melynek általános alakja a következő:

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \tag{34-14}$$

ahol a ϕ fázisállandó:

$$\text{A } \phi \text{ FÁZIS-ÁLLANDÓ} \quad \phi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \tag{34-15}$$

A ϕ értéke X_L és X_C értékétől függően $-\pi/2$ radián és $+\pi/2$ radián között akár mekkora lehet. (Emlékeztetülül: ϕ a v alkalmazott feszültség és az áramkörben folyó i áramerősség közötti fáziskülönbség.)

A sorba kapcsolt RLC áramkör fázisviszonyai viszonylag egyszerűen szemléltethetők, illetve megjegyezhetők a következőképpen: Minthogy bármely időpontban az összes elemén átfolyó áramerősség *ugyanaz*, **célszerű minden fázisvektort az I áramerősség vektorához viszonyítani**. A 34-8a ábrán a feszültségesések V vektorai (az I áram vektorával együtt) láthatók. Konvenció szerint az I vektor vízszintes és jobbra mutat. Minthogy az ellenálláson a feszültségesés az áramerősséggel azonos *fázisú*, V_R és I azonos irányú. A tekercsben az áramerősség $\pi/2$ radiánnyit késik a feszültséghez képest és így a V_L fázisvektor 90° -kal megelőzi az áramerősség I fázisvektorát (vagyis a V_L fázisvektor az óramutató járásával ellentétes irányban 90° -kal van elforgatva az I fázisvektorhoz képest). A kondenzátoron átfolyó áramerősség $\pi/2$ radiánnyit siet a feszültséghez képest és így a V_C vektor 90° -kal az I fázisvektor után van (vagyis a V_C fázisvektor az óramutató járásával megegyező irányban 90° -kal van elforgatva az I fázisvektorhoz képest). Kirchhoff hurokszabálya alapján *az áramköri elemeken a feszültségesésnek az alkalmazott feszültséggel azonosnak kell lennie, azaz a V vektor az egyes feszültség-vektorok vektoriális összege*:



34-6 ábra

Bármely időpontban az áramköri elemeken a feszültségesések összege egyenlő az alkalmazott v feszültséggel, azaz $v = v_R + v_L + v_C$

A FESZÜLTÉS-VEKTOROK VEKTORIÁLIS ÖSSZEGE

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C \quad (34-16)$$

A feszültség-vektordiagram a sorba kapcsolt RLC áramkörben uralkodó fázisviszonyokat szemlélteti. A fázisvektorok, persze, ω szögsebességgel az óramutató járásával ellentétes irányban forognak, és a függőleges tengelyen vett vetületük megadja az áramerősségek és az egyes elemeken a feszültségeseknek az időbeli változását.

34.4 Sorba kapcsolt RLC áramkörök impedanciája

Az RLC áramkörön áthaladó áram erősségét az R, L, és C értéke, valamint az alkalmazott feszültség frekvenciája szabja meg. Az I áramerősség a (34-13) képlet szerint

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (34-17)$$

ahol V = az alkalmazott feszültség
 R = az ellenállás
 $X_L = \omega L$ az induktív reaktancia
 $X_C = 1/(\omega C)$ a kapacitív reaktancia

Az ohmos ellenállásokat, az induktív és kapacitív ellenállásokat (reaktanciákat) együtt **impedanciának** nevezzük. Az impedancia ellenállásegységben (ohm Ω) adható meg.

SORBA KAPCSOLT RLC ÁRAMKÖR IMPEDANCIÁJA

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (34-18)$$

Igy az áramerősség és a feszültség amplitúdója között az egyszerű $I = V/Z$ arányosság áll fenn. Más alakban:

A VÁLTAKOZÓ ÁRAMRA VONATKOZÓ OHM TÖRVÉNY

$$V = IZ \quad (34-19)$$

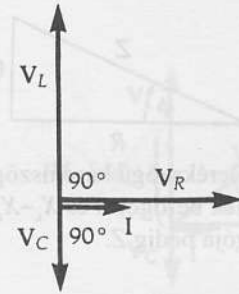
Az AC áramkörök tárgyalása során a Z impedancia ugyanazt a szerepet tölti be mint az ellenállás a DC áramköröknél.

A (34-18) egyenlet algebrai alakja a Pitagorasz-tétel alkalmazását sugallja: ha R és $X_L - X_C$ egy derékszögű háromszög két befogójának hossza, Z nagyságát az átfogó hossza adja meg, (34-9 ábra). A Z és R közötti szöveget a (34-15) egyenlettel számíthatjuk:

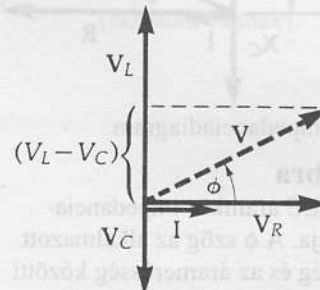
A FÁZIS-KÜLÖNBÉSÉG:

$$\phi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \quad (34-20)$$

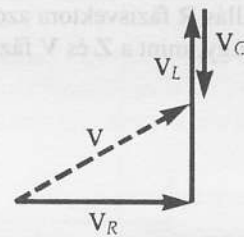
Vegyük észre, hogy ez megegyezik a v feszültség és az i áramerősség közötti fázisszöggel.⁶ A 34-9a ábra háromszöge a 34-9b ábrán látható teljes **impedanciadiagram** része: az utóbbit úgy szerkesztjük meg, hogy az R ellenállást



(a) A feszültség-vektordiagram. Az irányokat az I fázisvektortól mérjük.



(b) Az alkalmazott feszültség V fázisvektora az egyes áramköri elemeken a feszültségesek fázisvektorainak vektoriális összege, azaz $\mathbf{V} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C$.

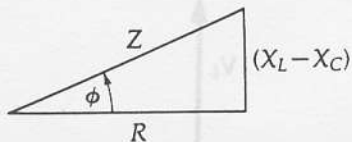


(c) A feszültség-fázisvektorok ábrázolásának alternatív módja.

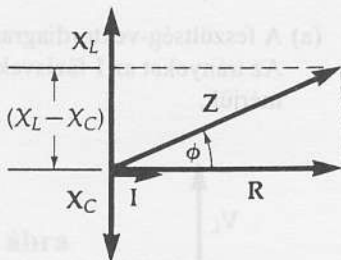
34-8 ábra

Feszültségek és áramerősség közötti fázisviszonyok sorba kapcsolt RLC áramkörben. (Ezen az ábrán az áramkör eredő reaktanciája induktív, így az I áramerősség a V alkalmazott feszültséghez képest késik; közöttük a fáziskülönbség ϕ .)

⁶ Az I áramerősség a \mathbf{V}_R feszültség-fázisvektorral mindig azonos fázisban van. Pozitív ϕ fáziskülönbség azt jelenti, hogy az áramerősség az alkalmazott V feszültséghez képest késik, és megfordítva. Ez egybevág a (34-1) egyenlet szerinti AC áramerősség definíciójával, miszerint $i = I \sin(\omega t - \phi)$. Szerencsére a fáziskésést vagy sietést könnyen el tudjuk dönteni a feszültségvektordiagramok segítségével: mindössze azt kell megjegyeznünk, hogy az áramerősség (és az ellenállásokon a feszültségesek) fázisvektora vízszintesen jobbra, az induktív, illetve kapacitív tagokon a feszültségesek fázisvektora felfelé, illetve lefelé mutat.



(a) Derékszögű háromszög, melynek befogói R és $X_L - X_C$ átfogója pedig Z .



(b) Impedanciadiagram.

34-9 ábra

Soros RLC áramkör impedanciadiagramja. A ϕ szög az alkalmazott feszültség és az áramerősség közötti fáziskülönbség. Ebben a példában az eredő reaktancia induktív, vagyis $X_L > X_C$; tehát a ϕ fáziskülönbség pozitív és az $i = I \sin(\omega t - \phi)$ áramerősség az alkalmazott feszültséghez képest késik. A (b) ábrán az áramerősség I , és az ellenállás R fázisvektora azonos irányú, éppúgy, mint a Z és V fázisvektorok.

az x tengely pozitív irányában, az X_L reaktanciát az y tengely pozitív irányában, az X_C reaktanciát pedig az y tengely negatív irányában vektorként rajzoljuk fel. E három vektor vektorális összege a Z eredő impedancia.

Az impedanciadiagram a 34-8 ábrán látható feszültség-vektordiagram közeli rokona; ugyanis az azon szereplő feszültségvektorok az egyes elemek impedanciájának (skalár) I -szeresei; vagyis a két ábra csak az I skálafaktorban és abban különbözik egymástól, hogy az impedanciadiagramon a vektorok nem forognak.

34-3 PÉLDA

Tekintsük a 34-6 ábra szerinti sorba kapcsolt RLC áramkört a következő paraméterekkel: $R = 200 \Omega$, $L = 552,5 \text{ mH}$ és $C = 22,1 \mu\text{F}$. Az alkalmazott feszültség amplitúdója 50 V , a frekvencia 50 Hz . Számítsuk ki

- az i áramerősség amplitúdóját és az alkalmas ott v feszültséghez viszonyított ϕ fáziskülönbségét;
- az ellenálláson a V_R feszültségesés;
- a kondenzátoron a V_C feszültségesés;
- a tekercsen a V_L feszültségesés amplitúdóját és az áramhoz viszonyított fáziskülönbségét.

MEGOLDÁS

Ilyen feladatoknál az első lépés az, hogy kiszámítjuk a reaktanciákat (impedanciákat), majd alkalmazzuk a váltakozó áramú Ohm-törvényt.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi)(50 \text{ s}^{-1})(22,1 \times 10^{-6} \text{ F})} = 144 \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = (2\pi)(50 \text{ s}^{-1})(552,5 \times 10^{-3} \text{ H}) = 173,49 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = [(200)^2 + (173,49 - 144)^2]^{1/2} \Omega = 202,2 \Omega$$

A 34-10b ábrán ezen áramkör impedanciadiagramja látható. Mínt hogy $X_L > X_C$, az eredő impedancia induktív, vagyis az áram késik a feszültséghez képest.

- Az áramerősség I amplitúdóját a váltakozó áramú Ohm-törvénnyel határozzuk meg:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{50 \text{ V}}{202,2 \Omega} = \underline{\underline{0,247 \text{ A}}}$$

Az áramerősség frekvenciája ugyanakkora, mint a feszültségé, 50 Hz . Az áramerősség és a feszültség közötti ϕ fáziskülönbséget a (34-20) összefüggés segítségével számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned} \phi &= \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \\ &= \arctg\left(\frac{173,49 \Omega - 144 \Omega}{200 \Omega}\right) = \underline{\underline{8,39^\circ}} = 0,146 \text{ rad} \end{aligned}$$

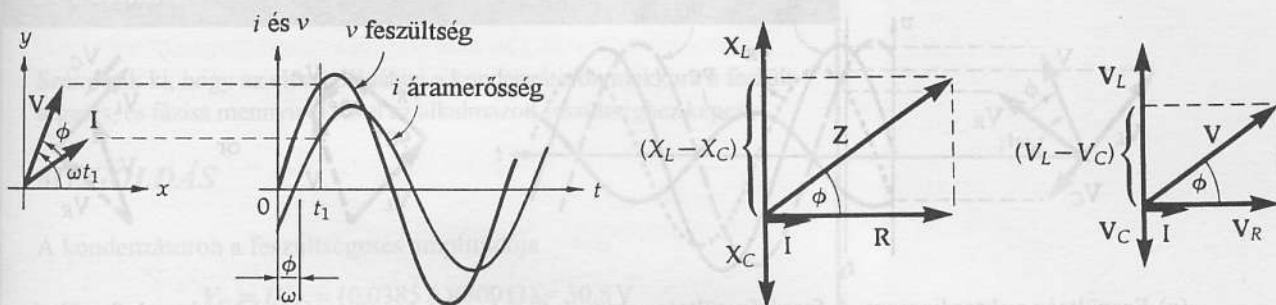
(az eredő reaktancia induktív, tehát az áramerősség késik a feszültséghez képest).

Ezeket az értékeket a (34-14) egyenletbe behelyettesítve, az áramerősség az időtől az alábbiak szerint függ:

$$i = \{I \sin(\omega t - \phi) = 0,247 \sin[(2\pi)(50 \text{ s}^{-1})t - 0,146]\} \text{ A}$$

$$i = \{0,247 \sin(100\pi t - 0,146)\} \text{ A} \quad (\text{ahol } t \text{ másodpercekben van adva})$$

- Az ellenálláson a V_R feszültségesés:



(a) A forgó fázisvektorok függőleges tengelyen vett vetülete megadja a v feszültség és i áramerősség időtől való függését.

(b) Impedanciadiagram

(c) Feszültség-fázisvektordiagram. Az I és V_R fázisvektorok azonos irányúak (fázisban vannak).

34-10 ábra

A 34-3 példához.

$$V_R = IR = (0,247 \text{ A})(200 \Omega) = 49,4 \text{ V}$$

Az ellenálláson a feszültségesés mindig azonos fázisú a rajta átfolyó árammal, így $\phi = 0^\circ$.

(c) A kondenzátoron a V_C feszültségesés:

$$V_C = IX_C = (0,247 \text{ A})(144 \Omega) = 35,57 \text{ V}$$

(d) A kondenzátoron a feszültségesés az átfolyó áramhoz képest mindig $\phi = 90^\circ$ -kal ($= \pi/2$ radián) késik.

$$V_L = IX_L = (0,247 \text{ A})(173,49 \Omega) = 42,85 \text{ V}$$

A tekercsen a feszültségesés az átfolyó áramhoz képest mindig $\phi = 90^\circ$ -kal ($= \pi/2$ radiánnal) siet.

