

## Jelek, véletlen folyamatok leírása

---

(Dátum?, ZH?)

Adott a  $\xi(t) = A \cdot t + B \cdot t^2$  sztochasztikus folyamat, ahol  $A$  és  $B$  két független valószínűségi változó zérus várható értékkel és  $\sigma$  szórással. Döntse el, hogy a folyamat stacionárius-e (tágabb értelemben) vagy sem! (10 pont) nem

---

(Dátum?, ZH?)

Adott a  $\xi(t) = A \cdot \cos(\Omega t) + B \cdot \sin(\Omega t)$  sztochasztikus folyamat, ahol  $A$  és  $B$  két független, zérus várható értékű és egységnyi szórással valószínűségi változó. Milyen sűrűséggel lehet a folyamatból mintákat venni úgy, hogy a minták korrelálatlanok legyenek? (10 pont)  $\pi/(2\Omega) + k \cdot \pi/\Omega, k \in \mathbb{Z}$

---

(Dátum?, ZH?)

Egy  $\xi(t)$  gyengén stacionárius sztochasztikus folyamat (melynek ismert az  $R_\xi(\tau)$  autokorrelációs függvénye és az  $m_\xi$  várható értéke) és egy véletlen fázisú koszinuszos jel szorzatát jelöljük  $\eta(t)$  folyamatként! Így tehát  $\eta_t = \xi_t \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$ , ahol  $f$  konstans,  $\varphi$  pedig egy  $[0, 2 \cdot \pi)$  fölött egyenletes eloszlású,  $\xi_t$ -től független valószínűségi változó.

- Határozza meg az  $\eta(t)$  folyamat várható értékét! (5p) 0
  - Határozza meg az  $\eta(t)$  folyamat autokorrelációs függvényét! (5p)  $\frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau) \cdot R_\xi(\tau)$
  - Számítsa ki  $\xi(t)$  és  $\eta(t+T)$  szorzatának várható értékét (ahol  $T$  egy tetszőleges konstans)! (8p) 0
  - Vajon gyengén stacionárius-e az  $\eta(t)$  folyamat is? Válaszát indokolja! (2p) igen
- 

(Dátum?, ZH?)

A széles sávban állandó,  $s_0$  spektrális sűrűségű jelet egy elsőfokú aluláteresztő szűrővel szűrjük, és mérjük a keletkező jel teljesítményét. A szűrő átviteli függvénye:  $1 / (1 + j \cdot f / f_0)$ .

- Határozza meg a szűrő kimenő jelének teljesítményét!  $\pi \cdot f_0 \cdot s_0$
  - Hányszorosára nő a kimenő jel teljesítménye, ha a szűrő határfrekvenciáját a kétszeresére állítjuk? kétszeresére
  - Rajzoljon egy áramkört, amely éppen ezt az átviteli függvényt valósítja meg! RC (low-pass), ahol  $T=R \cdot C$
- 

(Dátum?, ZH?)

Egy stacionárius jel spektrális sűrűségfüggvénye  $s(f) = \{ |f| < 2 \cdot B ? s_0 \cdot (1 - |f| / (2 \cdot B)) : 0 \}$ .

- Határozza meg a jel teljesítményét!  $2 \cdot B \cdot s_0$
- Javasoljon eljárást a jel átvitelére egy olyan csatornán, amely csak a  $10B-14B$  közötti frekvenciasávban alkalmas szinuszos jelek átvitelére! (lásd később)
- Javasoljon eljárást a jel átvitelére egy olyan csatornán, amely csak a  $10B-12B$  közötti frekvenciasávban alkalmas szinuszos jelek átvitelére! (lásd később)

- Mekkora a kimenő jel teljesítménye, ha ezt a jelet egy olyan felüláteresztő szűrővel szűrjük, amelynek a határfrekvenciája  $B$ , s amely az áteresztő sávjában kétszereset erősít?  $2 \cdot B \cdot s_0$
- Becsülje meg, mekkora lehet a  $\xi$  jel négyzetének a sávszélessége!  $4 \cdot B$
- Határozza meg a  $\xi$  jel deriváltjának a teljesítményét! Útmutatás: mi a deriválás, mint lineáris invariáns transzformáció átviteli függvénye?  $16/3 \cdot \pi^2 \cdot s_0 \cdot B^3$

(Dátum?, ZH?)

Egy egyenáramú tápegységet  $1 \text{ k}\Omega$  értékű ellenállással zárunk le. Az ellenálláson mérhető feszültség időfüggvényét a  $\xi$  sztochasztikus folyamattal modellezzük. Tapasztalataink azt mutatják, hogy az ellenálláson eső feszültség értéke  $0.5$  valószínűséggel  $+5 \text{ V}$ , illetve ugyanekkora valószínűséggel  $-5 \text{ V}$ .

- Határozza meg a  $\xi$  folyamat várható érték időfüggvényét!  $M\{\xi_t\} = 0$
- Határozza meg a  $\xi$  folyamat autokorrelációs függvényét!  $R_\xi(\tau) = 25 \text{ V}^2$
- Mekkora az ellenálláson disszipált teljesítmény várható értéke?  $25 \text{ mW}$

(Dátum?, ZH?)

A széles sávban állandó,  $N_0$  spektrális sűrűségű jelet a  $H(f) = \{ |f| < B ? 2 \cdot j \cdot \sin(\pi \cdot f/B) : 0 \}$  átviteli függvényű szűrővel szűrjük.

- Határozza meg a szűrt jel teljesítményét!  $4 \cdot B \cdot N_0$

(Dátum?, ZH?)

A  $\xi_t$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$  gyengén stacionárius, nulla várható értékű Gauss folyamat spektrális sűrűségfüggvénye  $s(f) = \{ -\pi/2 \leq f \leq \pi/2 ? 1 : 0 \}$ , ahol  $f$  az  $f_0 = 1 \text{ kHz}$ -re normált frekvencia.

- Írja fel a  $\xi_t$  minta (valószínűségi változó) sűrűségfüggvényét és adja meg, hogy ez a minta milyen valószínűséggel pozitív! (10 pont)  $P\{\xi > 0\} = 0.5$
- A folyamatot egy  $H(f) = \{ -\pi/2 \leq f \leq \pi/2 ? \cos(f) : 0 \}$  átviteli függvényű szűrőn átengedve, mi lesz a kimenő folyamat átlagteljesítménye? (10 pont)  $\pi / 2$

(Dátum?, ZH?)

Határozza meg a  $\xi(t)$  fehérzaj folyamat szűrése nyomán létrejövő  $\eta(t)$  folyamat átlagteljesítményét!

$$s_\xi(f) = N_0 \text{ és } H(f) = \{ -\pi/2 \leq f \leq \pi/2 ? \cos(f) : 0 \}. N_0 \cdot \pi / 2$$

(Dátum?, ZH?)

A  $\xi$  valós folyamat  $2 \text{ V}^2/\text{kHz}$  spektrális sűrűségű fehér zajból keletkezik  $1 \text{ kHz}$  határfrekvenciájú aluláteresztő szűréssel.

- Határozza meg  $\xi$  várható érték időfüggvényét a  $t_1 = 2 \text{ ms}$  időpillanatban!  $0$

- Határozza meg az  $L_{\xi}(t_2, t_3)$  autokorrelációs függvényt, ha  $t_2 = 3 \text{ ms}$  és  $t_3 = 3.75 \text{ ms}$ ! -  $0.85 \text{ V}^2$
  - Adja meg  $\xi_{3.75 \text{ ms}}$  legjobb lineáris becslését, ha tudja, hogy  $\xi_{3 \text{ ms}} = 0.8 \text{ V}$ ! -  $0.17 \text{ V}$
- 

(Dátum?, ZH?)

