1. feladat (6+2=8 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{\sqrt[3]{n}} x^n$$

Határozza meg a sor konvergenciatartományát! Hol abszolút konvergens a sor?

2. feladat (4+4+2=10 pont)

$$f(x) = x^3 \mathrm{e}^{-x^2}, \qquad I = \int_{x=0}^{0,1} f(x)\,\mathrm{d}x$$

a) Adja meg az f függvény $x_0 = 0$ középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát!

b) Adja meg az I integrál közelítő értékét az integranduszt a hatodfokú Taylor-polinommal közelítve!

c) Becsülje meg az elkövetett hibát!

3. feladat (4+2+3=9 pont)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{8 - x^2}}$$

a) Írja fel az függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát!

b) Adja meg a sor konvergenciasugarát!

c) Elemi műveletekkel adja meg az $f^{(6)}(0)$ derivált értékét!

4. feladat (4+4=8 pont)

$$f(x,y) = \frac{2x^2 y}{x^2 + 2y^2}, \qquad g(x,y) = \frac{3(x+1)y}{x^2 + y^2}$$

Határozza meg a fenti függvények határértékét az origóban!

5. feladat (10+2+3=15 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(y+1)x^2}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}, \qquad P(1,2), \qquad \mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{13}} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

a) Határozza meg f parciális deriváltjait $\mathbb{R}^2$ minden pontjában! (Az origóban a definícióval dolgozzon!)

b) Totálisan deriválható-e f az origóban?

c) $\left.\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\mathbf{e}}\right|_P = ?$