A 34-11 ábra feszültség-vektordiagramján az összes feszültségvektort felüntetjük. Hangsúlyozandó, hogy a V alkalmazott feszültség *nem* egyenlő az egyes elemeken keletkező feszültségesések amplitúdójának összegével ($V_R + V_L + V_C \neq V$: az adott esetben $49,4 \text{ V} + 35,57 \text{ V} + 42,85 \text{ V} = 127,82 \text{ V} > 50 \text{ V}$). Másfelől a feszültségek pillanatnyi értékére az összegzés lehetséges: ezek *algebrai* összege megegyezik a v alkalmazott feszültség pillanatnyi értékével:

$$v = v_R + v_L + v_C$$

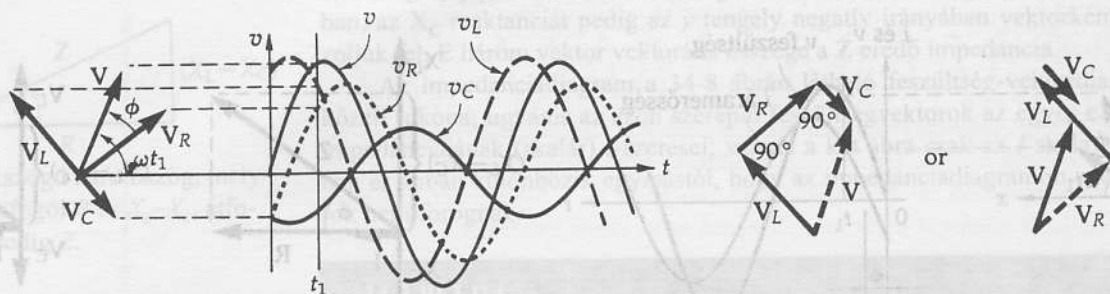
Ezek a pillanatnyi feszültségek a feszültség-vektordiagram (34-11 ábra) függőleges tengelyen vett vetületei. A vetületek összege ezért egyenlő az alkalmazott v feszültség pillanatnyi értékével, mert maguk a fázisvektorok *vektoroként* adandók össze:

$$V = V_R + V_L + V_C$$

A 34-11b vektorábra szerint

$$V^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 = (49,4 \text{ V})^2 + (42,85 \text{ V} - 35,57 \text{ V})^2 = 50 \text{ V}$$

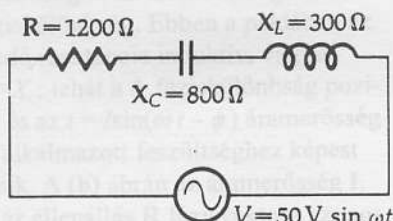
amely érték megegyezik az alkalmazott feszültség amplitúdójával.



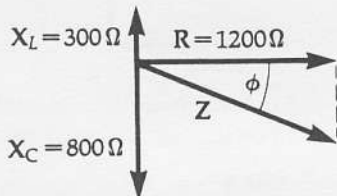
(a) Feszültség-vektordiagram. A forgó feszültségvektorok függőleges tengelyen vett vetülete megadja az egyes elemeken a feszültségesés időtől való függését. (b) Az egyes áramköri elemek feszültségvektorai *vektorként* adandók össze. Vektoriális összegük éppen egyenlő az alkalmazott feszültség vektorával ($V = V_R + V_L + V_C$). Az ábrán a vektorösszegzés két módját illusztráltuk.

34-11 ábra

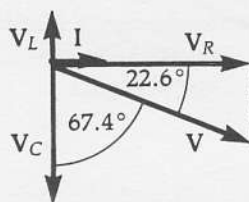
A 34-3 példához. Feszültség-vektordiagramok.



(a) Sorba kapcsolt RLC áramkör, amelyre 50 V amplitúdójú váltakozó feszültséget kapcsolunk.



(b) Az (a) ábrán látható áramkör impedanciadiagramja.



(c) A feszültség-vektordiagram.

34-12 ábra

A 34-4 példához.

34-4 PÉLDA

Tekintsük a 34-12 ábrán látható RLC áramkört. Számítsuk ki (a) az RLC kör impedanciáját; (b) a körben folyó áram erősségét és (c) az alkalmazott feszültség és a körben folyó áram közötti fáziskülönbséget.

MEGOLDÁS

(a) Az impedancia

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = [(1200 \Omega)^2 + (300 \Omega - 800 \Omega)^2]^{1/2} = 1300 \Omega$$

A 34-12b ábrán látható az impedanciadiagram.

(b) Az AC Ohm-törvény szerint

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{50 \text{ V}}{1300 \Omega} = 0,0385 \text{ A}$$

(c) A fáziskülönbség

$$\phi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{300 \Omega - 800 \Omega}{1200 \Omega}\right) = -22,6^\circ$$

(az áramerősség az alkalmazott feszültséghez képest siet.)

A negatív fáziskülönbség-érték azt jelenti, hogy az áramerősség az alkalmazott feszültséghez képest siet. Ez összhangban áll azzal, hogy az eredő reaktancia kapacitív, hiszen $X_C > X_L$.

34-5 PÉLDA

Számítsuk ki, hogy az előző példában a kondenzátoron mekkora a feszültségesés, és fázisa mennyivel tér el az alkalmazott feszültséghez képest.

MEGOLDÁS

A kondenzátoron a feszültségesés amplitúdója

$$V_C = IX_C = (0,0385 \text{ A})(800 \Omega) = 30,8 \text{ V}$$

Az impedenciadiagram egyes vektorait I -vel szorozva a feszültségvektordiagramhoz jutunk (34-12c ábra). A kondenzátoron a V_C feszültségesés az alkalmazott V feszültséghez képest késik; ennek szöge $90^\circ - \phi = 90^\circ - 22,6^\circ = 67,4^\circ$.

34.5 Párhuzamosan kapcsolt RLC áramkörök impedanciája

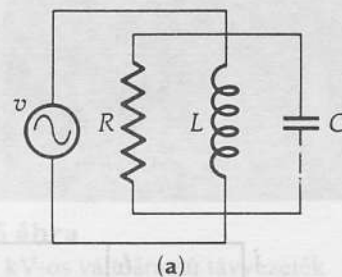
Tekintsük a 34-13a ábrán látható áramkört: a v feszültségforrással párhuzamosan kapcsolt impedanciákat. A párhuzamosan kapcsolt áramkör vizsgálata egy alapvető tulajdonsága miatt különbözik a sorba kapcsolt áramkör esetében követett eljárástól: A sorba kapcsolt áramkörben az összes elem azonos erősségű áram folyik át, így az egyes feszültségvektorokat az áramerősség I fázisvektorához viszonyítottuk. Párhuzamosan kapcsolt áramkörök esetében az egyes ágakon a feszültségesés azonos, így a fázisviszonyok megállapításához a V feszültség-fázisvektort használjuk viszonyítási alappul. A számítási módszer a következő: először az egyes ágakban folyó áramerősséget számítjuk ki, majd az áramok fázisvektorait vektoriálisan összegezve megkapjuk a főágon folyó áramerősséget. Ez a módszer Kirchhoff csomóponti törvényén ($\Sigma i = 0$) alapul, vagyis a csomópontba belépő áramok összegének bármely időpontban egyenlőnek kell lennie a csomópontból távozó áramok összegével. Hasonlóan ahhoz, ahogyan a feszültségek vektoriális összegzésére feszültség-vektordiagramot készítettünk, most az áramerősségek vektoriális összegzéséhez áramerősség-vektordiagramot készítünk. A 34-13b ábrán láthatók az egyes impedanciákon áthaladó áramok fázisvektorai (a V feszültség-fázisvektorhoz viszonyítva). A 34-13c ábrán vázolt módon az áramerősség-fázisvektorokat vektoriálisan összegezve megkapjuk az áramforrásból kivett teljes I áramerősséget ($I = I_R + I_L + I_C$).

34-6 PÉLDA

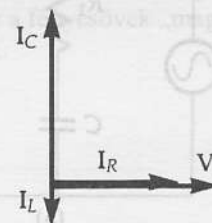
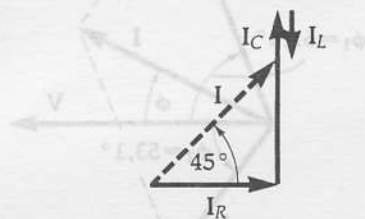
Az R , L és C áramköri elemek a 34-13a ábra kapcsolási rajza szerint párhuzamosan vannak kapcsolva. (a) Vázoljuk fel az egyes ágakban folyó áramerősségek fázisvektorát, feltéve, hogy $R = X_L = 2X_C$. (b) Számítsuk ki a teljes áramerősség I vektora és az alkalmazott feszültség V vektora közötti ϕ fáziskülönbséget.

MEGOLDÁS

(a) Mindhárom ág végpontjai között a feszültség V , ezért a V fázisvektorhoz viszonyítjuk az áramerősségvektorokat. Ez utóbbiak az induktív és kapacitív ágakban 90° -os szöget zárnak be V -vel (és I_R -rel



(a)

(b) Az áramerősségek vektordiagramja (a feszültség V fázisvektorához viszonyítva).(c) Az áramerősségvektorok vektoriális összege egyenlő az áramforrásból kivett teljes áramerősség I vektorával ($I = I_R + I_L + I_C$).

34-13 ábra

A 34-6 példához

is): relatív nagyságuk pedig az $I = V/Z$ egyenlet szerint $I_R = I_L$ és $I_C = 2I_L$ (minthogy $X_L = R = 2X_C$). Így tetszőleges léptékben megszerkeszthetjük a 34-13b ábra szerinti vektordiagramot.

(b) Minthogy $I_C = 2I_L = 2I_R$, a feszültségforrás áramában az y irányú komponens nagysága

$$I_y = (I_C - I_L) = (2I_L - I_L) = I_L = \underline{I_R}$$

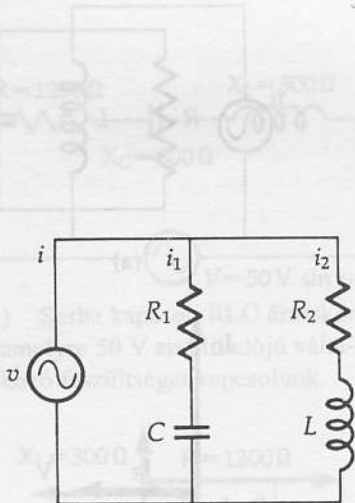
Hasonlóképpen az x komponens nagysága

$$I_x = I_R$$

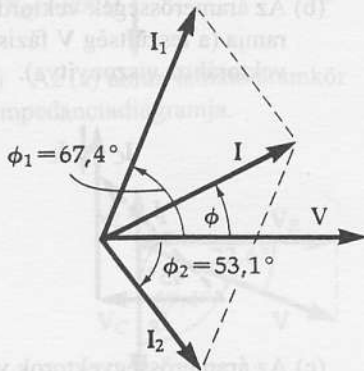
I és V között a fáziskülönbség $\phi = \arctg(I_y/I_x) = \arctg(I_R/I_R) = 45^\circ$ (34-13c ábra).

Megjegyzendő, hogy az áramkör az adott frekvencián úgy viselkedik, mint egy kapacitív reaktanciájú RC kör (bár $X_L > X_C$). A párhuzamosan kapcsolt ohmos ellenállásokhoz hasonlóan itt is a legkisebb impedanciájú elem dominál, ezen át folyik a legnagyobb áram.

34-11 ábra
A 34-3 példához: Feszültség-vektordiagram



(a)



(b) Az áramerősség vektor diagramja a (mindkét ágban azonos) V feszültség-fázisvektorhoz viszonyítva.

34-14 ábra

A 34-7 példához

34-7 PÉLDA

Tekintsük a 34-14a. ábrán látható áramkört. Az alkalmazott feszültség $v = 260 \sin \omega t$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$, $X_C = 12 \Omega$ és $X_L = 16 \Omega$. Milyen függvény szerint váltakozzik a főágban folyó áram erőssége?

MEGOLDÁS

A megoldás a következő lépésekből áll:

- (1) Számítsuk ki az egyes ágak impedanciáját.
- (2) Számítsuk ki az egyes ágakban folyó áramerősség amplitúdóját és a v alkalmazott feszültséghez viszonyított fázisát.
- (3) Szerkesszünk áramerősség-vektordiagramot és a főágban folyó i áramerősség kiszámítása végett adjuk össze vektoriálisan az egyes ágak áramerősségének fázisvektorát.

1. ág:

2. ág:

1. lépés:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{(5\Omega)^2 + (-12\Omega)^2} = 13\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{(12\Omega)^2 + (16\Omega)^2} = 20\Omega$$

2. lépés:

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{260\text{ V}}{13\Omega} = 20\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{260\text{ V}}{20\Omega} = 13\text{ A}$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R_1}\right)$$

$$\phi_2 = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R_2}\right)$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{-12\Omega}{5\Omega}\right) = -67,4^\circ$$

$$\phi_2 = \arctg\left(\frac{16\Omega}{12\Omega}\right) = 53,1^\circ$$

Az I_1 áramerősség a V feszültséghez képest $67,4^\circ$ -kal *siet*.

Az I_2 áramerősség a V feszültséghez képest $53,1^\circ$ -kal *késik*.

3. lépés: Felvázoljuk az áramerősségvektorokat a V feszültség-fázisvektorokhoz viszonyítva. Ezután vektoriális összegzéssel (az x és y

irányú komponensek külön-külön összegzésével) kiszámítjuk az $I = I_1 + I_2$ eredőt. Az x és y irányú komponensek összegzését az alábbiak szerint végezzük el:

x komponens:

$$I_1: I_{1x} = I_1 \cos \phi_1 \\ = (20 \text{ A}) \left(\frac{5}{13} \right) = 7,69 \text{ A}$$

$$I_2: I_{2x} = I_2 \cos \phi_2 \\ = (13 \text{ A}) \left(\frac{3}{5} \right) = 7,80 \text{ A}$$

$$I: I_x = I_{1x} + I_{2x} \\ = 7,69 \text{ A} + 7,80 \text{ A} = 15,5 \text{ A}$$

y komponens:

$$I_{1y} = I_1 \sin \phi_1 \\ = (20 \text{ A}) \left(\frac{12}{13} \right) = 18,5 \text{ A}$$

$$I_{2y} = I_2 \sin \phi_2 \\ = (13 \text{ A}) \left(-\frac{4}{5} \right) = -10,4 \text{ A}$$

$$I_y = I_{1y} + I_{2y} \\ = 18,5 \text{ A} + 10,4 \text{ A} = 8,10 \text{ A}$$

I_x és I_y eredője

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{(15,5 \text{ A})^2 + (8,10 \text{ A})^2} = \underline{\underline{17,5 \text{ A}}}$$

a fáziskülönbség pedig

$$\phi = \arctg \left(\frac{I_y}{I_x} \right) = \arctg \left(\frac{8,10 \text{ A}}{15,5 \text{ A}} \right) = \underline{\underline{27,6^\circ}}$$

A fázisvektordiagram szerint az áramerősség a v feszültséghez képest ekkora szöggel *siet*. Ennél fogva az áramerősség $i = I \sin(\omega t - \phi)$ általános egyenletében ϕ előjelét megváltoztatjuk (vagyis $\phi = -27,6^\circ$):

$$i = 17,5 \sin(\omega t + 27,6^\circ) \text{ A}$$

Megjegyzendő, hogy (az adott frekvencián) a kapacitást tartalmazó ágnak kisebb az impedenciája, az áramkör úgy viselkedik, mint egy RC kör. Hasonlóan az ellenállásokat tartalmazó DC áramkörök viselkedéséhez, ahol a párhuzamosan kapcsolt áramkör eredő ellenállásában a legkisebb ellenállás, a sorba kapcsolt áramkör eredő ellenállásában viszont a legnagyobb ellenállás dominál, az AC áramkörök esetében párhuzamosan kapcsolt, illetve sorba kapcsolt áramkörök eredő impedanciájában a (nagyságrendileg) legkisebb, illetve a *legnagyobb* impedanciájú elem dominál.

