

# Valószínűségszámítás vizsgadolgozat

Műszaki informatikus BSc

2014. január 15.

A \*-gal jelölt feladatoknál a megoldásban nem kell a pontos számértéket megadni, elég egy helyes kifejezés, amiből már számológép segítségével adódna a számérték.

1. \* Egy tesztrendszerű kreszvizsgánál minden diáknak 20 kérdésre kell igennel vagy nemmel felelni. Tegyük fel, hogy egy vizsgázó az egyes kérdésekre egymástól függetlenül 0.7 valószínűséggel tudja a helyes választ, 0.1 valószínűséggel azt hiszi, hogy tudja a helyes választ, de téved, 0.2 valószínűséggel nem tudja a helyes választ, és ennek tudatában van. Ha a vizsgázó tudja, hogy egy kérdésre nem tudja a helyes választ, akkor találmra ír igent vagy nemet  $1/2 - 1/2$  valószínűséggel. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a vizsgázó legalább 10 kérdésre helyesen válaszol?

2. Van két érmém, az egyik igazságos, a másik cinkelt, de ránézésre nem tudom őket megkülönböztetni. A cinkelt érme  $3/4$  valószínűséggel mutat fejet. Előveszem az egyik érmét a zsebemből,  $1/2$  valószínűséggel az igazságosat,  $1/2$  valószínűséggel a cinkeltet. A kiválasztott érmét feldobom 30-szor és azt tapasztalom, hogy 25-ször mutatott fejet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a cinkelt érmét vettem elő?

3. Legyen az  $X$  és  $Y$  együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & , \text{ha } x^2 + y^2 < 1 \\ 0 & , \text{egyébként} \end{cases}$$

Számolja ki a vetületi sűrűségfüggvényeket és  $\text{cov}(X, Y)$ -t!

4. Legyen  $X \in E(1)$ ,  $Y = 5 \cdot X$ . Számolja ki  $Y$  sűrűségfüggvényét, várható értékét és szórását!

5. Két szabályos dobókockával dobunk. Legyen  $X$  a dobott értékek közül a nagyobbik, és legyen  $Y$  a dobott hatosok száma. Adja meg  $Y$ -nak az  $X$ -re vonatkozó feltételes eloszlását, valamint az  $E(Y|X)$  regressziót!

6. Mikor mondjuk, hogy a  $T_n$  statisztika a minta eloszlásfüggvénye  $\vartheta$  paraméterének hatásos becslése? Mondjon példát konzisztens becslésre!