A széles sávban állandó,  $N_0$  spektrális sűrűségű jelet (zajt) elsőfokú,  $f_0$  határfrekvenciájú aluláteresztő szűrővel szűrjük. A szűrő "egyenáramú" alaperősítése 1.

- Határozza meg a szűrt jel teljesítményét, mint  $N_0$  és  $f_0$  függvényét! (5 pont)  $\pi \cdot f_0 \cdot N_0$
  - Határozza meg a szűrt jel  $f_0$ -nál *nagyobb* frekvenciájú *szinuszos* összetevőinek *összteljesítményét*! (5 pont)  $\pi/2 \cdot f_0 \cdot N_0$
  - Határozza meg a szűrt jel  $f_0$ -nál *kisebb* frekvenciájú *szinuszos* összetevőinek *összteljesítményét*! (5 pont)  $\pi/2 \cdot f_0 \cdot N_0$
  - Határozza meg a szűrt jel várható értékét! (5 pont) 0
  - Nyilatkozzék, lehet-e a szűrt jel csúcstényezője 4! (5 pont) igen
- 

## Zaj

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ W}\cdot\text{s}/\text{K}$$


---

(1999.06.09, V)

Mennyivel rontja le egy antenna és a hozzá tartozó előerősítő eredő zajhőmérsékletét a közepük iktatott 4 méter hosszúságú kábel, ha a kábel csillapítása méterenként  $0.5 \text{ dB}$ , az előerősítő zajtényezője  $0.3 \text{ dB}$ , az antenna zajhőmérséklete pedig  $25 \text{ K}$ ?

(A kábel és az előerősítő  $290 \text{ K}$ -en üzemel.)  $6.97 \text{ dB}$ -lel

---

(1999.11.04, ZH)

Ha az antenna és a vevőkészülék közé egy  $0.9 \text{ dB}$  csillapítású, szobahőmérsékletű levezető kábelt iktatunk, a vevő kimenetén a jel-zaj viszony a felére csökken.

- Adjon becslést az antenna (látta háttér) zajhőmérsékletére, feltételezve, hogy a vevő zajtényezője a lehető legjobb! (7 pont)  $66.778 \text{ K}$
  - Adjon becslést a vevő zajtényezőjére, feltételezve, hogy az antenna (látta háttér) zajhőmérséklete a lehető legjobb! (8 pont)  $1.1366 \text{ dB}$  (1.299)
- 

(1999.12.10, PZH)

Egy  $300 \text{ kHz}$  sávzélességű erősítő teljesítményerősítése az átviteli sávban  $7 \text{ dB}$ , zajtényezője pedig 2.5.

- Mekkora a kimenő zajteljesítmény? (20 pont)  $9.026 \cdot 10^{-15} \text{ W}$  (az erősítő által)
-

(2000.01.04, V)

Ha az antenna és a vevőkészülék közé egy  $L$  csillapítású, szobahőmérsékletű levezető kábelt iktatunk, a vevő kimenetén a jel-zaj viszony megváltozik. Vezesse le az eredő jel-zaj viszony képletét! Az antenna-látta háttér zajhőmérséklete  $T_A$ , a szobahőmérséklet  $T_0$ , a vevő zajtényezője  $F$ , csillapítás nélkül a jel-zaj viszony  $\rho$ . (18 pont)  $\rho \cdot (T_A + T_0 \cdot (F - 1)) / (T_A + T_0 \cdot (LF - 1))$

---

(2000.01.18, V)

Egy  $13\text{ K}$  zajhőmérsékletű antenna  $3\text{ dB}$  csillapítású, szobahőmérsékletű kábellel csatlakozik egy erősítőhöz. Az antenna által vett (hasznos) jel teljesítménye  $1\text{ nW}$ , az erősítő sávszélessége  $20\text{ MHz}$ . Az erősítő zajtényezője  $1\text{ dB}$ .

- Mekkora az erősítő kimenetén a jel-zaj viszony? (15 pont)  $39\text{ dB}$  (8025.72)
  - Mekkora az erősítő bemenetén a jel-zaj viszony? (8 pont)  $40.8\text{ dB}$  (12012)
- 

(Dátum?, ZH?)

Két,  $G = 4$  teljesítményerősítésű,  $F = 3$  zajtényezőjű,  $20\text{ MHz}$  sávszélességű erősítőt láncba kapcsolunk. Az első erősítő bemenetére kerülő jel zajhőmérséklete  $300\text{ K}$ .

- Határozza meg az eredő rendszer kimenő zajteljesítményét! (16 pont)  $4.5264\text{ pW}$
- 

(Dátum?, ZH?)

Az antenna egy  $3\text{ dB}$  csillapítású, szobahőmérsékletű kábellel csatlakozik az  $1\text{ dB}$  zajtényezőjű erősítőhöz, amelynek kimenetén a jel-zaj viszony  $39\text{ dB}$ . Az antenna kimenetén a hasznos jel teljesítménye  $2\text{ nW}$ , sávszélessége  $20\text{ MHz}$ .

- Mekkora lehet a vevőantenna kimenetén a hasznos jel sávjába eső zajteljesítmény?  
 $1.3077 \cdot 10^{-13}\text{ W}$
- 

(Dátum?, ZH?)

A  $T$  hőmérsékletű,  $R$  ellenállású ellenállás termelte termikus zajt a zajmentes ellenállással sorba kapcsolódó,  $\xi$  forrásfeszültségű feszültséggenerátorral modellezzük.  $\xi$  egy stacionárius, szélessávú, sztochasztikus folyamat, amelynek spektrális sűrűsége  $s_\xi(f) = 2 \cdot k \cdot T \cdot R$ .

- Bizonyítsa be, hogy az ellenállásból (mint egykapuból)  $B$  sávszélességben kivehető maximális teljesítmény  $k \cdot T \cdot B$ ! (10 pont)
  - Határozza meg a párhuzamos rezgőkör kondenzátorán megjelenő feszültség folyamat spektrális sűrűségfüggvényét, ha a tekercs soros veszteségi ellenállása zajos! (10 pont)  
 $2 \cdot k \cdot T \cdot R / ((1 - \omega^2 \cdot L \cdot C)^2 + (\omega \cdot R \cdot C)^2)$
- 

(Dátum?, ZH?)

Vezesse le az  $L$  csillapítású,  $T$  hőmérsékletű disszipatív kétkapuzajtényezőjére tanult összefüggést! (12 pont)

---

(Dátum?, ZH?)

- Határozza meg az  $L$  csillapítású kábel és a  $G = L$  teljesítményerősítésű,  $F = 2$  zajtényezőjű erősítő együttesének eredő zajtényezőjét!  $(L+1) + (L-1) \cdot T/T_0$  vagy  $2 + (1-1/L) \cdot T/T_0$
  - Igaz-e, hogy az eredő zajtényező mindig kisebb, mint  $5 \text{ dB}$ ? nem
  - Igaz-e, hogy az eredő zajtényező mindig kisebb, mint  $5 \text{ dB}$ , ha a kábel szobahőmérsékletű? az előnyösebb összekötési sorrend esetén igen
- 

(Dátum?, ZH?)

Egy antenna zajhőmérséklete  $40 \text{ K}$ . Az antenna (szobahőmérsékletű) levezető kábelének a hullámellenállása  $50 \Omega$ , csillapítása  $2 \text{ dB}$ .

- Milyen zajtényezőt kell a vevőkészülékre előírni, ha a kábel bemenetére (az antenna csatlakozási pontjára) vonatkoztatott eredő redukált zajhőmérséklet nem lehet  $80 \text{ K}$ -nál nagyobb? ilyen nem lehetséges előírni
  - Mekkora legyen a vevő erősítése? amekkora csak szükséges (tetszőleges)
- 

(Dátum?, ZH?)