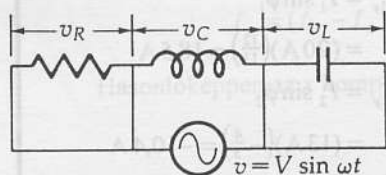


34-15 ábra

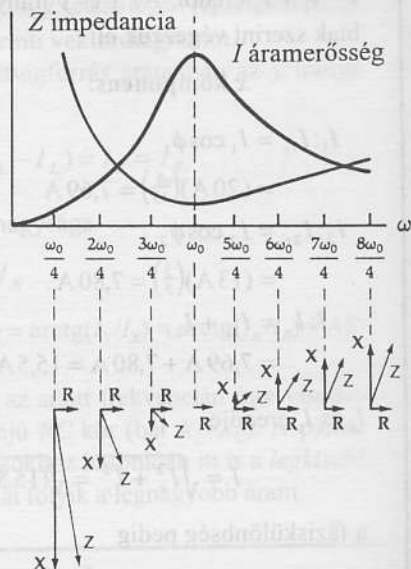
A 765 kV-os váltóáramú távvezeték alatt az elektromos térerősség olyan nagy, hogy a fénycsővek „maguktól” világítanak.

34.6 Rezonancia-jelenségek

Noha általában tisztában vagyunk azzal, hogy bizonyos mechanikai rendszerekben (pl. ugródeszka, hangvilla) természetes rezonancia jöhet létre, nem szoktuk ezeket *frekvencia-kiválasztó mechanizmusoknak* tekinteni. Pedig ezek pontosan így működnek: ha a gerjesztés frekvenciája megegyezik a rendszer valamely sajátfrekvenciájával, nagy amplitúdójú rezgés jöhet létre. Tekercsek, kondenzátorokból és ellenállásokból álló elektromos áramkörök hasonló módon viselkednek: ha rezonanciára képes áramkörre éppen a **rezonanciafrekvenciával** azonos frekvenciájú váltakozó feszültség hat, akkor az áramerősség az áramkör konstrukciójától függően maximális vagy minimális értéket vesz fel. Meg fogjuk mutatni, hogy az áramkörre jellemző rezonanciafrekvencia az a frekvencia, amelynél az *áramkörben folyó áram a gerjesztő feszültséggel éppen azonos fázisú*. Az elektromos rezonancia jelenségét széleskörűen, mint *frekvencia-kiválasztó mechanizmust* alkalmazzák: pl. rádió vagy TV készülékünk hangolásakor a rezonanciára képes áramkörnek ezt a tulajdonságát használjuk ki.



(a) Sorba kapcsolt RLC áramkör



(b) Áramerősség és impedancia a frekvencia függvényében. A görbék $Q = 2$ jósági tényezőjű RLC áramkörre vonatkoznak.

34-16 ábra
Sorba kapcsolt áramkör rezonanciája

Soros rezgőkör

Tekintsünk egy sorba kapcsolt *RLC* áramkört (34-16a ábra). Abból a célból, hogy az áramkör tulajdonságait az ω körfrekvencia függvényében megvizsgáljuk, egy sorozat impedanciadiagramot készítünk. A 34-16b ábrán látható diagram elkészítését úgy kezdjük, hogy legyen $X_L = X_C$: ekkor a *Z* impedancia éppen az *R* ellenállással egyenlő. Az ezen feltételt teljesítő ω_0 frekvencia a következőképpen számítható ki:

$$X_L = X_C$$

Az X_L és az X_C reaktancia frekvenciától való függését figyelembe véve:

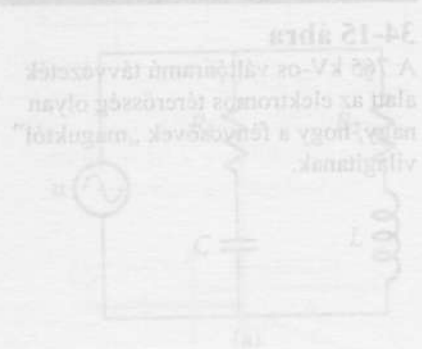
$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

ahonnan:

A SORBA KAPCSOLT RLC KÖR REZONANCIA-KÖRFREKVENCIÁJA

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{34-21}$$

Ezután megszerkesztjük az $1/4 \omega_0, 2/4 \omega_0, 3/4 \omega_0 \dots$ frekvenciákhoz tartozó impedanciadiagramokat egészen a $8/4 \omega_0$ frekvenciáig. A *Z* impedanciának két komponense van, ami reaktanciától származik: a felfelé mutató X_L , és a lefelé mutató X_C . A frekvencia növekedésével X_L lineárisan nő, X_C hiperbolikusan csökken; az *R* ohmos ellenállás állandó marad. Az impedancia abszolút értékét (a *Z* vektor hosszát) minden egyes impedancia-diagramról és a frekvencia függvényében ábrázolva a 34-16b ábrán látható impedanciafüggvényhez jutunk; ugyanezen az ábrán az *I* áramerősség frekvenciától való függését, az ún. rezonanciagörbét is feltüntettük. Az utóbbi függvény vizsgálata alapján megállapíthatók a sorba kapcsolt rezgőkörök fontos tulajdonságai:



34-14 ábra
A 34-7 példához

(1) A rezonanciagörbe éllessége növekszik, ha az ellenállás értéke az induktív vagy kapacitív reaktanciákhoz képest csökken. A görbe éllességét az alábbi definícióval megadható Q jósági tényezővel jellemezzük.

A REZGŐKÖR
 Q JÓSÁGI
 TÉNYEZŐJE:

$$Q \equiv \frac{\omega_0 L}{R} \quad (34-22)$$

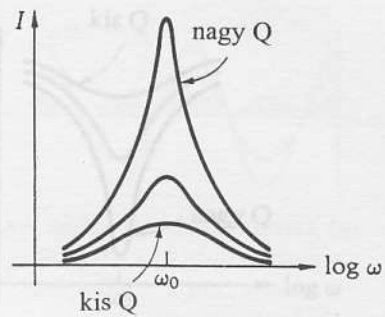
A Q dimenzió nélküli mennyiség, minthogy ellenállásdimenziójú mennyiségek hányadosa. A tipikus kisfrekvenciás rezgőkörök jósági tényezője 10-nél kisebb szám, míg a nagyfrekvenciás rezgőkörökre ez az érték akár az 1000-es nagyságrendet is meghaladhatja (34-17 ábra).

(2) A rezonanciafrekvencián az áramerősséget R értéke határozza meg; ugyanis

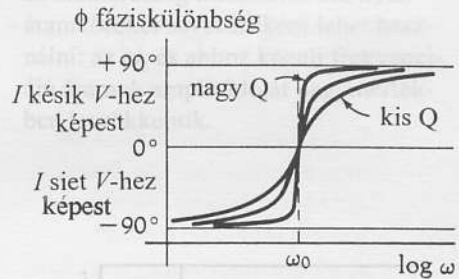
$$I = \frac{V}{R}, \quad (34-23)$$

ahol V az alkalmazott feszültség; I ezen a frekvencián tehát akár nagyon nagy is lehet.

(3) A rezonanciafrekvenciánál a tekercsen ugyanakkora a feszültség mint a kondenzátoron, fázisuk azonban éppen ellentétes, vektori összegük tehát zérus: $V_L + V_C = 0$. Bár az összeg minden időpontban zérus, maguk a feszültségek külön-külön nagyon nagyok is lehetnek; nagy jósági tényezőjű áramkörökben a reaktanciákon a feszültségesés az alkalmazott feszültségnek akár több ezerszerese is lehet!



(a) Különböző Q jósági tényezőjű sorba kapcsolt RLC áramkörök rezonanciagörbéi.



(b) Az áramerősség és a feszültség közötti ϕ fáziskülönbség sorba kapcsolt RLC körben.

34-17 ábra
 Sorba kapcsolt RLC kör rezonanciája

34-8 PÉLDA

Sorba kapcsolt RLC áramkör a következő adatokkal jellemezhető: $L = 20$ mH, $C = 100$ nF, $R = 20 \Omega$, $V = 100$ V és $v = V \sin \omega t$. Számítsuk ki (a) a rezonanciafrekvenciát; (b) az áramerősség amplitúdóját a rezonanciafrekvencián; (c) az áramkör Q jósági tényezőjét és (d) a tekercs kapcsai közötti feszültség amplitúdóját a rezonanciafrekvencián.

MEGOLDÁS

(a) A rezonanciafrekvenciát a (34-21) képlet alapján számítjuk ki:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Konkrét számértékeket behelyettesítve azt kapjuk, hogy

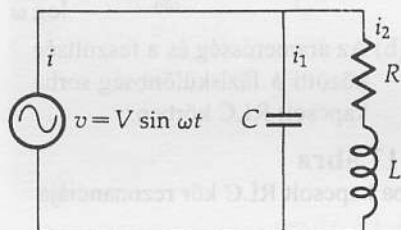
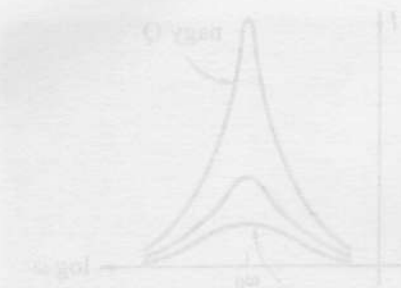
$$\omega_0 = [(20 \times 10^{-3} \text{ H})(100 \times 10^{-9} \text{ F})]^{-1/2} = 2,24 \times 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f_0 = \left(2,24 \times 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \left(\frac{1 \text{ ciklus}}{2\pi \text{ rad}} \right) = 3,56 \text{ kHz}$$

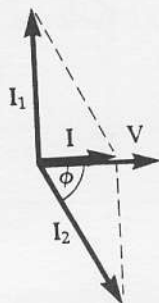
(b) A rezonanciafrekvencián az áramerősség az alkalmazott feszültség és az ellenállás hányadosa:



(d) Az áramerősség-vektor (áram) a rezonancia állapotban a feszültség-vektorral szembe fordított irányú.



(a) Párhuzamos rezgőkör



(b) Az áramerősség-vektordiagram a rezonancia állapotában.

34-18 ábra

Rezonancia párhuzamosan kapcsolt áramkörben

$$I = \frac{V}{R} = \frac{100 \text{ V}}{20 \Omega} = 5,00 \text{ A}$$

(c) Az áramkör Q jósági tényezőjét a (34-22) képlettel számítjuk ki:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\left(2,24 \times 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(20 \times 10^{-3} \text{ H})}{20 \Omega} = 22,4$$

Megjegyzendő, hogy Q dimenzió nélküli szám.

(d) A tekercs kapcsai közötti feszültség amplitúdója $V_L = X_L I$, ahol X_L a tekercs induktív reaktanciája a rezonanciafrekvencián; I pedig az áramerősség amplitúdója ugyanezen a frekvencián:

$$V_L = \omega_0 L I = \left(2,24 \times 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(20 \times 10^{-3} \text{ H})(5 \text{ A}) = 2240 \text{ V}$$

Vegyük észre, hogy ez a feszültség lényegesen nagyobb, mint a 100 V amplitúdójú alkalmazott feszültség.

Párhuzamos rezgőkör

A rezgőkörök egyik leggyakoribb formája a 34-18a ábrán illusztrált párhuzamosan kapcsolt kondenzátorból és tekercsből álló áramkör. A tekercssel sorba kötött ellenállás a tekercs meneteinek ellenállásából származik.⁷ Az áramkör tulajdonságainak a vizsgálata céljából az áramerősségek vektordiagramját a V feszültség-fázisvektorhoz viszonyítva szerkesztjük meg. Rezonancia esetén az I áramerősségvektor ($= I_1 + I_2$) az alkalmazott feszültséggel azonos fázisú. Továbbá ilyenkor az I fázisvektor minimális nagyságú (34-18b ábra). Az I áramerősségvektor a kondenzátoron átfolyó I_1 áramerősség és a sorba kapcsolt RL ágban folyó I_2 áramerősség vektoriális összege. V -hez képest az I_1 áramerősség $\pi/2$ radiánnyit siet, az I_2 áramerősség pedig ϕ szögnyit késik, ahol

$$\phi = \arctg\left(\frac{\omega_0 L}{R}\right) \quad (34-24)$$

Az I_1 és az I_2 fázisvektorok amplitúdója

$$I_1 = \frac{V}{X_C} \quad I_2 = \frac{V}{\sqrt{X_L^2 + R^2}} \quad (34-25)$$

A rezonancia állapotában az I_1 és I_2 fázisvektorok függőleges komponensei egyenlők, tehát ilyenkor (ezen a frekvencián) az áramkör úgy viselkedik, mintha egyszerű ellenállás lenne, azaz

$$\frac{V}{X_C} = \frac{V}{\sqrt{X_L^2 + R^2}} \sin \phi \quad (34-26)$$

⁷ A kapacitív ág nem tartalmaz ellenállást. Ennek oka a következő: ha a kondenzátor dielektrikuma „szivárog”, azaz valamikorra piciny egyenáram folyik át rajta, az ennek megfelelő elektromos ellenállást a kondenzátorral párhuzamosan kapcsoltnak kell feltételeznünk. Mint-hogy a rezgőköröket rendszerint úgy tervezzük, hogy jósági tényezőjük minél nagyobb legyen, ilyen célokra olyan kondenzátorokat választunk, amelyek ellenállása nagyon nagy, a rajtuk folyó áram gyakorlatilag zérus, azaz a szivárgási ellenállás elhanyagolható.

ahol X_L , X_C és ϕ értéke a rezonanciafrekvencián értendő. A (34-24) összefüggés szerint $\tan \phi = \omega_0 L/R$. Ennélfogva:

$$\sin \phi = \frac{\omega_0 L}{\sqrt{(\omega_0 L)^2 + R^2}}$$

A (34-26) egyenletbe behelyettesítve és ebből ω_0 értékét kifejezve:

$$\omega_0 C = \left(\frac{1}{\sqrt{(\omega_0 L)^2 + R^2}} \right) \left(\frac{\omega_0 L}{\sqrt{(\omega_0 L)^2 + R^2}} \right)$$

vagyis

A 34-18 ÁBRA PÁRHUZAMOSAN KAPCSOLT RLC ÁRAMKÖR REZONANCIAKÖRFREKVENCIÁJA:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad (34-27)$$

Nagy Q értékkel jellemzett áramkörben (vagyis ha $R \ll L\omega_0$) a gyökjel alatti második tag elhanyagolhatóvá válik, tehát $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Ez ugyanolyan alakú kifejezés, mint a soros rezgőkör rezonanciafrekvenciáját megadó (34-21) képlet. A különböző jósági tényezőjű párhuzamos rezgőkörök áramerősségének amplitúdója a frekvenciától a 34-19 ábrán vázolt módon függ.

