

**1. feladat (5+7 pont)**

Konvergens-e az **a)** sor? Határozza meg a **b)** sor konvergenciasugarát és konvergencia tartományát!

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n 3^n}{(2n)!}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x-2)^n}{\sqrt{n}}$

**2. feladat (4+4 pont)**

a) Írja fel a következő függvény nulla középpontú Taylor sorát.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{4x}}}$$

b) Az  $f(x) = \sin x$  függvény nulla közepű Taylor polinomjával szeretnénk kiszámítani  $\sin 1$  értékét három tizedes pontossággal. Adja meg a Taylor polinom szükséges fokszámát. ( $\sin 1$  értékét kiszámolni nem kell)

**3. feladat (6+3 pont)**

Fejtse hatványsorba a következő függvényeket a  $(0; \sqrt[5]{4})$  intervallumon:

a)

$$f(x) = \frac{5x^4}{4+x^5}$$

b)

$$F(x) = \ln(4+x^5)$$

**4. feladat (7 pont)**

Fejtse hatványsorba a következő függvényt és adja meg a hatványsor konvergenciasugarát:

$$f(x) = \frac{6x}{\sqrt[5]{32-x^2}}$$

**5. feladat (4+1+9 pont)**

Adott a következő függvény:

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{x^5 + y^5}$$

a) Számítsa ki a határértékét a  $(0,0)$  pontban!

b) Totálisan differenciálható-e a függvény a  $(0,0)$  pontban?

c) Adja meg az  $g$  függvény  $x$  és  $y$  szerinti, valamint a  $h$  függvény  $y$  szerinti parciális deriváltjait:

$$g(x, y) = (x^2 + \cos x)^{3y} \quad h(x, y) = \frac{\sin(xy) + e^{3x^2+y^2}}{\sqrt{\arctg x^2 + \operatorname{ch} x}}$$