Algoritmuselmélet pótzárthelyi

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc. 2014. április 23.

Kérjük, minden résztvevő **nevét**, **NEPTUN kódját**, a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Ezen kívül a legfelső lapra írja rá **gyakorlatvezetője nevét** is (akihez a NEPTUN szerint jár).

Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az év végi jegy kiszámításakor a (legalább elégséges) zh pontszámát vesszük figyelembe.

Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

1. Bizonyítsd be, hogy $2^{10+n/2} = O(3^{n/3})$.

2. Hallgató Hektor szeret bulizni, de azért odafigyel a tanulmányaira is. A következő n napon rendre $s_1, s_2, \ldots, s_n$ időt tud bulizásra szánni. Viszont ha egy napon elmegy bulizni, akkor a következő napon nem. Adj algoritmust, ami $O(n)$ lépésben meghatározza, hogy mennyi az a legtöbb összidő, amit a következő n napon bulizni tud.

3. Van-e olyan bináris fa, melynek preorder bejárása $x_1, x_2, \ldots, x_n$, postorder bejárása pedig $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1$?

4. Van-e olyan adatstruktúra, ami egy rendezett univerzumból származó elemeket tárol, csak összehasonlításokat használ, $O(\sqrt{\log n})$ lépésben beszúr egy új elemet és $O(\sqrt{\log n})$ lépésben végrehajtja a minimális elem kiírását és törlését?

5. A $G = (V, E)$ irányított gráf élei súlyozottak, lehetnek negatív súlyok is, de nincs negatív összsúlyú kör. Adott a csúcsok két diszjunkt részhalmaza: $S, T \subset V$. Adj olyan algoritmust, ami megtalál egy legrövidebb olyan utat, ami egy S-beli pontból indul és egy T-beli pontban végződik! Az algoritmus lépsszáma legyen $O(ne)$. (n a gráf pontszáma, e az élszáma.)

6. Ha egy olyan tömböt akarunk rendezni gyorsrendezéssel, amiben egy kulcs többször is előfordul, akkor ha a partíciós lépésnél a p értékű particionáló elem többször is előfordul, akkor a p értékű elemek a sorrendjét megtartjuk, amikor középre tesszük őket. Igaz-e, hogy így a gyorsrendezés *konzervatív* rendezés? (Egy rendezés konzervatív, ha az azonos kulcsú elemek sorrendjét megtartja.)

7. Egy adatstruktúrát szeretnénk létrehozni hallgatók tárgyfelvételének tárolására. A tárolandó elemek (NEPTUN,TKÓD) párok. A hallgatók maximális száma h, a tárgyaké t, $t < h$. Egy hallgató egy tárgyat csak egyszer vesz fel, egy hallgató legfeljebb 10 tárgyat vesz fel és egy tárgyat legfeljebb 500 hallgató vesz fel. A végrehajtandó műveletek és a végrehajtáshoz szükséges lépésszámok a legrosszabb esetben a következők legyenek:

   - TÁRGYFELVÉTEL: egy hallgató felvesz egy tárgyat: $O(1 + \log h)$
   - HTÁRGYAI: kiírjuk egy hallgató összes felvett tárgyát: $O(1 + \log h)$
   - THALLGATÓI: kiírjuk egy tárgy összes hallgatóját: $O(1 + \log t)$

   Milyen legyen az adatstruktúra?

8. A következő 2-3-fába szúrd be a 17-et!