34.7 A váltakozó áramú áramkörök teljesítménye

Az egyenáramú áramkörök esetében az energiamérleg felállítása egyszerű. A feszültségforrások által a körbe betáplált elektromos energia egyenlő az ellenállásokon disszipált energiával, azaz a Joule-hővel. Az AC áramkörökben a feszültségforrásnak *minden időpontban* nemcsak az ellenállásokban hővé alakult energiát, hanem a kondenzátorokban és tekercsekben elektromos, illetve mágneses erőter formájában tárolt energiát is fedeznie kell.

A v feszültségű áramforrás, miközben dq töltés potenciálját v -vel megváltoztatja, dW munkát végez. A munkavégzés sebessége egyenlő a feszültségforrás által leadott pillanatnyi teljesítménnyel: $p = dW/dt$. E két összefüggésből azt kapjuk, hogy

$$p = v \frac{dq}{dt} = vi \quad (34-28)$$

Mínt hogy $v = V \sin \omega t$ és $i = I \sin(\omega t - \phi)$, a $p = vi$ pillanatnyi teljesítmény:

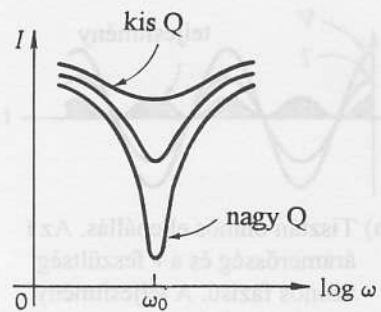
$$p = VI \sin \omega t \sin(\omega t - \phi) \quad (34-29)$$

Az áramkörnek leadott teljesítmény tehát időben változik (34-20 ábra). A gyakorlatban viszont általában az áramforrás által leadott $P_{\text{át}}$ átlagos teljesítmény a lényeges mennyiség. Ezt az *időbeli átlagot* az alábbi módon számítjuk ki:

$$P_{\text{át}} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt,$$

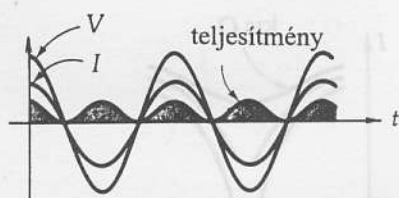
ahol T a periódusidő. [Vegyük észre, hogy az időbeli átlag kiszámítása hasonlít a tömegközéppont meghatározásához, l (9-12) formula]

A (34-29) képletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

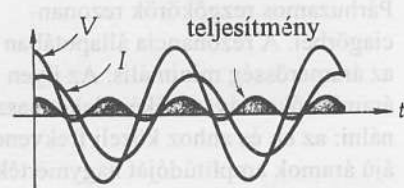


34-19 ábra

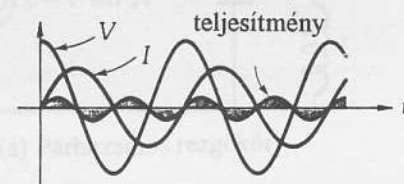
Párhuzamos rezgőkörök rezonanciaigörbéi. A rezonancia állapotában az áramerősség minimális. Az ilyen áramköröket sávszűrőként lehet használni: az ω_0 és ahhoz közeli frekvenciájú áramok amplitúdóját nagymértékben lecsökkentik.



(a) Tisztán ohmos ellenállás. Az i áramerősség és a v feszültség azonos fázisú. A teljesítmény mindig pozitív.



(b) Induktív reaktanciából és ohmos ellenállásból álló áramkör. Az i áramerősség a feszültséghez képest késik; $\phi = 45^\circ$. A teljesítmény negatív, amikor az energia a tekercsből a feszültségforrás felé áramlik.



(c) Tisztán induktív áramkör esete (nincs jelen ohmos ellenállás). Az i áramerősség a feszültséghez képest késik: $\phi = 90^\circ$. A teljesítmény azonos nagyságú pozitív és negatív értékek között váltakozik; átlaguk zérus.

34-20 ábra

Feszültség, áramerősség és teljesítmény változása az idő függvényében AC áramkörökben. A p pillanatnyi teljesítmény (v és i pillanatnyi értékének szorzata) szinuszosan $2f$ frekvenciával változik. A $P_{\text{átl}}$ átlagos teljesítmény a ϕ fázisszögtől függ: $P_{\text{átl}} = VI \cos \phi$.

$$P_{\text{átl}} = \frac{1}{T} \int_0^T VI \sin \omega t \sin (\omega t - \phi) dt \quad (34-30)$$

A D. függelékben leírtak szerint, $\sin (\omega t - \phi) = \sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi$. Ennek felhasználásával a (34-30) összefüggés átalakítható:

$$P_{\text{átl}} = \frac{VI \cos \phi}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt - \frac{VI \sin \phi}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt$$

A G-II. függelékben leírtak szerint az integrálást elvégezve:

$$P_{\text{átl}} = \frac{VI \cos \phi}{T} \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4} \right) \Big|_0^T - \frac{VI \sin \phi}{T} \left(\frac{\sin^2 \omega t}{2} \right) \Big|_0^T$$

Az integrálási határokat behelyettesítve és felhasználva a $T = 2\pi/\omega$ összefüggést, a

$$P_{\text{átl}} = \frac{VI}{2} \cos \phi \quad (34-31)$$

végeredményhez jutunk, ahol ϕ a v feszültség és i áramerősség közötti fáziskülönbség. (Megjegyzendő, hogy mind $\sin^2 \omega t$, mint $\cos^2 \omega t$ integrálja T időtartam alatt $1/2$.) A $\cos \phi$ tényezőt **teljesítménytényezőnek** nevezzük. A 32-12b ábra szerint

$$\text{TELJESÍTMÉNY-} \quad \cos \phi = \frac{R}{Z} \quad (34-32)$$

$$\text{TÉNYEZŐ}$$

Érdeemes megvizsgálni a teljesítménytényező szerepét és eredetét. Tisztán induktív áramkörben a fázisszög $\phi = \pi/2$. Minthogy $\cos(\pi/2) = 0$, a tisztán induktív tekercsben energia nem disszipálódik. Ennek fizikai magyarázata az, hogy az első negyedperiódusban a tekercs mágneses erőterének felépítéséhez szükséges, a feszültségforrásból származó energia a következő negyedperiódusban a mágneses erőter megszűnésekor visszaáramlik a feszültségforrásba. Hasonlóképpen a tisztán kapacitív áramkörben a fázisszög $\phi = -\pi/2$, s minthogy $\cos(-\pi/2) = 0$, a tisztán kapacitív kondenzátoron sem disszipálódik energia: A lemezek közötti elektromos erőter létrehozásához szükséges energia a következő negyedperiódusban, – az elektromos erőter megszűnésekor – a feszültségforrásba visszatáplálódik. Ha az áramkör csak induktív és kapacitív impedanciákat tartalmaz, a mágneses és elektromos erőterek felépülése és megszűnése éppen $\pi/2$ fáziseltolódással követi egymást: azaz míg az elektromos erőter felépül, a mágneses erőter leépül, és viszont. Ennek eredményeként az (ideális) tekercs és az (ideális) kondenzátor között az energia ide-oda áramlik; és ha az áramkörben nincs ellenállás, akkor a két elembe nincs is energiavesztés. *Energiadisszipáció csak az R ellenálláson történik, Joule-hő fejlődésével.* Minthogy az ellenálláson a v_R feszültségesés a rajta áthaladó i árammal azonos fázisú, $\cos \phi = \cos 0 = 1$, a (34-31) összefüggés szerint

$$P_{\text{átl}} = \frac{V_R I}{2} \quad (34-33)$$

Az átlagos teljesítményt V és I *effektív értékével*^{*} is kifejezhetjük.

* Az effektív érték a sokszor használt négyzetes átlag speciális esete, melyet a $V_{\text{eff}}^2 = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T v^2(t) dt$ összefüggéssel definiáltunk. Szinuszosan változó elektromos mennyiségek (pl. a V váltakozó feszültség) effektív értékét az alábbi egyenlet definiálja:

$$V_{\text{eff}}^2 = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T V^2 \sin^2 \omega t dt,$$

ahol T a periódusidő. Az integrálást elvégezve megmutatható, hogy $V_{\text{eff}} = V/\sqrt{2}$. Nem szinuszos AC mennyiségek effektív értéke a (34-34) képletek által megadottól eltér.

EFFEKTÍV ÉRTÉKEK: $V_{\text{eff}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ $I_{\text{eff}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ (34-34)

Innen $P_{\text{át}} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi$ (34-35)

Felhasználva a $V_R = V \cos \phi$ összefüggést, $P_{\text{át}}$ a

$P_{\text{át}} = (V_R)_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ (34-36)

alakban is megadható.

A $P_{\text{át}}$ tehát az alábbi összefüggésekkel fejezhető ki:

$\left\{ \begin{aligned} &= \frac{VI}{2} \cos \phi \end{aligned} \right.$ (34-37)

$\left\{ \begin{aligned} &= V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi \end{aligned} \right.$ (34-38)

SOROSBA KAPCSOLT RLC ÁRAMKÖRBEN DISSZIPÁLT ÁTLAGOS TELJESÍTMÉNY

$\left\{ \begin{aligned} P_{\text{át}} &= \frac{V_{\text{eff}}^2}{Z} \cos \phi \end{aligned} \right.$ (34-39)

$\left\{ \begin{aligned} &= (V_R)_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \end{aligned} \right.$ (34-40)

$\left\{ \begin{aligned} &= I_{\text{eff}}^2 R \end{aligned} \right.$ (34-41)

Az utolsó két formula hasonlít az egyenáramú áramkörökre érvényes kifejezésekhez, melyek szerint állandó I árammal átjárt R ellenálláson disszipált P teljesítmény

(Egyenáramú áramkörökben) $P = V_R I$ és $P = I^2 R$ (34-42)

ahol V_R az ellenállás kapcsain az állandó nagyságú feszültségese. Az AC esetre vonatkozó (34-40) és (34-41) egyenletek nagyon hasonlítanak a DC teljesítményét leíró (34-42) egyenletekhez: ennek alapján nevezzük a (34-34) összefüggésekkel definiált mennyiségeket **effektív értékeknek**. Az ellenállásokon a V_{eff} és I_{eff} mennyiségekkel jellemezhető AC feszültség, ill. áramerősség hatására fejlődő hő ugyanakkora, mintha rajta $V = V_{\text{eff}}$ feszültségű és $I = I_{\text{eff}}$ erősségű egyenáram hatására fejlődne hő.

A hálózati feszültségeket és áramerősségeket legtöbbször effektív értékkel adjuk meg, noha az effektív értékre való utalást rendszerint elhagyjuk. Például, hazánkban a fali csatlakozókban az effektív feszültség 220 V, tehát a feszültség amplitúdója $220 \text{ V} \times \sqrt{2} = 311 \text{ V}$. A hálózati feszültség időtől való függését tehát a $v = 311 \times \sin(2 \times 50 \pi t)$ függvény adja meg.



primér tekercs szekundár tekercs

(a) Vasmagos transzformátor N_1 menetű primér tekercséhez AC feszültségforrás csatlakozik. A szekundár tekercs N_2 menetű.



(b) A vasmagos transzformátor áramköri jelölése. (légmagos transzformátorok esetében a függőleges vonalakat nem húzzuk be.)

34-21 ábra A transzformátor



(a) Tiszán ohmos ellenállás. Az áramerősség és a feszültség mindig fiziol. A teljesítmény mindig pozitív.



(b) Induktív áramkörből és ohmos ellenállásból álló áramkör. Az áramerősség a feszültséghez képest késik: $\phi = 45^\circ$. A teljesítmény negatív, amikor az energia a tárolóba a feszültség előírás felé áramlik.



(c) Tiszán induktív áramkör esete (nincs jelen ohmos ellenállás). Az áramerősség a feszültséghez képest késik: $\phi = 90^\circ$. A teljesítmény azonos nagyságú pozitív és negatív értékek között váltakozik; átlaguk zérus.

34-20 ábra

Feszültség, áramerősség és teljesítmény változása az idő függvényében AC áramkörökben. A p pillanatnyi teljesítmény (v és i pillanatnyi értékek szorzata) szinuszosan 2ω frekvenciával váltakozik. A $P_{\text{át}}$ átlagos teljesítmény a ϕ szöszögtől függ: $P_{\text{át}} = VI \cos \phi$.

34-9 PÉLDA

Sorba kapcsolt RLC áramkörre a $v = 100 \sin(1000t)$ függvénnyel megadott AC feszültséget kapcsolunk (az egyes mennyiségek SI egységekben értendők). Számítsuk ki az áramkörben átlagosan disszipált teljesítményt, ha $R = 400 \Omega$, $C = 5 \mu\text{F}$ és $L = 0,5 \text{ H}$

MEGOLDÁS

Az átlagos disszipált teljesítmény mindhárom kifejezésében szerepel az áramerősség, ezért először azt számítjuk ki. A (34-18) egyenlet szerint a Z impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\text{ahol } X_L = \omega L = \left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(0,5 \text{ H}) = 500 \Omega$$

$$\text{és } X_C = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{\left(1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(5,0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 200 \Omega$$

Behelyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$Z = \sqrt{(400 \Omega)^2 + (500 \Omega - 200 \Omega)^2} = 500 \Omega$$

$$\text{Az áramerősség amplitúdója } I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \text{ V}}{500 \Omega} = 0,200 \text{ A}$$

Az áramerősséget ismerve, az átlagos teljesítményre vonatkozó bármelyik összefüggést felhasználhatjuk. Az alábbiakban mindegyiket illusztráljuk.

$$\text{A (34-37) alkalmazásával: } P_{\text{át}} = \frac{VI}{2} \cos \phi,$$

$$\text{ahol } \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{400 \Omega}{500 \Omega} = 0,800$$

Behelyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$P_{\text{át}} = \frac{(100 \text{ V})(0,200 \text{ A})}{2}(0,800) = 8,00 \text{ W}$$

A (34-38) alkalmazásával:

$$P_{\text{át}} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi = \left(\frac{100 \text{ V}}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{0,200 \text{ A}}{\sqrt{2}}\right) (0,800) = 8,00 \text{ W}$$

A (34-39) alkalmazásával:

$$P_{\text{át}} = \frac{V_{\text{eff}}^2}{Z} \cos \phi = \left(\frac{100 \text{ V}}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(\frac{1}{500 \Omega}\right) (0,800) = 8,00 \text{ W}$$

A (34-40) alkalmazásával:

$$P_{\text{át}} = (V_R)_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

ahol $(V_R)_{\text{eff}} = (IR)_{\text{eff}} = \frac{(0,200 \text{ A})(400 \Omega)}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}} \text{ V}$

Behelyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$P_{\text{át}} = \left(\frac{80}{\sqrt{2}} \text{ V} \right) \frac{(0,200 \text{ A})}{\sqrt{2}} = 8,00 \text{ W}$$

A (34-41) alkalmazásával:

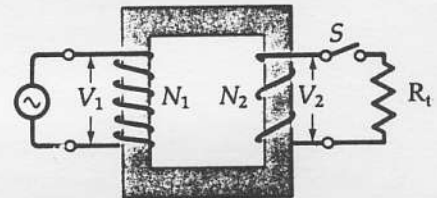
$$P_{\text{át}} = I_{\text{eff}}^2 R = \left(\frac{0,200 \text{ A}}{\sqrt{2}} \right)^2 (400 \Omega) = 8,00 \text{ W}$$

34.8 Transzformátorok

Az egyik legáltalánosabban használt elektromos készülék a *transzformátor*, amellyel váltakozó feszültségek amplitúdója számottevő energiavesztés nélkül megnövelhető vagy lecsökkenthető. Villamos energiát nagy távolságra rendszerint úgy szállítanak, hogy az erőművekben termelt szinuszos feszültséget transzformátorral nagyon nagy feszültségűvé transzformálják. Mint-hogy a $(V_{\text{eff}} I_{\text{eff}})$ teljesítmény a transzformálás során nem nőhet, a feszültség növelésekor az áramerősség lecsökken; ennek következményeként a távvezetéken a szállítás során az $I^2 R$ veszteség is csökken. A távvezeték másik végén, egy másik transzformátor a feszültséget alkalmas értékre alakítja vissza a fogyasztó számára.