A  $40 \text{ K}$  zajhőmérsékletű antenna  $0.5 \text{ dB}$  csillapítású, szobahőmérsékletű kábellel csatlakozik a  $0.5 \text{ dB}$  zajtényezőjű,  $12 \text{ dB}$  erősítésű erősítőhöz.

- Határozza meg a rendszernek az antenna csatlakozási pontjára redukált eredő zajhőmérsékletét!  $T_{\text{red e}} = 115 \text{ K}$
  - Mit változtatna ezen, ha a kábelt  $40 \text{ K}$ -nel lehűtenénk?  $T_{\text{red e}} = 110.2 \text{ K}$
  - Mit változtatna ezen, ha a kábelt (majdnem)  $0 \text{ K}$ -re lehűtenénk?  $T_{\text{red e}} = 79.7 \text{ K}$
  - Mit javítana a helyzeten, ha az erősítő erősítését  $3 \text{ dB}$ -al csökkentenénk? semmit
- 

(Dátum?, ZH?)

$n$  darab, egyenként  $F$  zajtényezőjű,  $G$  teljesítményerősítésű erősítőt láncba kapcsolunk.

- Határozza meg az erősítőlánc eredő teljesítményerősítését!  $G^n$
  - Határozza meg az erősítőlánc eredő zajtényezőjét!  $1 + (F-1) \cdot (1-1/G^n) / (1-1/G)$
  - Mekkora az eredő zajtényező, ha  $G = 0.3 \text{ dB}$ ,  $F = 0.2 \text{ dB}$  és  $n = 10$ ?  $1.3522 (=1.31 \text{ dB})$
-

## Egy kis szűrés...

---

(1998-, Gy)

Az  $s_{\xi}(f) = \{ |f| < B ? A^2 \cdot s_0 \cdot (1 - |f| / B) : 0 \}$  jelhez  $s_v(f) = s_0$  szélessávú fehér zaj adódik, ami hatását szűréssel próbáljuk csökkenteni.

- Mekkora a szűrt jel négyzetes középhibája, ha szűrésre  $B$  sáv szélességű ideális aluláteresztőt használunk?  $2 \cdot s_0 \cdot B$
  - Adja meg a feladathoz illeszkedő Wiener szűrő átviteli függvényét!  $H_{Wiener}(f) = A^2 \cdot (1 - |f|/B) / (1 + A^2 \cdot (1 - |f|/B))$  (ábrázolva lásd a gyakorlat anyagban)
  - Mekkora a szűrt jel négyzetes középhibája, ha szűrésre Wiener szűrőt használunk?  $2 \cdot s_0 \cdot B \cdot (1 - \ln(1+A^2) / A^2)$
  - Határozza meg, miként függ  $A$ -tól a Wiener szűrő nyeresége (az iménti ideális aluláteresztő szűrőhöz képest)!  $1 - \ln(1+A^2) / A^2$  (ábrázolva lásd a gyakorlat anyagban)
  - Milyen átviteli függvényű szűrőket alkalmazzunk, ha van lehetőségünk szűrőket beiktatni a jelútba a zaj megjelenése előtti és utáni helyeken is?  $H_{preem}(f) = \text{SQRT}(c / \text{SQRT}(A^2 \cdot (1 - |f|/B)))$ ;  $H_{deem}(f) = 1 / H_{preem}(f)$  (ábrázolva lásd a gyakorlat anyagban)
  - Mekkora az ezen előkiemelés-utóelnyomással elérhető jel-zaj viszony javulás?  $9/8$
  - Mi az akadály annak, hogy nagyobb kiemelést majd nagyobb elnyomást alkalmazzunk a nagyobb jel-zaj viszony javulás elérése érdekében?
  - Milyen alapvető különbségek vannak e fenti három szűrési módszer között? jel (lineáris) torzulása, beavatkozási pontok helye és száma, ...
- 

## Mintavételezés, kvantálás, (predikciós) tömörítési technikák

---

(1996.11.29, PZH)

Egy  $(-4V, 4V)$  intervallumba eső jelet egyenletesen kvantálunk. A kvantálási szintek milyen hosszúságú bitsorozatban való ábrázolására van szükség, ha legalább 100-as jel/zaj viszonyt akarunk elérni? 4 bit

---

(1999.11.04, ZH)

Egy valós értékű, stacionárius jel (egy  $50 \text{ Ohm}$ -os ellenálláson mért feszültség) spektrális sűrűségfüggvénye (a pozitív frekvenciák tartományában) általában zérus, kivéve a  $0-3 \text{ kHz}$  és a  $7-8 \text{ kHz}$  sávot, ahol értéke ugyanaz az állandó.

- Hogyan viselkedik a jel spektrális sűrűségfüggvénye a negatív frekvenciákon? (2 pont) Páros fv!
- Határozza meg a jel spektrális sűrűségét (azokon a frekvenciákon, ahol nem zérus), ha tudja, hogy a jel teljesítménye  $0.2 \text{ mW}$ ! (3 pont)  $1.25 \cdot 10^{-6} \text{ V}^2/\text{Hz}$
- Milyen frekvenciával kell ebből a jelből mintákat venni ahhoz, hogy a mintákból a jel tökéletesen visszaállítható legyen? Határozza meg az összes szóbjövő frekvenciát, és

adja meg a visszaállításhoz alkalmazandó szűrő(ke)t! (10 pont)  $11 \leq f_s \leq 14 \text{ kHz}$  illetve  $16 \text{ kHz} \leq f_s$

- Hogyan lehetne ezt a jelet a hozzáadódott,  $16 \text{ kHz}$  sáv szélességű, ugyanekkora teljesítményű fehér zajtól a lehető legjobban megtisztítani? Határozza meg az így megtisztított jel teljesítményét! (10 pont) Wiener:  $0.128 \text{ mW}$

---

(1999.11.04, ZH)

Egy jel két megelőző mintán alapuló, (négyzetes középben) legjobb előrejelzése:  $x'_k = x_{k-1} - 0.8 \cdot x_{k-2}$ . Tekintsük azt a rekurzív kódolót, amelyben az e szabálynak megfelelő másodfokú prediktort alkalmazzák! A kódolóban a kvantáló a legközelebbi egész számra kerekít.

- Rajzolja fel a kódoló és a dekódoló blokkvázlatát! (5 pont)
- Határozza meg a kvantáló kimenő mintáját, ha az aktuális bemenő minta 7, a megelőző ütemben dekódolt minta 3, az azt megelőzőben dekódolt minta pedig -8! (10 pont)  $[7 - (3 - 0.8 \cdot (-8)) = -2.4] \rightarrow -2$
- Határozza meg ugyanezen jel egyetlen mintán alapuló legjobb előrejelzését (az  $x'_k = a \cdot x_{k-1}$  alakú becslésben az  $a$  paraméter értékét)! (10 pont)  $5/9$

---

(1999.12.10, PZH)

Adott a  $\xi_k$  diszkrét stacionárius sztochasztikus folyamat, melynek autokorrelációs függvénye:  $R_\xi(n) = 1 / (1+n^2)$ .

Az (A)  $\xi'_k = 0.4 \cdot \xi_{k-1} + 0.1 \cdot \xi_{k-2}$  vagy a (B)  $\xi'_k = 0.4 \cdot \xi_{k-1} - 0.05 \cdot \xi_{k-3}$  prediktor alkalmazása kecséget kisebb négyzetes középhibával erre a folyamatra? (18 pont)  $\varepsilon_B^2 - \varepsilon_A^2 = -0.0055$ , tehát az utóbbi.

