

# A SUGÁRZÁS KVANTUMOS TERMÉSZETE

## (A hullámok részecsketermészete)

Ennek az ötven évnek a töprengései sem vittek közelebb ahhoz, hogy megválaszoljam a kérdést: mik a fénykvantumok?

EINSTEIN

(Bessohoz 1951-ben írott leveléből)

A fizika most ismét nagyon zavaros, legalábbis számomra túlságosan nehéz. Azt kívánom, bár csak komédiás, filmszínész vagy valami hasonló lennék és semmit se hallottam volna a fizikáról.

WOLFGANG PAULI

(az R. Kronighoz 1925. május 25-én írott levélből)

[American Journal of Physics 43, 208 (1975)]

Nem szeretem, és sajnálom, hogy valaha is foglalkoznom kellett vele.

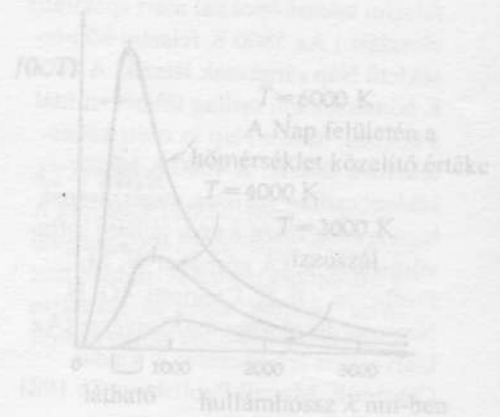
E. SCHRÖDINGER

(a kvantummechanikáról)

### 42.1 Bevezetés

A 19. sz. vége felé az a benyomás alakult ki, hogy az akkori fizika, amit ma klasszikus fizikaként tartunk számon, a fizikai világról és kölcsönhatásairól csaknem minden ismeretet tartalmaz. Legalább is ez volt a véleménye a kor több jól ismert természettudósának. Ennél zavarbaejtőbb tévedést talán el sem lehet képzelni. Mégis, ha arra gondolunk, hogy a newtoni mechanika milyen szerteágazó területeken bizonyult sikeresnek a legkülönbözőbb tárgyak mozgásának magyarázatában, a baseball-labdától a Naprendszerig, továbbá az a tény, hogy a mechanikai fogalmakat felhasználva a hőtani jelenségeket is a mechanika törvényeinek körébe lehetett utalni, értelmesebbnek látszott az az álláspont, hogy eljutottunk egy egységes elmélet küszöbéig, mely minden jelenségre képes magyarázatot adni. Ismertek voltak már a rádióhullámok, a fény és a hőmérsékleti sugárzás jelenségei is, amelyek nyilvánvalóan elkülönültek a mechanikától, de ezek is összefoglalhatók voltak egy másik nagy egységesítő elméletben, a Maxwell-féle elektrodinamikában. Úgy tűnt, hogy e két elmélet együtt teljessé teszi a természeti jelenségek megértését úgy, hogy részecskékkel és hullámokkal értelmezzük őket.

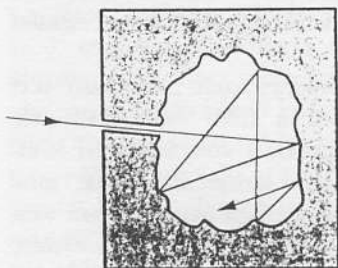
Ugyanakkor már megjelent néhány meglepő jelenség is. 1895-ben Wilhelm Konrad Röntgen felfedezte a később róla elnevezett X-sugarakat, a következő évben pedig Antoine Becquerel a radioaktivitást. Ezután egy évvel J. J. Thomson elektronokon végzett e/m-mérései megmutatták, hogy az elektronok az atomok alapvető részei. Így az atommodell is alapos revízióra szo-



42-2 ábra: Az üregben a sugárzás eloszlása három különböző hőmérsékleten. A hőmérséklet növekedésével a sugárzás energiája is növekszik.