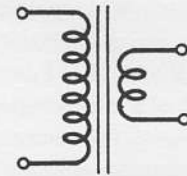
A 34-21 ábrán a transzformátorok szokásos jelölismódja látható. A primer tekercshez a V_1 feszültségű AC feszültségforrás csatlakozik; a szekunder tekercsen V_2 kimenő feszültség jelenik meg. A transzformátor lágyvas magja nagy mértékben megnöveli a primer tekercs belsejében a mágneses fluxussűrűséget, és minthogy az erővonalak szinte teljesen a vasmag belsejében haladnak, a primer tekercs belsejében futó erővonalakat a mag szinte hiánytalanul átvezeti a szekunder tekercs belsejébe. *Ideálisnak* tekintjük azt a transzformátort, melyben az erővonalak kiszóródása miatt fellépő, valamint a tekercsekben illetve a vasmagban hőfejlődéssel járó veszteségek elhanyagolhatók⁹. Legyen kezdetben az S kapcsoló nyitva, tehát a szekunder körben áram nem folyik, a transzformátor energiát nem ad át a szekunder körnek. A szekunder tekercs belsejében változó mágneses fluxus a tekercsben feszültséget indukál, ez jelenik meg a tekercs kapcsain. Minthogy mindkét tekercs belsejében lényegében ugyanakkora a (változó) mágneses fluxus, az indukált elektromotoros erő a két tekercsben menetenként ugyanakkora, azaz

$$\frac{\mathcal{E}_1}{N_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{N_2} \quad (34-43)$$



primér tekercs szekunder tekercs

- (a) Vasmagos transzformátor N_1 menetű primér tekercséhez AC feszültségforrás csatlakozik. A szekunder tekercs N_2 menetű.



- (b) A vasmagos transzformátor áramköri jelölése. (légmagos transzformátorok esetében a függőleges vonalakat nem húzzuk be.)

34-21 ábra
A transzformátor

⁹ Léteznek olyan, helyesen méretezett, nagy teljesítményű transzformátorok, melyek hatásfoka megközelíti a 99%-ot, így az ideális transzformátor feltételezése nem irreális. A tekercsekben keletkező Joule-hő kis ellenállású huzalok felhasználásával, az örvényáram veszteségek lemezelte vasmag alkalmazásával csökkenthető. A hiszterézis-vesztéseket pedig nagyon vékony hiszterézis-hurkú lágyvasmag alkalmazásával csökkentik le.

Ha a primer tekercs ohmos ellenállása elhanyagolható az induktív ellenállásához képest, akkor a transzformátor AC feszültségforráshoz csatlakoztatott tiszta induktivitásnak tekinthető. Az áramerősség és feszültség között 90° -os fáziskülönbség van, tehát a váltakozó áramú forrás átlagosan zérus energiát ad le a transzformátornak.

Ha az S kapcsoló zárásával R_1 ellenállást („terhelést”) csatlakoztatunk a szekunder tekercshez, akkor áram indul meg és az R_1 ellenálláson időegységenként I^2R_1 hő fejlődik. Lenz törvénye értelmében a szekunder körben folyó áram olyan mágneses erőteret kelt, amely ellentétes irányú a primer körben folyó áram mágneses erőterével, és így lecsökkentené a primer feszültséget. A V_1 primer feszültséget viszont az AC generátor szabja meg, ezért a primer tekercsbe, hogy az eredeti fluxust fenntartsa, többletáram érkezik a generátorból. Az elektromotoros erő jele helyett a megfelelő feszültség jelét használva a fenti képletet átírjuk az alábbi alakba

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \quad (34-44)$$

A kapott összefüggés szerint ideális transzformátorban a tekercsek *menetszámainak aránya* (N_2/N_1) egyenlő a feszültségek arányával (V_2/V_1). Ha a transzformátor kimenő feszültsége nagyobb a bemenőnél, akkor a bemenő feszültséget **feltranszformáljuk**, ha pedig kisebb, akkor **letranszformáljuk**. Míthogy ideális transzformátor esetén a $V_1 I_1$ bemenő teljesítmény egyenlő a $V_2 I_2$ kimenő teljesítménnyel, a menetszámok N_2/N_1 aránya az áramerősségek arányának reciproka:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (34-45)$$

Így tehát a transzformátor áramerősségek átalakítására is alkalmazható (megjegyzendő, hogy a feszültség **feltranszformálása** az áramerősség **letranszformálását** jelenti).

Magyarországon az erőművekben termelt villamos energiát az országos távvezetékhalózat 220 kV-os feszültségére transzformálják fel. A felhasználáshoz ezt két lépésben (transzformátor-telepeken) 10 kV-ra, majd (utcai transzformátorokban) 220 V-ra transzformálják le. A hálózat háromfázisú, azaz három fázisvezető-huzalból és egy földelt vezetőből áll. Kisebb teljesítményű fogyasztók 220 V-os egyfázisú feszültséggel, nagyobb teljesítményűek háromfázisú (3×380 V-os) hálózatról működnek.

34-10 PÉLDA

Tekinsük a 34-21 ábrán látható ideális transzformátort. Fejezzük ki a V_1/I_1 arányt, N_1 , N_2 és R_1 függvényeként. (Ez fontos hányados, ugyanis ekkora a transzformátor bemenő ellenállása, ha a szekunder tekercshez az R_1 tehelő ellenállást csatlakoztatjuk.)

MEGOLDÁS

A transzformátor szekunder oldali feszültsége

$$V_2 = R_2 I_2 \quad (34-46)$$

A (34-44) szerint $V_2 = (N_2/N_1)V_1$; (34-45) szerint pedig $I_2 = (N_1/N_2)I_1$. Ezeket a (34-46) összefüggésbe behelyettesítve és az $R_{\text{eff}} = V_1/I_1$ hányadost képezve:

$$\left(\frac{N_2}{N_1}\right)V_1 = R_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)I_1 \quad (34-47)$$

$$R_{\text{eff}} = \frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

A generátor számára a transzformátor ekvivalens egy R_{eff} terhelő ellenállással.

A transzformátorral tehát megváltoztatható a feszültségforrás (V_1/I_1) effektív kimenő ellenállása, ezért a transzformátorok fontos szerephez jutnak ott, ahol elektronikus áramkörök egyik részéből a másikba energiát kell átvenni: A DC tápegységekre vonatkozó állításhoz (29C-51 feladat) hasonlóan *maximális energia* akkor vihető át, ha a feszültségforrás kimenő impedanciájának nagysága éppen egyenlő a terhelő impedanciáéval¹⁰. Ez az oka például annak, hogy a váltakozó áramú mérés technikában gyakran alkalmazunk illesztőtranszformátorokat, hogy a mérendő jeleket „ne veszítsük el”.

34-11 PÉLDA

Az AC feszültségforrás belső ellenállása 3200Ω . Abból a célból, hogy az $R_2 = 8 \Omega$ terhelő ellenállásra a maximális teljesítményt lehessen kicsatolni, a generátor és az ellenállás közé transzformátort iktatunk be. Felételezve, hogy a transzformátor ideális, (a) számítsuk ki a tekercsek menetszámának arányát. Ha a feszültségforrás kimenő feszültsége $V_{\text{eff}} = 80 \text{ V}$, mekkora lesz (b) az ellenálláson az effektív feszültségesés; (c) az ellenálláson áthaladó effektív áramerősség. (d) Számítsuk ki az ellenálláson disszipált teljesítményt. (e) Igazoljuk, hogy az áramerősségek és a menetszámok fordítottan arányosak.

MEGOLDÁS

- (a) A maximális teljesítményátvitel végett a 8Ω -os terhelés effektív ellenállása (vö. a 34-10 példával) 3200Ω kell, hogy legyen. A (34-47) alapján

$$R_{\text{eff}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

tehát
$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{R_{\text{eff}}}{R_2}\right)^{1/2} = \left(\frac{3200 \Omega}{8 \Omega}\right)^{1/2} = 20$$

A primer tekercsnek hússzor annyi menetének kell lennie, mint a szekundernek.

- (b) Felhasználva a (34-44) egyenletet és V_{eff} számértékét behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$V_2 = V_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right) = (80 \text{ V}) \frac{1}{20} = 4,00 \text{ V}$$

¹⁰ A pontosság kedvéért megjegyezzük, hogy ha a terhelésnek kapacitív ellenállása van, akkor a feszültségforrás kimenő impedanciájának ezzel azonos nagyságú induktív ellenállással kell rendelkeznie és viszont. Ilyen esetek vizsgálatával nem foglalkozunk.

(c) Az ellenálláson átfolyó áram

$$I_2 = \left(\frac{V_2}{R_2} \right) = \frac{4 \text{ V}}{8} = 0,500 \text{ A}$$

(d) Mithogy a terhelés tisztán ohmos ellenállás, a teljesítmény:

$$P_2 = (I_{\text{eff}})^2 R_2 = (0,500 \text{ A})^2 (8 \Omega) = 2,00 \text{ W}$$

(Ha az impedancia-illesztő transzformátort nem alkalmaznánk, és a terhelő ellenállást közvetlenül az AC feszültségforráshoz csatlakoztatnánk, az ellenálláson leadott teljesítmény mindössze $7,77 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ lenne!)

(e) A primer tekercsen folyó effektív áramerősség

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{80 \text{ V}}{3200} = \underline{\underline{25 \text{ mA}}}$$

Így az áramerősségek aránya

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{25 \times 10^{-3} \text{ A}}{0,500 \text{ A}} = \frac{1}{20}$$

ami a menetszámok arányának a reciproka.

Összefoglalás

A váltakozó feszültségeket és áramerősségeket a

$$v = V \sin \omega t \quad \text{és} \quad i = I \sin(\omega t - \phi)$$

képletek írják le, ahol i és v szinuszosan változó mennyiségek; I és V a csúcserőterek és ϕ a v és i közötti fáziskülönbség. A fázisviszonyok ideális áramköri elemeken a következők:

Ellenállás: i és v azonos fázisúak;

Kondenzátor: i $\pi/2$ radiánnal siet v -hez képest

Tekercs: i $\pi/2$ radiánnal késik v -hez képest

Az áramköri elemek reaktanciái:

Kapacitív: $X_C = 1/\omega C$;

Induktív: $X_L = \omega L$;

Teljes reaktancia: $X = X_L - X_C$

Sorba kapcsolt RLC áramkör:

$$\text{Z impedancia:} \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$i \text{ áramerősség:} \quad i = \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$\text{ahol} \quad \phi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

A fázisvektordiagramokon a feszültségeket és áramerősségeket az ún. fázisvektorokkal jelöljük, melyek hossza az amplitúdóval arányos, és irányuk a fázisviszonyokat tükrözi. A vektordiagramon az áram- és feszültségvektorok az óramutató járásával ellentétes irányban ω körfrekvenciával forognak. A fázisvektorok függőleges tengelyen vett vetülete v és i pillanatnyi értékét adja meg.

Az impedanciadiagramokon R az x tengely pozitív irányába; X_C az y tengely negatív irányába; X_L az y tengely pozitív irányába mutató vektor. Az áramkör Z impedanciáját a vektorok vektoriális összegzésével kapjuk meg; a ϕ fázisszög egyenlő az R és Z közötti szöggel.

REZONANCIA:

$$\text{Soros rezgőkör} \quad X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Párhuzamos: Ha kondenzátorral párhuzamosan sorba kötött tekercs és ellenállás van kapcsolva, akkor

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

A Q jósági tényező: $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$

A szinuszosan váltakozó feszültség, ill. áramerősség effektív értéke egyenlő azzal az egyenáramú feszültséggel, ill. áramerősséggel, amely egy adott ellenállást ugyanakkora hőteljesítménnyel melegít. Az effektív értékek és a csúcserkékek kapcsolata:

$$I_{\text{eff}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{és} \quad V_{\text{eff}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Átlagos teljesítmény AC áramkörökben: A változó áramú teljesítmény csak az ohmos ellenállásokban disszipálódik. Ha V feszültségű tápegység hatására egy áramkörben I áram folyik, akkor

$$P_{\text{át}} = \frac{VI}{2} \cos \phi = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi = \frac{V_{\text{eff}}^2}{Z} \cos \phi$$

$$= (V_R)_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}^2 R \quad (\text{a két utolsó képlet csak az ohmos ellenállást és az ezen ellenálláson keletkező feszültségesést tartalmazza.})$$

Kérdések

1. Egyenletek használata nélkül hogyan lehetne elmagyarázni, hogy a kondenzátoron átfolyó áram miért siet, a tekercsen átfolyó áram pedig miért késik a feszültséghez képest?
2. Sorba kapcsolt RL áramkörre négyzög-feszültséget kapcsolunk. Milyen a tekercs kapcsolai között a feszültség időbeli változását, ha az ellenállás a tekercsnek a négyzög-feszültség alapharmonikusának frekvenciáján számított induktív reaktanciájánál sokkal nagyobb?
3. Miért folyik át áram a transzformátor primer tekercsén még akkor is, ha a szekunder tekercshez semmit se csatlakoztattunk?
4. Sorba kapcsolt RLC áramkörre váltakozó feszültséget kapcsolunk. Hogyan függ a fázisszög az ω frekvenciától a $0 < \omega < \infty$ tartományban?
5. Hogyan kell a DC áramkörökre érvényes Kirchhoff-törvényeket (a huroktörvényt és a csomóponti törvényt) megfogalmazni, hogy AC áramkörökre is érvényesek legyenek?
6. Hasonlítsuk össze a sorba kapcsolt és párhuzamosan kapcsolt LC áramkörök viselkedését a teljes frekvenciatartományban ($0 \leq \omega \leq \infty$).
7. Párhuzamosan kapcsolt LC áramkörben az induktív ág reaktanciája nagyobb, mint a kapacitív ágé. Ha a két ág impedanciáit sorba kapcsoljuk, az eredő reaktancia vajon induktív vagy kapacitív?
8. Vajon miért veszélyes nagy jósági tényezőjű rezonáló áramkörökkel kísérletezni?