---

(1999.12.10, PZH)

A gyengén stacionárius  $x(t)$  jelet  $f_s$  frekvenciával mintavételezzük, A/D átalakítóval digitalizáljuk, hibamentes digitális csatornán továbbítjuk, majd D/A átalakító és simító szűrő segítségével az  $y(t)$  analóg jellé alakítjuk. Az  $x(t)$  jel spektrális sűrűségfüggvénye  $6 \cdot s_0 \cdot (1 - |f|/(12B))$ , ha  $8B < |f| < 10B$ , egyébként zérus. A simító szűrő ideális aluláteresztő, határfrekvenciája:  $f_s/2$ .

- Rajzolja le az  $y(t)$  kimenő jel spektrális sűrűségfüggvényét, ha a mintavételi frekvencia:  $8B$ ,  $10B$ , illetve  $4B$ ! (3-3 pont)  $8B$  és  $4B$  mintavételi frekvencia esetén a spektrum egyenes,  $10B$  esetén fordított állású, de mindegyik esetben csak  $2B$  sáv szélességű ( $-2B$  és  $2B$  között nem zérus).
- Az A/D átalakítás kvantálási zaja (az adott jelszint mellett) a digitális jelminták  $72 \text{ dB}$ -es jel-zaj viszonyát eredményezi. (A kvantálási zaj fehér zajnak tekinthető.) Mekkora lesz a kimenő jel jel-zaj viszonya? (4 pont) Mivel az interpoláló szűrők sáv szélessége a mintavételi frekvencia fele, az analóg jelben a jel-zaj viszony nem javul (az első két esetben javulna, ha a szűrő sáv szélessége  $2B$  volna).
- Hogyan alakul a kimeneti jel-zaj viszony a fenti 3 mintavételi frekvencia esetén, ha a bemenő jel zajos? (A bemeneti zajról feltételezzük, hogy spektruma fehér a  $6B - 12B$  sávban, azon kívül zérus. A bemeneti jel-zaj viszony  $60 \text{ dB}$ .) (3-3 pont)  $59.73 \text{ dB}$ . A bemeneti zajból mindhárom esetben azonos teljesítményű kimeneti zaj keletkezik, mert a bemeneti zaj minden összetevője létrehoz valamilyen frekvencián egy kimeneti

jelösszetevőt (és csakis egyet). A harmadik eset kicsit más, mint a másik kettő, de ez a lényegen nem változtat.

---

(2000.01.04, V)

Adott a  $\xi_k$  diszkrét stacionárius sztochasztikus folyamat, melynek autokorrelációs függvénye:  
 $R_\xi(n) = 1 / (1+n^2)$ .

- Határozza meg a minimális négyzetes középhibát szolgáltató első és másodfokú (lineáris) prediktort! (10 pont)  $\{1/2\}$ , illetve  $\{8/15; -1/15\}$
  - Határozza meg mindkét előrejelzés négyzetes középhibáját! (10 pont)  $3/4$ , illetve  $56/75$
- 

(2000.01.18, V)

Adott a  $\xi$  sávkorlátolt fehér zaj (a sávkorlát  $B=10$  kHz). Ezt a jelet  $T=0.2$  msec mintavételi idővel mintavételezzük.

- Adja meg a mintasorozat autokorrelációs függvényét! (7 pont)  $0$ , ha  $\tau \neq 0$
  - Milyen prediktort alkalmazna a mintasorozatra? Válaszát indokolja! (9 pont)
- 

(2000.03.30, -)

Rajzolja fel egy  $f$  frekvenciájú  $20$  dBm-es szinuszjel spektrumát  $f_m$  frekvenciájú mintavételezés után, ha

- $f = f_m / 3$   $k \cdot f_m \pm f_m / 3 = (3k \pm 1) \cdot f_m / 3$
  - $f = 2 \cdot f_m / 3$   $k \cdot f_m \pm 2 \cdot f_m / 3 = (3k \pm 2) \cdot f_m / 3 = (3k' \pm 1) \cdot f_m / 3$  (Megjegyzés: érdemes észrevenni, hogy az eredmény megegyezik a megelőző kérdésre adott válasszal.)
  - $f = 3 \cdot f_m$   $k \cdot f_m \pm 3 \cdot f_m = k' \cdot f_m$
  - Legalább hány bites lineáris kvantálót kell használnunk ha azt akarjuk, hogy a kvantálási zaj  $0.1 \mu W$ -nál kisebb legyen? 10
- 

(2000.03.30, -)

Egy FDM csoportjelet ( $60-108$  kHz) közvetlenül digitálissá kell alakítani, és úgy továbbítani.

- Melyek a választható mintavételi frekvencia értékei?  $f_m = 108 \dots 120$  kHz, ill.  $f_m \geq 216$  kHz
  - Válasszon egy célszerű értéket és rajzolja fel a mintavételezett jel spektrumát!
  - Hány bites egyenletes kvantálást kell alkalmazni, hogy a bitek száma legalább  $70$  dB kvantálási jel-zaj viszonyt eredményezzen? 12
- 

**Forráskódolás**

---

(1999.06.30, V)

Egy emlékezetmentes forrás az **A, B, C, D, E** szimbólumkészletéből 30 ezer szimbólumot bocsát ki másodpercenként. Az **A, B, D, E** szimbólumok előfordulási gyakorisága rendre 25%, 12.5%, 50% és 6.25%.

- Készítse el ezen forrás *legtömörebb* bináris kódolását! **A=10, B=110, C=1110, D=0, E=1111**
- Bizonyítsa be, hogy az iménti kérdésre adott válasza helyes!  $1.875 = 15/8$
- Ezt a kódot használva mennyiről mennyire csökken az átlagos bitsebesség ahhoz képest, mintha az egyes szimbólumokat azonos hosszú bitsorozatokkal kódolnánk? 90 kbps-ról  $56\frac{1}{4}$  kbps-ra (azaz 33750 bps-mal)

---

(1999.12.10, PZH)

Egy emlékezetmentes forrás szimbólumainak valószínűség-eloszlása a következő: { 0.52; 0.21; 0.21; 0.05; 0.01 }. E forrás szimbólumaihoz rendeljük a következő kódot: { 00; 01; 10; 11; 101 }.

- Egyértelműen dekódolható-e ez a kód? (3 pont) nem
- Lehet-e a megadott kódszóhosszakkal prefix-mentes kódot készíteni? (Ha igen, adjon rá példát!) (3 pont) nem
- Készítsen Shannon-kódot a fenti forráshoz! (8 pont) { 0; 100; 101; 11110; 1111110 }
- Mennyire közelíti meg a Shannon kód átlagos szóhossza az elvileg lehetséges alsó határt? (5 pont) 2.1 vs 1.7187578

---

(1999.12.21, V)

Adott egy  $B = 4$  kHz sávszélességű alapsávi analóg forrás. Alkalmazzuk a Nyquist tételnek megfelelő minimális mintavételi frekvenciát és digitalizáljuk a forrást! A digitalizáló hét diszkrét értékre kerekít: (-3; -2; -1; 0; +1; +2; +3). Ezen értékek előfordulási valószínűsége rendre: (1/16; 1/16; 1/8; 1/2; 1/8; 1/16; 1/16). A digitalizálás után forráskódolást alkalmazunk és az így előálló bináris folyamatot egy adatátviteli csatornára vezetjük.