rult. Ezen kívül is volt még néhány ismert jelenség, ami továbbra is titokzatos maradt. Például, elméletileg nem volt kielégítő értelmezés a meleg vagy izzó testek által kibocsátott sugárzás hullámhossz szerinti spektrális eloszlására. Az a tény is tartogatott rejtélyeket, hogy ibolyántúli fény hatására a fémekből elektronok lépnek ki. A legtöbb fizikus mégis úgy érezte, hogy ezek csak elszigetelt kicsiny problémák, amelyek előbb vagy utóbb mégiscsak magyarázatot kapnak a kor két „komplett” elméletében, a newtoni mechanikában és Maxwell elektrodinamikájában. Ha ez igaz lett volna, akkor a fizikusok további tevékenysége unalmas foglalkozássá vált volna, hiszen csupán alkalmazni kellett volna a két elméletet a még érthetetlen jelenségekre, és meg kellett volna határozni a következő tizedesjegyet a természeti állandók értékében (pl. az elektron töltésében, a fény terjedési sebességében, az Avogadro-számban és így tovább).

Most annak a történetét mondjuk el, hogy a fizika alapjain talált néhány repedés hogyan szélesedett ki, és hogyan döntötte halomra a 19. század vége önelégültségét. Ebben a forradalmi változásban a fizika gyorsan kiterjedélyesedett és bámulatosan megerősödött. A folyamatban, a kvantumelmélet forradalmában, az új fogalmakat még nehezebb volt elfogadni, mint néhány évvel korábban Einstein relativitáselméletét. Bizonyos értelemben a relativitáselmélet a klasszikus (vagyis kvantumelmélet előtti) fizika részének számít, mert a tömeg, energia, impulzus alapvető fogalmai és ahogyan a rendszerek az energiacserében részt vesznek, lényegében változatlanok. Az Einstein-féle forradalom a tér és az idő szerkezetéről alkotott fogalmainkat változtatta meg, szóval azokról a keretekről mondott tökéletesen más, amelyek között a méréseket végezzük, és ezáltal úgy tágította ki a klasszikus fogalmakat, hogy a nagy sebességek világában is megfelelőek legyenek. A kvantumfizikai forradalom a klasszikus fogalmakat úgy változtatta meg, hogy igen kis távolságokra alkalmazhatók legyenek. Mind a relativitáselmélet, mind a kvantummechanika speciális esetként tartalmazza a klasszikus fizikát. A kvantumforradalom azonban talán alaposabb volt, mert a *részecskék* és az *elektromágneses hullámok* alapvető fogalmait változtatta meg, azt a nyersanyagot, amiből az akkori korszak fizikusai szerint az Univerzum felépült. Az új kvantumfizika bebizonyította, hogy a klasszikus fogalmak alkalmatlanok és gyakorta mély ellentmondásokra vezetnek egyrészt azzal, hogy a kísérletekkel ellentmondásba kerülnek, másrészt azzal, hogy az anyag természetét és érzékelését érintő alapvető filozófiai kérdéseket módosítanak.



42-1 ábra

Az ideális fekete test a gyakorlatban egy érdes falú üreg falán fűrt kis lyukkal valósítható meg. Az üreg maga a fekete test, mert lényegében minden, a lyukon behatoló sugárzást elnyel. Az üreg belsejében kialakuló sugárzás az üregsugárzás vagy fekete test sugárzás.

## 42.2 A feketetest sugárzásának spektruma

A 19. század végének egyik kimagasló jelentőségű és megoldatlan rejtélye az ún. **feketetest-** vagy **üregsugárzás** színképi eloszlásának problémája volt. Kirchhoff kimutatta, hogy az elektromágneses sugárzás legnagyobb hatásfokú kisugárzója (emittere) egyben a leghatásosabb elnyelője (abszorbense) is. A „tökéletes” abszorbens az volna, amely minden rá eső sugárzást elnyelne, s mert nem verődne vissza róla semmi, *fekete testnek* lehetne nevezni.