Transzformátorok: (Az 1. index a primer tekercsre, a 2. index a szekunder tekercsre vonatkozik.) Ideális transzformátorban (melyben nincs $I^2 R$ veszteség és nincs erővonal-kiszóródás) a bemenő és kimenő teljesítmények egyenlők:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

A menetszámok hányadosa:

A feszültségarány

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Az áramerősségarány

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

A V_1 feszültség feltranszformálásánál $V_2 > V_1$ és $I_2 < I_1$; A szekunder oldalhoz csatlakoztatott R_2 terhelő ellenállást a primer oldal felől

$$R_{\text{eff}} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2$$

effektív ellenállásúnak észleljük.

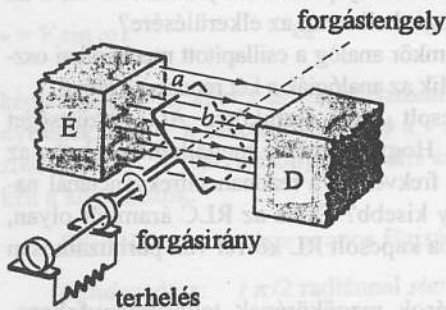
9. Milyen frekvenciánál disszipálódik a legnagyobb teljesítmény a sorba kapcsolt RLC áramkör ellenállásán?
10. Igaz-e a következő állítás: sorba kapcsolt RLC áramkörben az I_{eff} effektív áramerősség az ω_0/N frekvenciánál és az $\omega_0 \cdot N$ frekvenciánál egyenlő egymással (ahol ω_0 a rezonanciafrekvencia, N tetszőleges pozitív szám).
11. Lehetséges-e rezonancia a nagyfeszültségű távvezetékekénél? Komoly problémát jelenthet-e ez, s ha igen, akkor mit kell tenni az elkerülésére?
12. Az RLC áramkör analóg a csillapított mechanikai oszcillátorral. Mik az analógiák a két rendszer között?
13. Sorba kapcsolt RLC áramkörre AC feszültséget kapcsolunk. Hogyan lehetne megállapítani, hogy az alkalmazott frekvencia a rezonanciafrekvenciánál nagyobb, vagy kisebb? És ha az RLC áramkör olyan, hogy C sorba kapcsolt RL körrel van párhuzamosan kapcsolva?
14. Rádióállomások rezgőkörének teljesítményfokozatában a tekercs vastag huzalokból készül és nagy szigetelőkön nyugszik. Miért?
15. Ha feszültséget fel akarunk transzformálni, miért nem tanácsos ezt feszültség letranszformálására készült transzformátor fordított bekötésével megoldani? (Útmutatás: Mi szabja meg a primer tekercsben az áramerősséget, ha a szekunder tekercshez semmit se csatlakoztattunk?)
16. Az RLC áramkörök folyamatosan vagy pulzálva disszipálják az elektromos energiát?

17. Miért az effektív áramerősséget, és miért nem a teljesítménytényezőt kell csökkenteni a háztartások villanyszámlájának csökkentésére?
18. Transzformátor szekunder tekercséhez ellenállást csatlakoztatunk; a primer tekercsre négyzögfeszültséget kapcsolunk. Milyen az ellenálláson a feszültségesés alakja?
19. Az ideális tekercsen és kondenzátoron teljesítmény nem disszipálódik, noha mindkét eszköz elektromos energiát nyel el, illetve ad le. Hogyan függ a két áramköri elem által elnyelt illetve leadott energia az időtől? Hogyan lehetséges az, hogy az átlagosan felvett teljesítmény zérus?
20. Edison javaslata szerint a villamos energiaelosztó rendszernek egyenáramúnak kellene lennie. Mik az ilyen rendszer előnyei és hátrányai?

Feladatok

34.2 Egyszerű váltakozó áramú áramkörök

- 34A-1 A kapacitás és induktivitás definíciójából kiindulva mutassuk meg, hogy (a) a kapacitív reaktancia is, és az induktív reaktancia is ellenállás dimenziójú és (b) $(LC)^{1/2}$ idő dimenziójú.
- 34A-2 (a) Számítsuk ki a $8 \mu\text{F}$ -os kondenzátor reaktanciáját 50 Hz és 5 kHz frekvencián. (b) Oldjuk meg az (a) feladatot 8 mH induktivitású tekercs esetére is. (c) Milyen frekvencián egyenlő a kondenzátor és a tekercs reaktanciája?
- 34A-3 Mutassuk meg, hogy az $i = (V/\omega L)\sin(\omega t - 90^\circ)$ függvény a $V\sin \omega t - Ldi/dt = 0$ egyenlet megoldása.
- 34B-4 (a) Mutassuk meg, hogy a 34-22 ábrán vázolt váltakozó áramú generátor forgórészének forgatásához szükséges forgatónyomaték $M = [\omega(abB)^2/R]\sin^2 \omega t$. (b) A hurok milyen helyzetében hat rá maximális forgatónyomaték? A téglalap alakú hurok oldalainak hosszúsága a és b.



34-22 ábra

A 34B-4. és a 34B-5. feladatokhoz

- 34B-5 A 34-22. ábrán egyszerű AC generátor látható. A vezető hurok homogén mágneses erőterben forog, és benne $v = V\sin \omega t$ feszültség indukálódik. A téglalap alakú, $a = 0,2 \text{ m}$ és $b = 0,4 \text{ m}$ oldalhosszúságú hurok a $B = 0,8 \text{ T}$ mágneses indukciójú homogén mágneses erőterben $3600 \text{ fordulat/perc}$ sebességgel forog. (a) Határozzuk meg az indukált feszültséget. (b) Milyen a hurok helyzete a $t = 0$ időpontban?

21. A villamos hálózatot felügyelő mérnökök miért ragaszkodnak ahhoz, hogy a fogyasztók lehetőleg nagy teljesítménytényezőjű berendezéseket használjanak? (Útmutatás: gondoljunk a távvezetékállomáson disszipálódó energiára.)
22. Sorba kapcsolt RLC áramkörhöz AC feszültségforrás csatlakozik; a frekvenciát ω_1 -ről ω_2 -re növelve az áramerősség csökken. Ha az áramkörhöz még egy kondenzátort kapcsolunk sorba, vajon az áramkör impedanciája nő-e vagy csökken ebben a frekvenciatartományban?
23. Hogyan lehetne transzformátort változtatható induktivitásként használni? Indokoljuk meg, hogy ezt a technikát miért nem alkalmazzák a gyakorlatban.

34-4 Sorba kapcsolt RLC áramkörök impedanciája

- 34A-6 Sorba kapcsolt RC körre ($R = 30 \Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$) $v = 100 \cdot \sin 2500 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedancia- és fázisvektordiagramját. (b) Számítsuk ki a kondenzátor elektromos erőterében tárolt maximális energiát.
- 34A-7 Sorba kapcsolt RL körre ($R = 30 \Omega$, $L = 15 \text{ mH}$) $v = 100 \cdot \sin 2500 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedancia- és fázisvektordiagramját. (b) Számítsuk ki a tekercs mágneses erőterében tárolt maximális energiát.
- 34A-8 Sorba kapcsolt RLC körre ($R = 30 \Omega$, $L = 15 \text{ mH}$, $C = 10 \mu\text{F}$) $v = 100 \sin 2500 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedancia- és fázisvektordiagramját. (b) Számítsuk ki a tekercs mágneses erőterében tárolt maximális energiát.
- 34B-9 Sorba kapcsolt RC körre ($R = 1,5 \text{ k}\Omega$, $C = 1,0 \mu\text{F}$) $v = 10 \sin 1000 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.). (a) Készítsünk fázisvektor-diagramot feltüntetve az alkalmazott feszültséget, az ellenálláson és a kondenzátoron a feszültségesést, valamint az áramerősség fázisvektorát. (b) Adjuk meg az ellenálláson a feszültségesést (az alkalmazott feszültség megadott formájához hasonló alakban, a fáziskülönbség feltüntetésével).
- 34B-10 Fázistoló áramkör (lásd a 34B-11 feladatot) bemenetére $V = 15 \sin 1000 t$ feszültséget adunk (a számértékek SI egységben értendők). Az áramkör kimenetén a feszültség $V_0 \sin(1000t + \pi/3)$. (a) Tervezzünk ilyen tulajdonságú fázistoló áramkört $10^4 \Omega$ -os ellenállásból és kondenzátorból. (b) Tervezzünk ilyen tulajdonságú fázistoló áramkört $10^4 \Omega$ -os ellenállásból és tekercsből. (c) Határozzuk meg V_0 értékét mindkét esetben.

34B-1
ra). A
számé
(a) sz
 v_0 fess
suk ki



34-2
A 34

34B-
szűrő
gyök
kiseb
venő

1 / $\sqrt{2}$
és C
kim

ben
fesz

34
A

34

34

el

Z

34

C

sz

d

b

3

L

s

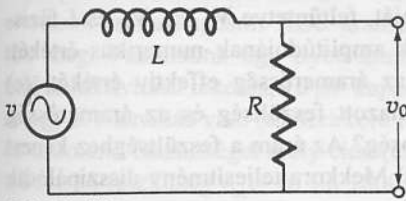
s

c

l

;

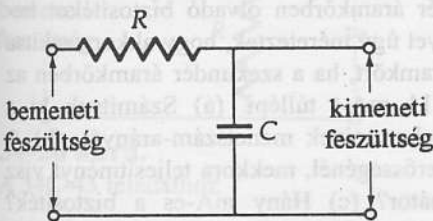
34B-11 Tekintsünk egy fázistoló áramkört (34-23 ábra). A bemenetre adott feszültség $v = 10 \sin 200 t$ (a számértékek SI egységben értendők). Ha $L = 500$ mH, (a) számítsuk ki R értékét, hogy a kimeneten megjelenő v_0 feszültség 30° -nyit késsen v -hez képest és (b) számítsuk ki a v_0 amplitúdóját.



34-23 ábra.

A 34B-11. feladathoz

34B-12 A 34-24 ábrán látható áramkört aluláteresztő szűrőnek nevezik. A kondenzátor impedanciája nagyobb frekvenciákon kisebb, így a kimenő feszültség is kisebb. A szűrő karakterisztikus vagy ún. levágási frekvenciájánál a kimenő feszültség a bemenő feszültség $1/\sqrt{2}$ -szerese. (a) Fejezzük ki a levágási frekvenciát R és C függvényeként. (b) Mekkora ezen a frekvencián a kimenő és bemenő feszültség közötti fáziskülönbség?



34-24 ábra.

A 34B-12 feladathoz

34.5 Párhuzamosan kapcsolt RLC áramkörök impedanciája

34B-13 Mutassuk meg, hogy párhuzamosan kapcsolt R ellenállás, L induktivitás és C kapacitás Z impedanciája: $Z^2 = R^2 + [1/(\omega L) - \omega C]^{-2}$

34B-14 Párhuzamosan kapcsolt RC körre ($R = 600 \Omega$, $C = 2,5 \mu\text{F}$) $v = 240 \sin 500 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők). Fejezzük ki a feszültségforrás áramerősségét az $i = I \sin(\omega t - \phi)$ alakban, de I és ϕ helyett ezen mennyiségek konkrét, SI egységben megadott számértéke szerepeljen.

34B-15 Párhuzamosan kapcsolt RL körre ($R = 60 \Omega$, $L = 0,2$ mH) $V = 40 \sin(10^5 t)$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) Fejezzük ki a feszültségforrás áramerősségét az $i = I \sin(\omega t - \phi)$ alakban, de I és ϕ helyett ezen mennyiségek konkrét, SI egységben megadott számértéke szerepeljen.

34B-16 Sorba kapcsolt RLC áramkörre 100 V amplitúdójú szinuszosan váltakozó feszültséget kapcsolunk ($R = 10 \Omega$, $L = 100$ mH, $C = 0,1 \mu\text{F}$). Számítsuk ki a kondenzátoron a feszültségesés amplitúdóját (a) a rezonanciafrekvencián és (b) a rezonanciafrekvencia tizedé-

nél. (c) Vajon ezeken a frekvenciákon az áramkört alapvetően induktívnek, kapacitívnek avagy ohmikusnak kell tekintenünk?

34.6 Rezonancia-jelenségek

34A-17 Számítsuk ki a 34A-16 feladatban szereplő áramkör Q jósági tényezőjét.

34A-18 Sorba kapcsolt RLC áramkör rezonanciafrekvenciája 1070 kHz. (a) Mekkora L , ha $C = 0,2 \mu\text{F}$? (b) Mekkora R , ha $Q = 70$?

34A-19 Középhullámú rádió hangoló (állomásválasztó) áramköre elhanyagolható ellenállású párhuzamosan kapcsolt LC áramkör. A tekercs induktivitása 0,2 mH. Vajon milyen tartományban lehet a kondenzátor kapacitását változtatni, ha az áramkör 550 kHz és 1650 kHz közötti frekvenciákon képes rezonanciára?

34B-20 Vázoljuk fel a párhuzamosan kapcsolt rezgőkör (34-18 ábra) feszültsége és áramerőssége közötti ϕ fáziskülönbség frekvenciától való függését.

34B-21 Mutassuk meg, hogy sorba kapcsolt RLC áramkörben a ϕ fázisszög kifejezhető a Q jósági tényező és az ω_0 rezonanciafrekvencia függvényeként az alábbi módon: $\text{tg } \phi = Q(\omega^2 - \omega_0^2)/\omega \omega_0$.

34.7 Váltakozó áramú áramkörök teljesítménye

34A-22 Egy (amerikai) ruhaszárítógép $V_{\text{eff}} = 220$ V-os, $f = 60$ Hz-es hálózatról működik, teljesítménye 4,7 kW. Számítsuk ki (a) az effektív áramerősséget és (b) az áramerősség amplitúdóját. (c) Mekkora lennének ezek az értékek, ha a szárítógép 110 V-os hálózatról üzemelne?