- Határozza meg a mintavételi frekvenciát! (3 pont)  $\geq 8$  kHz
- Mekkora a minimálisan (ténylegesen) elérhető adatátviteli sebesség (bit/s)? (10 pont) 18 kbps
- Adja meg a vonatkozó kódot! (7 pont) { 0; 100; 101; 1100; 1101; 1110; 1111 }

---

## Csatornák, csatornakódolás

---

(1999.06.09, V)

Egy bináris, lineáris kód generátormátrixa  $\mathbf{G} = \{ \{1\ 0\ 0\ 1\ 1\}, \{0\ 1\ 1\ 0\ 1\} \}$ .

- Adja meg az adott kód kódszavait!  $00 \rightarrow 00000$ ,  $01 \rightarrow 01101$ ,  $10 \rightarrow 10011$ ,  $11 \rightarrow 11110$
- Milyen hibajelző képességű ez a kód? max. 1 hiba javítható
- Milyen hibajavító képességű ez a kód? max. 2 hiba jelezhető
- Adja meg a kód paritásellenőrző mátrixát!  $\mathbf{H} = \{ \{0\ 1\ 1\ 0\ 0\}, \{1\ 0\ 0\ 1\ 0\}, \{1\ 1\ 0\ 0\ 1\} \}$
- Mi lehetett a küldött üzenet, ha a vett blokk a  $\{1\ 1\ 0\ 1\ 1\}$  lett? legnagyobb valószínűséggel:  $\{1\ 0\}$

---

(1999.12.21, V)

Adott a  $C(5,2)$  lineáris kód a kódszavaival:  $\{00000; 01011; 10101; 11110\}$ .

- Mekkora a  $C$  kód hibajelző képessége? (2 pont) 2 bit hiba
- Mekkora a  $C$  kód hibajavító képessége? (2 pont) 1 bit hiba
- Határozza meg a  $C$  kód  $\mathbf{G}$  generátor mátrixát! (6 pont)  $\{ \{1\ 0\ 1\ 0\ 1\} / \{0\ 1\ 0\ 1\ 1\} \}$
- Határozza meg a  $C$  kód  $\mathbf{H}$  paritás ellenőrző mátrixát! (10 pont)  $\{ \{1\ 0\ 1\ 0\ 0\} / \{0\ 1\ 0\ 1\ 0\} / \{1\ 1\ 0\ 0\ 1\} \}$
- Határozza meg a 10111 vett szóhoz tartozó szindrómát! (4 pont) 010

---

(2000.01.18, V)

Adott egy  $p = 0.1$  hibavalószínűségű, ideális visszajelzőcsatornával ellátott BSC, amelyen  $N = 10^6$  bit hosszúságú üzenetet kívánunk átvinni.

- Legalább hányszor kell működtetni a csatornát (hány bitet kell rajta átvinni), ha a teljes üzenetet közel hibamentesen akarjuk eljuttatni a nyelőhöz? (5 pont) 1M883
- Mekkora relatív adatátviteli sebesség csökkenést szenved így az átvitel? (5 pont) 46.9%
- Adja meg a hibavalószínűséget, ha minden bitet megötszörözünk (ötször továbbítunk), majd többségi alapon döntünk! (10 pont) 0.00856

---

(1999.05.07.) (OP)

Egy (szimbólumonként kódolt) forrás legtömörebb bináris kódjában a kódszavak hossza rendre 2,3,3,3,3,3,4,4,4,5,5.

- Lehet-e ez a kód egyértelműen megfejthető kód? Lehet
- Mekkora a forrás entrópiája, ha tudjuk, hogy egyenlő a kód átlagos szóhosszúságával?  $p_i = 2^{-l_i} \Rightarrow \dots$

---

(1997.12.16.) (OP)

Egy véletlen forrás szimbólumai egy nyolc elemű halmazból veszik fel értékeiket a következő eloszlás szerint:

$$\{ p_i, i = 1, 2, \dots, 8 \} = \{ 0,30; 0,25; 0,15; 0,10; 0,08; 0,07; 0,03; 0,02 \}$$

- Alkotható-e a következő kódszóhosszakkal egyértelműen dekódolható kód? (Indokolja választát!)  
 $\{l_i, i = 1, 2, \dots, 8\} = \{1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  Nem
- Milyen hosszúságú blokkokban kell a forrás üzeneteit kódolni ahhoz, hogy a fajlagos kódszóhossz az elérhető elvi alsó határ 1% - os közelében legyen?  $K \geq 49$

---

(1997.12.16.) (OP)

Egy BSC hibavalószínűsége  $p=0,02$ . Legalább hánszorosóra kell az eredetileg 1000 bites üzenetek hosszát megnövelni, hogy azok a vételi oldalon tetszőlegesen kis hibavalószínűséggel legyenek dekódolhatóak? 2474

---

(1998.02.03.) (OP)

Egy  $p=0,3$  hibavalószínűségű C bináris szimmetrikus csatornán keresztül a  $H(F)=0,2$  entrópiájú F bináris (memóriátlan) forrás továbbít üzeneteket. Az üzenetek biztonságos továbbítása érdekében az egyes forrásszimbólumokat 5-5 csatornaszimbólummal jelenítjük meg ( $0 \Rightarrow 00000$ ,  $1 \Rightarrow 11111$ ), majd a vétel során többségi alapon hozunk döntést.

- Egyenletes eloszlású-e a bináris forrás? Nem
- Mekkora lesz az így kialakított összeköttetés hibavalószínűsége? 0,16308
- Hány csatornaszimbólum átvitele volna szükséges és elégséges (elvileg és határesetben) ahhoz, hogy az F forrás N számú szimbólumát hiánytalanul eljuttassuk a nyelőhöz a C csatornán?  $1,65N$

---

(1998.11.02.) (OP)

Egy  $p=0,1$  hibavalószínűségű BSC-n az átküldendő biteket ötször ismételve próbáljuk javítani az összeköttetés minőségét. A vevő úgy működik, hogy minden 5 bites blokkban megnézi, a nullák vagy az egyesek száma nagyobb-e, és ennek megfelelően nullát vagy egyet ad a kimenetén.

- Mennyire csökkent így a hibavalószínűség? 12-ed részére
- Tételezzük fel, hogy ugyanezen a csatornán nem ötszöri ismétlést, hanem az elvileg leghatékonyabb hibavédelmi eljárást alkalmazva, egy  $10^{13}$  hosszúságú blokkot viszünk át! Legalább hánszor kell a csatornát működtetni, hogy a vevő nagy biztonsággal az üzenet minden bitjéhez hozzájusson?  $1,88 * 10^{13}$
- Mekkora lesz annak a valószínűsége, hogy egy  $N = 10^6$  hosszúságú blokkban a hibák száma kisebb mint 3, ha a BSC hibavalószínűsége  $p = 10^{-9}$ ?  $\sim 1/6 * 10^{-9}$

---

(1998.11.27.) (OP)

Egy bináris forrás T időközönként, egyenletes eloszlással szolgáltatja kimenetén a forrásszimbólumokat. A forrásszimbólumok függetlenek egymástól. A forrás entrópiája maximális.

- Határozza meg a forráseloszlást! egyenletes
- A forrásszimbólumokat forráskódolás nélkül a jelillesztőre kapcsoljuk, amely "1" forrásszimbólum esetében +1 V, "0" forrásszimbólum esetében -1 V amplitudójú, T=1 s hosszúságú jelet ad az átviteli csatornára. Miért nem alkalmaztunk forráskódolást? nem tömöríthető
- Határozza meg az átviteli csatorna bemenetén megjelenő folyamat várható értékét!  $m = 0V$
- Határozza meg az átviteli csatorna bemenetén megjelenő folyamat szórás-négyzetét!  $\sigma^2 = 1 V^2$

(1998.12.22.) (OP)

Egy lineáris, szisztematikus blokk-kód méretének jellemző adatai  $n=496$  és  $k=480$ , a szindróma vektor elemeinek száma tehát 16.

