

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. feladat (16 pont)

Számoljuk ki az

$$f(x) := e^{2x-x^2}$$

képlettel definiált függvény 17 -edik és 18 -adik deriváltjának értékét az $x = 1$ pontban.
Segítség: először írjuk föl a függvény $x_0 = 1$ bázispontú Taylor-sorát.

2. feladat (18 pont)

Számoljuk ki $\arctan(\frac{1}{10})$ közelítő értékét az $f(x) = \arctan(x)$ függvény $x_0 = 0$ bázispontú másodfokú Taylor-polinomja segítségével. A közelítő érték a tényleges érték alatt vagy felett lesz? Igaz-e, hogy a becslés hibája kisebb mint 10^{-3} ?

3. feladat (16 pont)

Legyen $f(x) = 2 + \cos(2x) + \operatorname{sgn}(x)$. Írjuk föl az f függvény $[-\pi, \pi]$ intervallumon vett Fourier-sorát.

4. feladat (16 pont)

Döntsük el, hogy a megadott limeszek léteznek -e, és ha igen, határozzuk meg értéküket.

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} |x|^y, \quad b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x)y^2 - xy^2}{x^3 + xy^2}.$$

5. feladat (16 pont)

Tekintsük az

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + 2y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

képlettel megadott $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt. Definíció szerint számoljuk ki az f függvény $\underline{v} := (1, 1)$ vektor szerinti deriváltját a $(0, 0)$ pontban, illetve döntsük el, hol léteznek, és ahol léteznek, ott írjuk föl a $\partial_1 f$, $\partial_2 f$ és Df deriváltakat.

6. feladat (18 pont)

Keressük meg az

$$f(x, y) := (x - y + 1)^2 - (x^2 - 2)^2$$

képlettel definiált függvény lokális szélsőértékeit. Van-e f -nek *globális* szélsőértéke?