34A-23 Az európai országok többségében a háztartásokban az elektromos hálózat 220 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú. Fejezzük ki az elektromos hálózat feszültségét a $v = V \sin(\omega t)$ alakban, de V és ω helyett ezen mennyiségek konkrét, SI egységben megadott számértéke szerepeljen.

34A-24 A 34A-16. feladat áramkörében átlagosan mekkora teljesítmény disszipálódik (a) a rezonanciafrekvencián és (b) a rezonanciafrekvencia tizedénél?

34A-25 Egy 100Ω ellenállású elektromos fűtőtestre 156 V amplitúdójú váltakozó feszültséget kapcsolunk. Mekkora a fűtőtest teljesítménye?

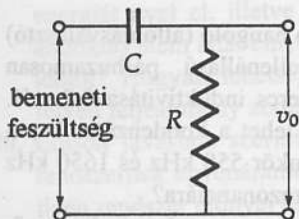
34A-26 Egy sorba kapcsolt RL körre ($R = 700 \Omega$, $L = 100$ mH) a $v = 100 \sin 5000 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedancia- és fázisvektordiagramját. (b) Számítsuk ki az áramkörben folyó I_{eff} effektív áramerősséget. (c) Számítsuk ki az ellenálláson disszipált teljesítményt. (d) Számítsuk ki a feszültségforrás által leadott teljesítményt.

34B-27 Egy sorba kapcsolt RLC áramkörre V_{eff} effektív feszültségű váltakozó feszültséget kapcsolunk. Mutassuk meg, hogy az áramkörben átlagosan disszipált teljesítmény $P_{\text{diss}} = R V_{\text{eff}}^2 / Z^2$.

34B-28 Egy 39Ω reaktanciájú tekercsen keresztül 0,5 A effektív értékű váltakozó áram folyik. A tekercs $I^2 R$

hőteljesítménye 8 W. Számítsuk ki a tekercs impedanciáját.

34B-29 A 34-25 ábrán látható áramkört felüláteresztő szűrőként lehet használni. Elegendően nagy frekvenciákon, ha a bemenetre V_{eff} effektív értékű feszültséget kapcsolunk, az ellenálláson V_{eff}^2/R teljesítmény disszipálódik. Milyen frekvencián disszipálódik e teljesítmény fele?



34-25 ábra.

A 34B-29 feladathoz

34B-30 Sorba kapcsolt RLC körre ($R = 20 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 200 \mu\text{F}$) 100 V amplitúdójú váltakozó feszültséget kapcsolunk. Számítsuk ki a disszipált teljesítményt és a teljesítménytényezőt (a) 60 Hz-en és (b) 50 Hz-en.

34B-31 Sorba kapcsolt RL körre ($R = 2500 \Omega$, $L = 1,5 \text{ H}$) a $v = 200 \sin 2000 t$ feszültséget kapcsoljuk. (a) Készítsük el az áramkör impedancia- és fázisvektordiagramját. Számítsuk ki (b) az alkalmazott feszültség és (c) az áramerősség effektív értékét; továbbá (d) a tekercsen és (e) az ellenálláson a feszültségesést.

34B-32 Egy 50Ω ellenállású és $0,15 \text{ H}$ induktivitású tekercsre 60 Hz frekvenciájú, 156 V amplitúdójú szinuszos váltakozó feszültséget kapcsolunk. Számítsuk ki, milyen sebességgel fejlődik hő a tekercsben, ha azzal a feltételezéssel élünk, hogy a tekercs ellenállása és az ideális induktivitás egymással (a) sorba vagy (b) párhuzamosan vannak kapcsolva.

34B-33 Egy $V_{\text{eff}} = 110 \text{ V}$ feszültségű, 60 Hz frekvenciájú feszültségforrás által leadott teljesítmény 480 W; a teljesítménytényező 0,7, és az áram késik a feszültséghez képest. (a) Mekkora C kondenzátort kell a fogyasztóval sorba kapcsolni, hogy a teljesítménytényező 1 legyen? (b) Számítsuk ki, hogy ekkor a feszültségforrás mekkora teljesítményt ad le.

34B-34 Egy 150 mH induktivitású tekercs meneteinek ellenállása 30Ω . A tekercsre $V_{\text{eff}} = 20 \text{ V}$ feszültségű, 60 Hz frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk. Feltételezve, hogy a tekercs sorba kapcsolt RL áramkörnek tekinthető, számítsuk ki (a) a teljesítménytényezőt és (b) a menetekben fejlődő hőteljesítményt. (c) Mekkora a menetekben fejlődő hőteljesítmény, ha a frekvenciát 50 Hz-re változtatjuk? (Ez akkor jelent gyakorlati problémát, amikor az Amerikában 60 Hz frekvenciára méretezett készülékeket olyan országokban használnak, ahol a hálózati frekvencia 50 Hz.)

34B-35 Sorba kapcsolt RLC áramkörre 50 V amplitúdójú szinuszosan váltakozó feszültséget kapcsolunk

($R = 10 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$, $C = 100 \mu\text{F}$). Számítsuk ki az áramerősség effektív értékét (a) a rezonanciafrekvencián, (b) a rezonanciafrekvencia felénél és (c) a rezonanciafrekvencia kétszeresénél.

34B-36 Sorba kapcsolt RC körre ($R = 900 \Omega$, $C = 4 \mu\text{F}$) 200 V amplitúdójú, 60 Hz frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk. (a) Vázoljuk fel az áramkör fázisvektordiagramját, feltüntetve V , V_R , V_C és I fázisvektorokat és azok amplitúdójának numerikus értékét. (b) Számítsuk ki az áramerősség effektív értékét; (c) Mekkora az alkalmazott feszültség és az áramerősség közötti fáziskülönbség? Az áram a feszültséghez képest siet vagy késik? (d) Mekkora teljesítmény disszipálódik az áramkörben?

34.8 Transzformátorok

34A-37 „Ideális” modellvasút-transzformátor 220 V, 50 Hz-es hálózatról működik; a primér tekercs meneteinek száma 1100, a szekundéré 100. Számítsuk ki a szekundér oldal effektív (a) feszültségét és (b) áramerősségét, ha a primér tekercsben az effektív áramerősség 60 ma. (Válasz: 20 V, 0,66 A)

34B-38 Neonreklámhoz szükséges 20 kV-os feszültséget transzformátor állít elő a 220 V-os hálózati feszültségből. A primér áramkörben olvadó biztosítékot helyeztek el, amelyet úgy méreteztek, hogy akkor szakítsa meg a primér áramkört, ha a szekundér áramkörben az áramerősség a 11 mA-t túllépi. (a) Számítsuk ki a transzformátor tekercseinek menetszám-arányát. (b) A maximális áramerősségénél, mekkora teljesítményt visz át a transzformátor? (c) Hány mA-es a biztosíték? (Válasz: 91, 220 W, 1 A)

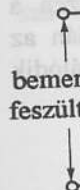
34B-39 Egy 400 MW-os erőmű 22 kV-os váltakozó feszültséget állít elő. Ezt, a gazdaságos energiaátvitel végett, 440 kV-ra feltranszformálják. (a) Számítsuk ki a generátoroldali áramerősség effektív értékét. (b) Számítsuk ki a távvezetékben folyó áramerősség effektív értékét.

34B-40 Egy transzformátor a hálózat 220 V feszültségét kert megvilágításához 12 V feszültségűre transzformálja le. A kertben 8 db 40 W-os izzólámpa működik. (a) Számítsuk ki a teljes világító rendszer eredő ellenállását. (b) Mekkora az áramerősség a szekunder körben? (c) Mekkora az az ellenállás, mely a 220 V-os hálózathoz kapcsolva ugyanakkora teljesítményt fogyaszt, mint a transzformátor a lámpákkal? Mutassuk meg, hogy ez egyenlő az (a) kérdésre adott válaszban szereplő eredő ellenállás és a menetszám-arány négyzetgyökének szorzatával.

Vegyes feladatok

34C-41 Sorba kapcsolt RLC körre ($R = 1000 \Omega$, $L = 1,5 \text{ mH}$, $C = 0,5 \mu\text{F}$) a $v = 100 \sin 1000 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedanciadiagramját. Számítsuk ki a $t = 0,7 \text{ ms}$ időpontban (b) az ellenálláson; (c) a kondenzátoron; (d) a tekercsen keletkező feszültségesés

pillanatnyi
algebrai
keletkező
szükség
34C-42
ból és in
legfeljeb
eltolások
tők meg
mH ind
és egy L
és a kin
a bemen
ség ped
34C-43
bemen
szosan
szülsz
szerint
reaktar
esetéb



34-2
A 34

34C-

H) v

érték

áram

időp

erős

kerce

sekr

a (b)

34C

vitán

a v

fesz

kap

ciák

34C

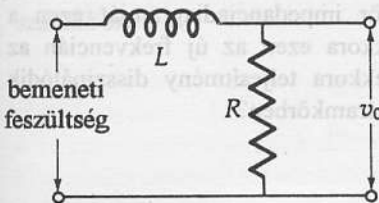
4 μ

szü

pillanatnyi értékét. (e) Számítsuk ki ezen feszültségek algebrai összegét, és hasonlítsuk össze az áramkörön keletkező teljes feszültségeséssel. (f) Jelöljük be a feszültségek polaritását az áramkör ábráján.

34C-42 Ellenállásból és kapacitásból, vagy ellenállásból és induktivitásból felépített fázistoló áramkörökkel legfeljebb 90° -os fázistolást lehet elérni. Nagyobb fáziseltolások sorba kapcsolt RLC áramkörökkel valósíthatók meg. Tekintsünk egy ilyen áramkört, melyben 80 mH induktivitású tekercs, $10 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátor és egy R ellenállás van. (a) Mekkora legyen R nagysága, és a kimenő feszültséget mely elem(ek)ről vegyük le, ha a bemenő feszültség $v_{be} = 10 \sin 1000t$, a kimenő feszültség pedig $v_{ki} = V_{ki} \sin(1000t + 120^\circ)$. (b) Mekkora V_{ki} értéke?

34C-43 Tekintsük a 34-26 ábrán látható áramkört. A bemenő feszültség időben (nem szükségszerűen szinuszosan) változik. Mutassuk meg, hogy a v_{ki} kimenő feszültség közelítőleg arányos a bemenő feszültség idő szerinti integráljával, ha az R ellenállás az induktív reaktanciánál sokkal kisebb (mindazon frekvenciák esetében, amelyek a bemenő jelben jelen vannak).



34-26 ábra.

A 34C-43 feladathoz

34C-44 Sorba kapcsolt RL körre ($R = 2500 \Omega$, $L = 1,5 \text{ H}$) $v = 100 \sin(2000t)$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők.) (a) Készítsük el az áramkör impedanciadiagramját. Számítsuk ki a $t = 1 \text{ ms}$ időpontban (b) az alkalmazott feszültség és (c) az áramerősség értékét; továbbá (c) az ellenálláson és (e) a tekercsen a feszültségesést. Ellenőrzés: A (d) és (e) kérdésekre kapott értékek összegének egyenlőnek kell lennie a (b) kérdésnél kapott feszültséggel.

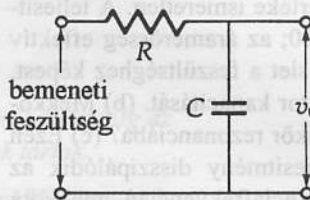
34C-45 A 34-26. ábrán látható áramkörben az induktivitást helyettesítsük C kapacitással. Mutassuk meg, hogy a v_{ki} kimenő feszültség közelítőleg arányos a bemenő feszültség idő szerinti deriváltjával, ha az R ellenállás a kapacitív reaktanciánál sokkal kisebb (mindazon frekvenciák esetében, amelyek a bemenő jelben jelen vannak.)

34C-46 Egy nem elhanyagolható ellenállású tekercset $4 \mu\text{F}$ -os kondenzátoron keresztül 120 V , 60 Hz -es feszültséghez csatlakoztatunk. A kondenzátor, illetve a tekercs kapcsai között mérhető feszültség effektív értéke $V_{\text{eff}} = 180 \text{ V}$, illetve 75 V . Számítsuk ki a tekercs (a) induktivitását és (b) ellenállását, feltételezve, hogy a tekercs egy sorba kapcsolt RL áramkörrel modellezhető.

34C-47 Sorba kapcsolt RL körre ($R = 40 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ mH}$) $v = 100 \sin 10^6 t$ feszültséget kapcsolunk (a számértékek SI egységben értendők). Mekkora az áramerősség maximális értéke?

34C-48 Sorba kapcsolt RLC áramkörre ($R = 500 \Omega$, $L = 50 \text{ mH}$, $C = 40 \mu\text{F}$) szinuszosan változó feszültséget kapcsolunk. Milyen frekvenciánál folyik át olyan áram a körön, amely 30° -kal siet a feszültséghez képest?

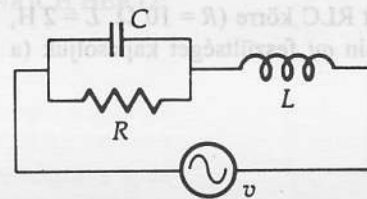
34C-49 Tekintsük a 34-27 ábrán látható áramkört. A bemenő feszültség időben (nem szükségszerűen szinuszosan) változik. Mutassuk meg, hogy a v_{ki} kimenő feszültség közelítőleg arányos a v bemenő feszültség idő szerinti integráljával, ha a kapacitív reaktancia az R ellenállásnál sokkal kisebb (mindazon frekvenciák esetében, amelyek a bemenő jelben jelen vannak.)



34-27 ábra.

A 34C-49 feladathoz

34C-50 Vázoljuk fel a 34-28 ábra áramkörének fázisvektordiagramját arra az esetre, ha az áramerősség a feszültséghez képest siet.



34-28 ábra.

A 34C-50 és a 34C-56 feladathoz

34C-51 Sorba kapcsolt RLC kör AC feszültségforráshoz csatlakozik. Az áramkörben az áramerősséget leíró egyenletet Kirchhoff huroktörvényének alkalmazásával kapjuk meg: $L(di/dt) + Ri + q/C = V \sin \omega t$. Behelyettesítéssel mutassuk meg, hogy ezt az egyenletet az $i = V/Z \sin(\omega t - \phi)$ függvény kielégíti, ahol $\phi = \arctg[(X_L - X_C)/R]$.

34C-52 A 34-14a ábra áramkörében $v = 100 \sin \omega t$, $R_1 = 0$, $X_C = 80 \Omega$, $I = 2 \sin(\omega t - 32,0^\circ)$. (a) Számítsuk ki az RLC elemek eredő Z impedanciájának abszolút értékét és fázisszögét. (b) Számítsuk ki az induktív ág impedanciájának abszolút értékét és az R_2 ellenálláshoz viszonyított fázisszögét. (c) Számítsuk ki az R_2 ellenállást és az L induktivitás X_L reaktanciáját.