- Határozza meg a kódszavak paritás-elemeinek számát! 16
- Lehetséges-e, hogy ez a kód javít minden egyhibás hibamintát? Azonosítható, de nem feltétlenül javítható
- Lehetséges-e, hogy ez a kód javít minden kéthibás hibamintát is? Nem
- A vett sorozat mely elemeit (elemét) javítaná, ha a sorozat szindrómája?  $k+2$

(1999.01.05.) (OP)

Egy diszkrét emlékezetnélküli véletlen forrás (amelynek aktuális szimbóluma  $x$ ) a következő forrás abc-vel, illetve forráseloszlással rendelkezik:

$x$  eleme:  $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

$P(x = a_1) = 0,5$ ;  $P(x = a_2) = 0,25$ ;  $P(x = a_3) = 0,15$ ;  $P(x = a_4) = 0,1$

az egyes forrásszimbólumokhoz rendelt kódszavak pedig a következők:

$a_1 \rightarrow c_1=(01)$ ;  $a_2 \rightarrow c_2=(10)$ ;  $a_3 \rightarrow c_3=(011)$ ;  $a_4 \rightarrow c_4=(1011)$

Egyértelműen dekódolható-e a fenti kód (indokolja válaszát)? Nem

A fenti kódhosszúságokkal lehet-e prefix (mentes) kódot konstruálni? Igen

Mondja meg, hogy a fenti szóhosszúságokkal milyen messze esik a kód a tömöríthetőség elvi alsó határától (adja meg az eltérést %-ban)? 35%

(1999.04.02.) (OP)

Adott egy forrás, melynek szimbólumkészlete 9 elemű. Az egyes szimbólumok előfordulási valószínűségei következők:

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
0.22	0.19	0.15	0.12	0.08	0.07	0.07	0.06	0.04

Kódszavaival adott az alkalmazandó C kód:

0001 00001 0100 00000 10 001 0101 011 11

- Alkalmas-e a C kód az adott forrás kódolására? Igen

- Prefix kód-e a C kód? Igen
- Végezze el a szimbólum – kód összerendelést úgy, hogy az átlagos kódszóhossz minimális legyen!

5-7	8-9	5-7	8-9	1-2	3-4	5-7	3-4	1-2
0001	00001	0100	00000	10	001	0101	011	11

- Állíthatjuk-e bizonyosan, hogy a megadottnál nem létezik hatékonyabb tömörítési eljárás? Nem
- Mennyivel hatékonyabb a C kód a legrövidebb, egyforma hosszú kódszavakkal rendelkező kódhoz képest? 33%-kal kisebb, mint a fix

(1999.02.02.) (OP)

Egy lineáris, szisztematikus blokk-kódban a paritáslemek száma 16.

- Meghatározható-e a kódszavak hosszának ismerete nélkül, milyen méretű a hibajavítási folyamat során előállított szindrómavektor? Igen. 16.
- Milyen kódszóméret választása esetén biztosítható, hogy a kód javítson minden egyhibás hibamintát? Legfeljebb 65536
- Milyen kódszóméretnek esetén képzelhető el, hogy a kód minimális távolsága 5? Legfeljebb 361 biten
- Általánosítsa a c) kérdésre adott válaszát! Hamming-korlát:  $\sum_{i=0}^t \binom{n}{i} \leq 2^{n-k}$

(1999.12.10.) (OP)

Az X emlékezetmentes forrás szimbólumai és a forrás valószínűség-eloszlása a következő:

$$X = \{A, B, C, D, E\} \quad P(A) = 0,52; P(B) = 0,21; P(C) = 0,21; P(D) = 0,05; P(E) = 0,01$$

- Tekintsük a következő kódot: A -- 00; B -- 01; C -- 10; D -- 11; E -- 101! Egyértelműen dekódolható-e ez a kód? Nem
- Lehet-e az előző pontban megadott kódszóhosszakkal prefix-mentes kódot készíteni? (Ha igen, adjon rá példát!) Nem
- Készítsen Shannon-kódot a fenti forráshoz! 0; 100; 101; 11110; 111110
- Mennyire közelíti meg a Shannon kód átlagos szóhossza az elvileg lehetséges alsó határt?  $2,1 / 1,7186$

(1999.12.21.) (OP)

Adott a C(5,2) lineáris kód a kódszavaival:

$$c_0=00000 \quad c_1=01011 \quad c_2=10101 \quad c_3=11110.$$

- Mekkora a C kód hibajelző képessége? 2 bithiba
- Mekkora a C kód hibajavító képessége? 1 bithiba
- Határozza meg a C kód G generátor mátrixát!  $G = [10111; 01011]$
- Határozza meg a C kód H paritás ellenőrző mátrixát!  $H = [10100; 01010; 11001]$
- Határozza meg a 10111 vett szóhoz tartozó szindrómát!  $s = [010]$

---

(2000.01.18.) (OP)

Adott egy  $p=0.1$  hibavalószínűségű, ideális visszajelzőcsatornával ellátott BSC, amelyen  $N = 10^6$  bit hosszúságú üzenetet kívánunk átvinni.

- Legalább hányszor kell működtetni a csatornát (hány bitet kell rajta átvinni), ha a teljes üzenetet közel hibamentesen akarjuk eljuttatni a nyelőhöz? Mekkora relatív adatátviteli sebesség csökkenést szenved így az átvitel?  $1,88 \cdot 10^6$  46,9%
- Adja meg a hibavalószínűséget, ha minden bitet megötszörözünk (ötször továbbítunk), majd többségi alapon döntünk! 0,00856

---

(1999.06.09.) (OP)

Egy bináris, lineáris kód generátormátrixa:  $G = [10011; 01101]$

- Adja meg a kód kódszavait! 00:0000; 01:01101; 10:10011; 11:11110
- Milyen hibajelző és hibajavító képességű e kód? 1 bithibát javít, 2 bithibát jelez
- Adja meg a kód paritásmátrixát!  $H = [01100; 10010; 11001]$
- Mi lehetett a küldött üzenet, ha a vett blokk  $v = (11011)$ ? 10011

---

## Modulációk

---

(1999.06.30, V)

Rádiócsatornán  $B$  sávszélességű jelet szeretnénk továbbítani. Határozza meg, milyen sávszélességet foglal el a modulált jel, ha a moduláció ...

- ... AM-DSB!  $2 \cdot B$
- ... AM-DSB/SC!  $2 \cdot B$
- ... AM-SSB!  $B$
- ... AM-VSB!  $> B$ , de  $< 2 \cdot B$
- Hogyan befolyásolja a fenti kérdések válaszait, ha a továbbítandó jel egy  $f_m$  frekvenciájú szinuszjel?

---

(1999.06.30, V)

FM elvű rádióadónk bemenetére  $f_m$  frekvenciájú szinuszjel jut. Határozza meg, milyen

gyakorlati sávszélességet foglal el a modulált jel a rádiócsatornában, ha a moduláció során alkalmazott frekvencialöketet ...

- ...  $0.05 \cdot f_m$ -re választjuk!  $2.55 \cdot f_m$  ( $\approx 2 \cdot f_m$ )
  - ...  $0.5 \cdot f_m$ -re választjuk!  $4.41 \cdot f_m$
  - ...  $5 \cdot f_m$ -re választjuk!  $16.47 \cdot f_m$
  - ...  $50 \cdot f_m$ -re választjuk!  $116.14 \cdot f_m$  ( $\approx 100 \cdot f_m$ )
- 

(1999.12.21, V)

Adott egy üzenet-folyamat spektrális sűrűségfüggvénye (felrajzolva a táblára).

