

1. Feladat (20 pont)

- a) Mutassa meg, hogy a $\sum_{n=2}^{\infty} a_n = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^2+3}$ sor konvergens!
- b) Hányadik részletösszeg közelíti 10^{-2} -nél kisebb hibával a sorösszeget?
- c) Mondjon példát egy a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+3}$ sorral aszimptótikusan egyenlő sorra!
- d) Abszolút konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ sor?

2. Feladat (20 pont)

Vázolja és vizsgálja meg az $f(x) = \frac{\ln 2x}{x^2}$ függvényt! (Ért. tart., gyök, limeszek, monotonitás, konvexitás, szélsőérték, inflexió, ért. készlet szempontok alapján.)

3. Feladat (20 pont)

- a) $\int x \operatorname{arctg}(2x) dx = ?$
- b) Vezesse be az $u = \sqrt{2x+3}$ új változót az alábbi integrálba, majd határozza meg az értékét:

$$\int_0^6 \frac{x}{\sqrt{2x+3}} dx$$

4. Feladat (10 pont)

Mit nevezünk egy sorozat torlódási pontjának? Milyen kapcsolat van a sorozat konvergenciája és a torlódási pont fogalmak között? Mondjon példát divergens sorozatra! (Indokoljon!)

5. Feladat (15 pont)

Bizonyítsa be a szorzatfüggvény deriválási szabályát!

6. Feladat (15 pont)

Definiálja az alsóösszeg ill. felsőösszeg fogalmakat! Írja le az ezekre vonatkozó alapvető tulajdonságokat! Mikor nevezünk egy f függvényt Riemann-integrálhatónak?

Pótfeladat:

7. Feladat (10 pont)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx = ?$$