34C-53 A 34-14a ábrán látható áramkör elemei a következő nagyságúak: $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$, $X_C = 3 \Omega$, $X_L = 20 \Omega$; az alkalmazott feszültség $v = 200 \sin \omega t$. Az áramerősséget az $i = I \sin(\omega t - \phi)$ egyenletet adja meg. Mekkora I és ϕ ?

34C-54 Ahhoz a módszerhez hasonlóan, ahogyan a sorba kapcsolt RLC áramkörökben bemutattuk a rezonancia jelenségét, vázoljuk fel a rezonanciagörbét kondenzátorral párhuzamosan és egymással sorba kapcsolt RL kör esetére is.

34C-55 Tekerccsel sorba kötött 20 Ω -os ellenálláson 50 W teljesítmény disszipálódik, ha az áramkört a 220 V, 50 Hz-es hálózathoz csatlakoztatjuk. Mekkora a tekerccs induktivitása?

34C-56 Soros rezgőkör egy ideális induktív tekerccsből és „szivárgásos” kondenzátorból áll (34-28 ábra). Vázoljuk fel a fázisvektordiagramot a rezonanciafrekvencián. Ábrázoljuk az egyes elemeken átfolyó áramerősség, és a rajtuk keletkező feszültségesés fázisvektorát.

34C-57 Sorba kapcsolt RLC áramkörben $R = 20 \Omega$, $X_L = 10 \Omega$. Az alkalmazott feszültség: $V_{\text{eff}} = 50 \text{ V}$; $\omega = 400 \text{ rad/s}$. A kapacitás értéke ismeretlen. A teljesítménytényező nagysága: 0,800; az áramerősség effektív értéke 2 A; az áramerősség siet a feszültséghez képest, (a) Számítsuk ki a kondenzátor kapacitását. (b) Mekkora frekvencián kerül az áramkör rezonanciába? (c) Ezen a frekvencián mekkora teljesítmény disszipálódik az áramkörben? (d) A rezonanciafrekvencián mekkora feszültség van a tekerccs kapcsai között? (e) Az áramkör rezonanciába hozható úgy is, hogy az $\omega = 400 \text{ rad/s}$ frekvenciát változatlanul hagyva egy másik kondenzátort csatlakoztatunk az áramkörhöz. (f) Mekkora legyen ennek kapacitása és (g) az eredeti kondenzátorral sorba vagy párhuzamosan kell kötnünk?

34C-58 Sorba kapcsolt RLC körre ($R = 10 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$, $C = 10 \mu\text{F}$) a $v = 100 \sin \omega t$ feszültséget kapcsoljuk a



feszültségamplitúdó számértéke SI egységben értendő). (a) Számítsuk ki az ω_0 körfrekvenciát, melynél az ellenálláson disszipált teljesítmény maximális, (b) Mekkora ezen a frekvencián az ellenálláson disszipált teljesítmény? (c) Számítsuk ki azt a két, ω_1 és ω_2 körfrekvenciát, amelynél a disszipált teljesítmény a maximálisnak fele. [A Q jósági tényező közelítőleg $\omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$]

34C-59 Egy AC tápegység belső ellenállása r_s . (a) Mutassuk meg, hogy a teljesítmény a külső R változtatható terhelő ellenálláson akkor maximális, ha $r_s = R$. (Azt, hogy a tápegység belső ellenállása és a terhelő ellenállás legyen egyenlő a maximális AC teljesítményátvitel érdekében, impedancia-illensztéssel érjük el.)

34C-60 Egy 5 Ω -os ellenállás, 2 μF -os kondenzátor, és tekerccs sorba van kötve; ezekre 20 mV effektív értékű feszültséget kapcsolunk, melynek 5000 Hz-es frekvenciája éppen rezonanciában van az áramkörrel. (a) Mekkora az áramkörben lévő L induktivitás? (b) Számítsuk ki az áramkör egyes elemein a feszültségesés effektív értékét. (c) Az alkalmazott, változatlan amplitúdójú feszültség frekvenciáját 7500 Hz-re változtatjuk. Vázoljuk fel az áramkör impedanciadiagramját ezen a frekvencián. (d) Mekkora ezen az új frekvencián az áramerősség? (e) Mekkora teljesítmény disszipálódik ezen a frekvencián az áramkörben?

- 30A-19 A válasz adott.
 30B-21 $\tau = (-1,44 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}) \hat{z}$
 30B-23 $\mu = Iab \cos \theta \hat{x} + Iab \sin \theta \hat{y}$
 30A-25 $\frac{1}{5}$
 30B-27 a) 37,7 mT b) $(4,28 \times 10^{25})/\text{m}^3$
 30A-29 0,438 μW
 30C-31 a) 12,2 MHz b) 35,4 MeV
 c) 24,4 MHz, 70,8 MeV d) 17,7 MeV
 e) 1,60 T f) 70,8 MeV g) Egyik sem
 30C-33 A válasz adott.
 30C-35 qBt/m
 30C-37 IBR
 30C-39 $mg/\pi r B_x$
 30C-41 a) $1,05 \times 10^{-3} \text{ A}$ b) $9,27 \times 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
 30C-43 A válasz adott.
 30C-45 A válasz adott.
 30C-47 A válasz adott.
 30C-49 A válasz adott.
 30C-51 A válasz adott.

XXXI. Fejezet

- 31A-1 1,43°
 31B-3 $\mu_0 NI / 2\sqrt{2}R$
 31A-5 A válasz adott.
 31B-7 $\mu_0 I(b-a) / 4ab$ (kifelé mutat)
 31B-9 $\Phi_B = \mu_0 I l (\ln 3) / 2\pi$
 31B-11 $\mu_0 I 2\sqrt{2} / \pi b$
 31A-13 a) $2,20 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ b) 5570 menet
 31B-15 $B_{\text{belül}} = \mu_0 I r / 2\pi a^2$
 31C-17 A válasz adott.
 31C-19 A válasz adott.
 31C-21 A válasz adott.
 31C-23 a) $B = -(\mu_0 I a / \pi [z^2 + a^2])$
 b) $\lim_{z \gg a} B = -(\mu_0 I a / \pi z^2) \hat{z}$
 31C-25 $2RB_e \text{ tg } \theta / \mu_0 N$
 31C-27 a) A/m^3 b) 0 c) $\mu_0 k(r^3 - a^3)/3r$
 d) $\mu_0 k(b^3 - a^3)/3r$
 31C-29 $-(\mu I / 6\pi a) \hat{x}$ függetlenül y -től
 31C-31 $\mu_0 \sigma \omega R$
 31C-33 $(\mu_0 I / 2\pi \omega) \ln(1 + w/d)$
 31C-35 A válasz adott.
 31C-37 $\mu_0 NI/l$

XXXII. Fejezet

- 32B-1 30 V az óramutató járása szerint
 32B-3 $\mathcal{E} = \frac{2B\pi r^2}{t}$
 32B-5 A válasz adott.
 32B-7 3,38 A/s

- 32A-9 A válasz adott.
 32A-11 $N\mu_0 \pi R/2$
 32B-13 a) 360 mV b) 180 mV c) 3,00 s
 32A-15 a) $\mu_0 N_1^2 A/l$ $\mu_0 N_2^2 A/l$ b) $\mu_0 N_1 N_2 A/l$
 32B-17 $M = \mu_0 AN_1 N_2 / l$
 32B-19 a) V/L
 32B-21 A válasz adott.
 32A-23 145 J/m^3
 32B-25 a) 20 W b) 20 W c) 0 d) 20 J
 32C-27 a) 0,171 mV b) a keleti végén
 32C-29 b) 0,458 mV
 32C-31 a) $b a$ b) $\Delta Q = N\Delta\Phi/R$ c) $B = QR/NA$
 32C-33 3,08 μC
 32C-35 a) $C\pi a^2 k$ b) a felső lemezének
 32C-37 0,132 μA
 32C-39 A válasz adott.
 32C-41 A válasz adott.
 32C-43 A válasz adott.
 32C-45 $\mu_0 I^2 / 16\pi$
 32C-47 A válasz adott.

XXXIII. Fejezet

- 33A-1 88,6 mA
 33A-3 318 A
 33B-5 A válasz adott.
 33B-7 a) 0,0251 T b) 10,0 A
 33C-9 1,48 mC

XXXIV. Fejezet

- 34A-1 A válasz adott.
 34A-3 A válasz adott.
 34B-5 a) $v = 24,1 \sin 377t$ b) a hurok síkjára merőleges B -re
 34A-7 b) $3,2 \times 10^{-2} \text{ J}$
 34B-9 b) $v = 8,32 \sin(1000t + 33,7^\circ)$ (SI-ben)
 34B-11 a) 173 Ω b) 8,66 V
 34B-13 A válasz adott.
 34B-15 $i = 2,11 \sin(10^5 t + 71,6^\circ)$
 34A-17 100
 34A-19 46,5 pF-től 419 pF-ig
 34B-21 A válasz adott.
 34A-23 $v = 170 \sin(377t) \text{ V}$
 34A-25 122 W
 34B-27 A válasz adott.
 34B-29 A válasz adott.
 34B-31 b) 141 V c) 36,2 mA d) 109 V
 e) 90,5 V
 34B-33 a) 211 μF b) 979 W
 34B-35 a) 5,00 A b) 2,77 A c) 2,77 A
 34A-37 a) 20,0 V b) 0,660 A
 34B-39 a) $1,82 \times 10^4 \text{ A}$ b) 909 A
 34C-41 b) 82,1 V c) -70,8 V d) 53,1 V
 e) 64,4 V

- 34C-43 A válasz adott.
 34C-45 A válasz adott.
 34C-47 2000 A/s
 34C-49 A válasz adott.
 34C-51 A válasz adott.
 34C-53 $i = 40,8 \sin(\omega t + 25,6^\circ)$
 34C-55 239 mH
 34C-57 a) 100 μF b) 632 rad/s c) 125 W
 d) 39,5 V f) 150 μF g) párhuzamosan
 34C-59 A válasz adott.

XXXV. Fejezet

- 35A-1 30,0 cm
 35B-3 A válasz adott.
 35B-7 ha $r < R$: $(2rC/R^2)dV/dt \times 10^{-7}$;
 ha $r > R$: $(C/r)dV/dt \times 10^{-7}$
 35A-9 A válasz adott.
 35B-11 377 Ω
 35A-13 a) $1,67 \times 10^{13}$ T b) $3,32 \times 10^{12}$ W/m²
 35B-15 a) $(2 \times 10^{-8}) \sin(kx - 10^{16} t) \hat{z}$
 b) $1,88 \times 10^{-7}$ m c) $1,59 \times 10^{-10}$ J/m³
 35B-17 a) 1,20 m b) $u = 2,36 \times 10^5$ J/m³
 c) $E_0 = 2,31 \times 10^8$ V/m
 35B-19 A válasz adott.
 35A-21 $8,97 \times 10^{-3}$ N
 35A-23 $5,60 \times 10^{-6}$ N/m²
 35B-25 a) 1900 V/m b) $5,00 \times 10^{-11}$ J
 c) $1,67 \times 10^{-19}$ kg·m/s
 35C-27 a) $1,88 \times 10^{-10} \cos 377t$
 b) $1,00 \times 10^{-4} \cos[(3,77 \times 10^{-8})t]$
 35C-29 A válasz adott.
 35C-31 A válasz adott.
 35C-33 21,9 V/m
 35C-35 a) 292 nm
 35C-37 A válasz adott.
 35C-39 A válasz adott.
 35C-41 a) 22,6 h b) 30,5 s

XXXVI. Fejezet

- 36A-1 A válasz adott.
 36B-3 A válasz adott.
 36B-5 (30, -40), (-30, 40), (-30, -40), (cm-ben)
 36A-7 a) 1,09 cm, a gömbön belül b) a kép
 egyenesállású, virtuális, $N = 0,273$
 36A-9 a) 7,50 cm b) ∞
 36B-11 9,23 cm
 36B-13 8,00 cm
 36C-15 A válasz adott.
 36C-17 40,0 cm
 36C-19 A válasz adott.
 36C-21 ha $t = 228$ cm, a kép fordított állású, valódi és
 $N = -0,123$

ha $t = 21,9$ cm, a kép egyenes állású, virtuális
 és $N = 8,12$

- 36C-23 A válasz adott.
 36C-25 a) 30,0 cm b) 1,67
 36C-27 valódi, egyenes állású, a nagyítás egységnyi

XXXVII. Fejezet

- 37A-1 $n = 1,52$
 37B-3 A válasz adott.
 37B-5 0,624 cm
 37B-7 a) $20,6^\circ$ b) 0,400 szteradián c) $35,4^\circ$
 37B-9 1,51
 37B-11 2,14 szteradián
 37B-13 17,0%
 37A-15 R
 37B-17 2,00
 37A-19 3,57 mm kifelé
 37A-21 26,7 cm
 37B-23 $2f$
 37A-25 a) 0,436 mm b) 0,0125
 37B-27 a) 17,2 cm b) 51,7 cm c) -51,7 cm
 d) -17,24 cm
 37B-29 a) 42,0 cm b) 14,0 cm
 37A-31 a) $24,0$ b) $48,1^\circ$
 37B-33 a) +3,50 dioptria b) 28,6 cm
 37B-35 18,2 cm-től 66,7 cm-ig
 37C-37 A válasz adott.
 37C-39 A válasz adott.
 37C-41 A válasz adott.
 37C-43 a) 20,8 km b) 113 millió c) $2,63 \mu\text{s}$
 37C-45 a gömbfelülettől számítva: a) $2,67R$ b) $1,80R$
 c) $0,960R$
 37C-47 A válasz adott.
 37C-49 $(L^2 - 4fL)^{1/2}$
 37C-51 A válasz adott.
 37C-53 A válasz adott.
 37C-55 a) 20 cm-re a lencse mögött, virtuális, fordított
 állású kép $N = -2$ b) a lencse tárgyoldalán
 37C-57 valódi, fordított állású kép, 0,174 m-re a
 gyújtólencsén túl, $N = -0,42$
 37C-59 A válasz adott.

XXXVIII. Fejezet

- 38A-1 5,00 mm
 38A-3 1,33 mm
 38B-5 A válasz adott.
 38B-7 a) 1034,4827 b) $62,1^\circ$
 38B-9 6
 38B-11 sötét
 38B-13 a) $2,73E_0, 30^\circ$ b) $2E_0, 60^\circ$
 c) 0, definiálatlan
 38A-15 a) 105 nm b) 1,30
 38A-17 199 nm