- Határozza meg az ezen üzenet-jellel előállított AM/DSB-SC spektrális sűrűségfüggvényét! (6 pont)
  - Adjon javaslatot a fenti jel demodulálására! (10 pont)
- 

(2000.01.18, V)

Adott egy moduláló jel spektrális sűrűségfüggvénye (felrajzolva a táblára). A jel várható értéke zérus.

- Határozza meg az ezen moduláló jellel előállított AM/SSB-SC jel spektrális sűrűségfüggvényét! (5 pont)
  - Adjon javaslatot e modulált jel előállítására! (7 pont)
  - Adjon javaslatot a fenti jel demodulálására! (6 pont)
- 

## Antennák

---

(1999.06.30, V)

Adott egy rádióösszeköttetés az alábbi paraméterekkel: a két antenna távolsága  $a$  méter, az adóantenna magassága  $2 \cdot a \cdot 10^{-4}$  méter, a vevőantenna magassága ennek fele, hatásos felülete  $1 / (4 \cdot \pi)$  négyzetméter, az alkalmazott frekvencia  $a \cdot 30$  kHz, az adóantenna nyeresége pedig  $a \cdot 10^{-2}$ .

- Mekkora az interferenciazóna?  $a^3 \cdot 8 \cdot 10^{-12}$  méter
  - Mekkora adóteljesítményre van szükség, ha a vevő érzékenysége  $a \cdot 10^{-9}$  V, a bemeneti ellenállása  $a \cdot 10^{-3}$  Ohm, a csillapítástartalék  $a$ , és feltételezzük, hogy az interferenciazóna jóval kisebb, mint az antennák távolsága?  $10^{11}/(4 \cdot a)$  W
- 

(1999.06.09, V)

A 900 MHz-es sávban üzemelő vevőkészülékünk 5 méter magasságban elhelyezett antennával éppen az interferencia zóna határán működik.

- Hány  $dB$ -el változik a jel teljesítménye, ha az antenna magasságát a felére módosítjuk?  $3\text{ dB}$ -el csökken  
(Megjegyzés: az eredmények a megadott frekvenciától és a megadott magasságtól függetlenek.)
- Hány  $dB$ -el változik a jel teljesítménye, ha az antenna magasságát a másfélszeresére módosítjuk?  $3\text{ dB}$ -el csökken

---

(1999.11.04, ZH)

Egy sík föld feletti kétutas rádióösszeköttetés adóantennájának magassága  $10\text{ m}$ , a szakasztávolság  $1\text{ km}$ , az üzemi frekvencia  $300\text{ MHz}$ , s az adóantenna nyeresége  $5\text{ dB}$ .

- A vevőantenna magasságának változtatásával mekkora lesz a minimális és maximális vételi térerősség abszolút értéke közötti arány?  $0$
- Hogyan módosul ez az arány, ha a földreflexiós tényező nem  $-1$ , hanem  $-0.7$ ?  $0.176$
- Mekkora a szakaszcsillapítás, ha a vevőantenna magassága is  $10\text{ m}$  és a vevőantenna nyeresége  $3\text{ dB}$  (a földreflexiós tényező  $-1$ )? interferencia zóna határától távol vagyunk, ezért  $72\text{ dB}$

---

(2000.01.04, V)

Egy mobil rádiórendszerben a bázisállomás antennájának magassága  $50\text{ m}$ , az üzemi frekvencia  $900\text{ MHz}$ . A feladatban szereplő ismeretlen adatok legyen olyan értékűek, amelyet jellegzetesnek vél! Ezen adatok megválasztását is értékeljük. (4 pont)

- Kétutas terjedést feltételezve becsülje meg, a bázisállomástól milyen távolságra lehet az interferencia zóna határa (a legtávolabbi térerősségmaximum helye)!  $R_0 = 600 \cdot h_R$
- A vevőantenna magasságának változtatásával mekkora lesz a maximális és minimális vételi térerősség abszolút értéke közötti arány? végtelen
- Hogyan módosul ez az arány, ha a földreflexiós tényező nem  $-1$ , hanem  $-0.9$ ?  $19$
- Becsülje meg, mekkora a szakaszcsillapítás az interferencia zóna határán! (A földreflexiós tényező  $-1$ )  $81\text{ dB}$ , ha  $h_R = 2\text{ m}$  és  $G_T = G_R = 3\text{ dB}$

---

(1996.05.03.) (OP)

Milyen magasságban kell elhelyezni azt a vevőantennát, amely a  $900\text{ MHz}$  környéki sávban működik, és az adótól  $6\text{ km}$  távolságban helyezkedik el? Az adóantenna  $100\text{ m}$  magas toronyban van elhelyezve.  $5\text{ m}$

---

(1996.09.04.) (OP)

A  $900\text{ MHz}$ -es sávban, az adótól  $5\text{ km}$  távolságban üzemelő vevőkészülékünk antennamagassága tetszőleges határok között állítható. Az antenna magasságát állítgatva, és a vett demodulált jel zajosságát figyelve kell becslést adnia az adóantenna magasságára. Írja le, hogyan oldaná meg ezt a feladatot! Az azonos zajosságú magasságok  $\Delta$  különbségére:  $(2 h_T \Delta) / (r \lambda) = 1$  összefüggésből számolható

---

(1997.05.09.) (OP)

A 450 MHz-es sávban működő adótól 3 km távolságban azt tapasztaljuk, hogy a vett jel teljesítménye a vevőantenna magasságának függvényében 5 méterenként periódikusan változik, a 10 és a 90 nW értékhatárok között. Adja meg a jelenség magyarázatát, és becsülje meg az adóantenna magasságát, továbbá a földreflexió tényező értékét!  $(1 - \Gamma)^2 / (1 + \Gamma)^2 = 9$   $\Gamma = -0,5$ ;  $h_T = 200$  m

---

(1997.06.10.) (OP)

Egy SI üvegszálaban az (kör)frekvencián az alaplómóduson kívül 88 módus terjed. E frekvencia környezetében az  $i$ -edik módus ( $i=0,1\dots,88$ ) terjedésének fázistényezőjét (1 km hosszú szakasz fázisforgatását) közelítően a  $\beta(\omega) = (1 + i * 10^{-5}) * \omega * n_I / c + b_i$  összefüggés adja meg, ahol a szál törésmutatója  $n_I=1,5$ .

- Mekkora az átvihető sávszélesség, ha azt csak a módusdiszperzió korlátozza, és az üvegszál hossza 100 km?  
(Emlékeztető:  $B = 0,44/\Delta t$ )  $B = 100$  GHz
- Növeli vagy csökkenti az átvihető sávszélességet a szál kromatikus diszperziója? csökkenti
- Milyen tényezők befolyásolják még az átvihető sávszélességet? adó, vevő sávszélessége, az adó vonalszélessége

---

(1997.06.24.) (OP)

Egy kábelérpár csillapítása 20kHz frekvencián 1 dB/km, míg 40 kHz-n 1.3 dB/km.

- Magyarázza meg, miből adódik a különbség! skin hatás
- Az érpár hullámellenállása 120 ohm. Mekkora lehet 25 km hosszú kábelszakasz ellenállása 20 kHz frekvencián? 750  $\Omega$

---

(1997.12.03.) (OP)

Egy földi, a 900 MHz környéki sávban működő rádióösszeköttetés egyik végpontján fix telepítésű adó ( $G_T = 10$  dB), másik végpontján egy mozgó állomás (vevő,  $G_R = 3$  dB,  $h_R = 1,66$  m) helyezkedik el.

