

Sztoczasztika zárthelyi (Minta)

2009. november 30.

1. Adjunk maximum likelihood becslést n elemű minta alapján a geometriai eloszlás paraméterére. (X eloszlása geometriai p paraméterrel, ha $\mathbf{P}(X = k) = (1 - p)^k p$, ha $k = 0, 1, 2, \dots$)
2. 6 darab csapágy belső gyűrűjének átmérőjét mérjük az A és a B mérőműszeren. Az A műszeren a 6.0, 10.1, 8.0, 13.0, 12.0, 9.2, míg a B-n a 6.2, 9.9, 8.0, 12.9, 11.7, 9.0 mérési adatokat kapjuk (mm). (Az adatokat normális eloszlásból származónak feltételezzük.) Teszteljük, mutat-e a két műszeren mért érték 95%-os szinten szignifikáns eltérést.
3. Az épülő kelet-szibériai kőolajvezeték mintegy 700 olajkút termelését gyűjti majd össze és szállítja Kína felé. Az olajkutak napi termelése független; semelyiké nem kevesebb, mint 490 hordó és a kutak $2/7$ -ük nem haladja meg az 1000 hordót, és a kutak $5/7$ -üknél nem haladja meg a 1500 hordót. Az átlagos termelésük egy nap összesen 560000 hordó. Mekkora legyen az olajvezeték kapacitása, ha az üzemeltető azt szeretné, hogy a napi termelés legfeljebb 10^{-10} eséllyel legyen nagyobb a kapacitásnál?
4. Ottó gyermekeinek száma 0, 1, vagy 2, $1/4$, $1/4$, $1/2$ valószínűséggel. Ottó minden egyes leszármazottjának gyermekeinek száma is ugyanilyen eloszlású és a többiekétől független.
 - (a) Jelölje X Ottó ükunokáinak számát. Adjuk meg X generátorfüggvényét. Számítsuk ki $\mathbb{E}X$ és $\mathbb{D}X$ értékét.
 - (b) Számítsuk ki annak az esélyét, hogy Ottó leszármazottai előbb-utóbb kihalnak.