- Mekkora lehet az adóantenna magassága, ha a tőle 1 km-nél távolabbi zónában az interferencia miatt kioltás nem jöhet létre? 50 m
- Mekkora lehet a maximális távolság az adó és a vevő között, ha az átvitel késleltetése nem haladhatja meg az 50  $\mu$ s-t? 15 km
- Mekkora a szakaszcsillapítás, ha a vevő éppen a második pontban meghatározott távolságra van az adótól?  $4 * 10^{10}$
- Mekkora legyen az adó teljesítménye, ha a vevő 100 pW-nál kisebb teljesítményű jeleket nem érzékel? 4 W

---

(1998.06.11.) (OP)

Egy sík föld feletti kétutas rádióösszeköttetés adóantennájának magassága 10 m, a szakasztávolság 10 km, az üzemi frekvencia 300 MHz. Az adóteljesítmény 1 W, az adóantenna nyeresége 5 dB. A talajreflexió tényező értéke -0.7.

- A vevőantenna magasságának változtatásával mekkora lesz a vételi térerősség minimális és maximális értékének aránya? 17/3
- Mekkora a szakaszcsillapítás, ha az adó-, és vevőantenna magassága egyaránt 10 m és a vevőantenna nyeresége 3 dB? 104,5dB

---

(1998.11.02.) (OP)

Egy harmadéves villamosmérnök hallgató a fejébe vette, hogy vevőkészüléket épít, mellyel venni tudja a népszerű egyetemi rádió adását (vivőfrekvenciája  $f_0 = 314$  MHz). Az adó a kari kollégium tetején, a 18. emelet padlójának magasságában sugároz. A hallgató a kollégiumtól 6 km távolságban lakik egy többemeletes házban. A kollégium emelet gradiense 3 m/emelet, a hallgató házáé pedig 4 m/emelet.

- A hallgató - harmadéves lévén - a Híradástechnika tárgyból szerzett, sík föld feletti, kétutas terjedésre vonatkozó ismereteire támaszkodva szeretné meghatározni, hányadik emeleti szomszédját kell megkérnie, engedje meg antennájának kifüggesztését az ablakba ahhoz, hogy a vevőantenna optimális magasságban üzemeljen. Segítsen neki! kb. 26 m
- Mekkora a hallgató 10 dB nyereségű antennájának a hatásos felülete? kb.  $0,73 \text{ m}^2$
- Sajnos az illető lakó külföldre utazott, ezért a hallgató kénytelen volt beérni első emeleti lakásával. Mekkora így a szakaszcsillapítás, ha a kollégiumi adó nyeresége 20 dB? Az alkalmazott képlet jogosságát számítással igazolja! kb. 74 dB

---

(1998.11.27.) (OP)

Adott egy mikrohullámú összeköttetés a következő paraméterekkel: az adóteljesítmény 2 W, az adó- és vevőantenna nyeresége 20 dB, a vivőfrekvencia 4 GHz, az adóantenna és az adó közti tápvonal hossza 2 m, a vevőantenna és a vevő közti tápvonal hossza 3 m, a tápvonalak csillapítása 0.9 dB/m, és a vevő érzékenysége  $6 \mu\text{V}(\text{eff})$ . Az adó és a vevő? 50  $\Omega$ -os hullámimpedanciára illesztett.

- Mekkora lehet a maximális szakasztávolság, ha a szabadtéri csillapításon felül 30 dB tartalékot követelünk meg? 18,9 km
- Növekszik-e a szakasztáv, ha a régiék helyett új antennákat szerelünk fel, melyek 0.45 m átmérőjű forgásparaboloidok, s ezek hatásos felülete a geometriai felület 75%-a? Igen

---

(1999.01.19.) (OP)

Félvezető lézerradó intenzitásmodulált jelét négy egyforma elektromos vevőkimenetű szeretnénk alakítani. A lézerradó modulált optikai teljesítményének effektív értéke 1 mW, a

működési hullámhossz 1300 nm, az elektromos lezárások 50 ohmosak. A lézer fényjelét egy 0.8 mA/mW konverziós tényezőjű fotovevővel alakítjuk elektromos jellé, amit (teljesítményosztóval) veszteségmentesen negyedelünk. A fotodióda lezáróellenállásán a ráeső fényteljesítménnyel arányos kimenő áramot szolgáltat.

- Mekkora lesz akkor az elektromos kimeneteken fellépő jelteljesítmény? kb. 8  $\mu$ W
- Változik-e a helyzet, ha előbb negyedeljük a fényjelet, és ezt követően az előző pontban megadott fotovevővel azonos tulajdonságú, négy független fotovevővel állítjuk elő a detektált jeleket? Igen. 2  $\mu$ W
- Értékelje és magyarázza meg az előző két megoldásban kapott eredményeket! A fotodióda nemlineáris elem

---

(1999.02.02.) (OP)

Egy szabadtéri rádióösszeköttetés adóantennájának nyeresége 5 dB, az adóteljesítmény 0 dBW. Az adóantennát az adóval 10 m hosszúságú, 0.2 dB/m fajlagos csillapítású kábel köti össze. Az üzemi frekvencia 5 GHz. A kábelek, antennák és berendezések illetéket kapcsolódnak össze.

- Mekkora lesz a 10 km távolságban elhelyezett vevőantennánál mérhető térerősség?  $1,59 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2$
- Mekkora válasszuk a vevőantenna nyereségét, ha a vevő bemenetén szükséges jelszint -90 dBm. A vevőantennát és a vevőt 20 m hosszúságú, 0.2 dB/m fajlagos csillapítású kábel köti össze. 7,4dB

---

(1999.06.09.) (OP)

A 900 MHz-es sávban üzemelő vevőkészülékünk 5 m magasságban elhelyezett antennával éppen az interferencia zóna határán működik. Hány dB-el változik a vett jel teljesítménye, ha az antenna magasságát a felére, illetve a másfélszeresére módosítjuk? -3dB, -3dB

---

(?) (OP)

Egy kétutas rádióösszeköttetés adó és vevőantennájának nyeresége 5 dB, szakasztávolsága 10 km, az üzemi frekvencia 500 MHz. Az adó és a vevőantenna magassága 30, illetve 10 m.

- Határozza meg a szükséges adóteljesítményt, ha a vevő érzékenysége -56 dBm! 20 W
- Hányszorosára kell az adóteljesítményt változtatni, ha -50 dBm érzékenységű vevőt alkalmazunk. négyszeresére

---

## Cellás rendszerek

---

(1999.12.21, V)

Hasonlítsa össze a következő két cellás rendszert!

**A rendszer:** Analóg FM modulált rendszer, a megfelelő hangminőséghez szükséges jel-interferencia arány  $20\text{ dB}$ . A rádiócsatornák sávszélessége  $30\text{ kHz}$ , és ekkora a csatornaosztás is.

**B rendszer:** Digitális modulációt, TDMA hozzáférést (8 felhasználó egy vivő-frekvencián) alkalmazó rendszer, a rádiócsatornák sávszélessége  $200\text{ kHz}$ . A megfelelő minőséghez szükséges jel-interferencia arány  $12\text{ dB}$ .

- Válasszon megfelelő clusterméretet és rajzolja is fel a cellakiosztást a két rendszerre! A terjedést kétutas terjedésnek feltételezzük. (10 pont) **A:**  $N = 9$ ; **B:**  $N = 4$
- Hasonlítsa össze a két rendszert a kiszolgálható hozzáférések száma szerint! (7 pont) **B / A = 2.7**
- Mekkora maximális cellaméretet alkalmazhatunk, ha a bázisállomás adóteljesítmények és az antennanyereségek azonosak, de a két rendszer vevőinek érzékenysége:  $-60\text{ dBm}$  illetve  $-66\text{ dBm}$ ? (5 pont) interferencia zóna határától távol vagyunk, ezért **B / A = SQRT(2)**