A sugárzás természetének vizsgálatára a legjobb útnak az kínálkozik, hogy elkészítjük a leghatékonyabban sugárzó testet. De hogyan kell fekete testet készíteni? A tökéletes fekete testet legjobban bizonyára az közelíti meg, hogy ha durva falú üreges testen kisméretű lyukat fúrunk (lásd a 42-1 ábrát). Elenyésző a valószínűsége annak, hogy a lyukon beeső sugárzás a falakon visszaverődve a lyukon keresztül ismét kilépjen, azaz a beeső sugárzás csaknem 100%-ban elnyelődik. Ahogyan az üreg falai elnyelik a beeső sugárzást, a hőmérsékletük emelkedik és egyre erősebben sugároznak. Ez addig folytatódik, míg a *termikus egyensúly* ki nem alakul. Ekkor a falak ugyanannyi energiát sugároznak ki, mint amennyit elnyelnek. Az üregben



kialakuló sugárzást ekkor *feketetest sugárzásnak* vagy *üregsugárzásnak* nevezzük. Sajátságainak vizsgálatára pedig a falon lévő kis lyuk éppen megfelelő. *A lyuk maga a feketetest.*

1879-ben J. Stefan osztrák fizikus elsőként mérte meg a feketetest által az összes hullámhosszon kisugárzott energiát és azt tapasztalta, hogy az arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával. Ezt később elméleti úton magyarázta L. Boltzmann, ezt az eredményt ezért hívják a *Stefan-Boltzmann-törvénynek*.

#### STEFAN-BOLTZMANN FÉLE SUGÁRZÁSI TÖRVÉNY

$$R = \sigma T^4, \quad (42-1)$$

ahol az  $R$  a teljes fajlagos kisugárzás, vagy **emittancia**, vagyis a fekete test által egységnyi idő alatt, egységnyi felületen, valamennyi hullámhosszon kisugárzott energia,  $T$  az abszolút hőmérséklet (Kelvin) és  $\sigma$  a *Stefan-Boltzmann-állandó*, amely  $5,672 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ .

Amikor az üregsugárzás spektrális eloszlását vizsgálták, (vagyis azt, hogy mekkora energia esik a különböző hullámhosszokra), a kutatók meglepő felfedezéseket tettek. *A spektrális eloszlás nem függ az üreg anyagától, hanem csak a  $T$  abszolút hőmérséklettől.* Nem számít, hogy milyen anyagban van az üreg, a spektrális eloszlás adott hőmérsékleten mindig ugyanaz. Valahányszor a fizikusok olyan jelenséget fedeznek fel, amely a használt anyagtól független, akkor nagy a valószínűsége annak, hogy igencsak alapvető jelenséggel állunk szemben. Ezért olyan fontos, hogy ezt a jelenséget alaposan megértsük.

### 42.3 A feketetest sugárzás különböző értelmezései

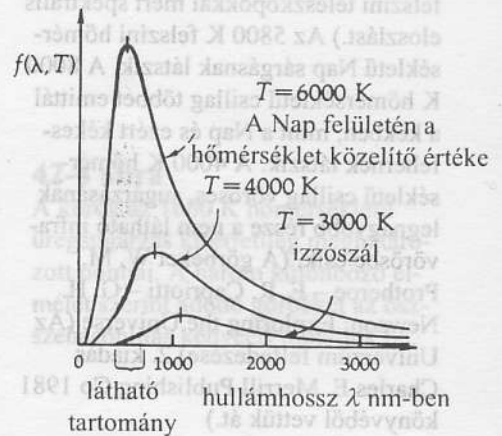
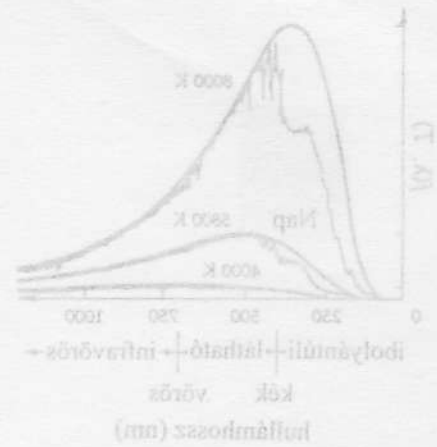
Sok tehetséges fizikus próbálta meg, hogy felépítse a klasszikus fogalmakra azt az elméletet, amely az üregsugárzás spektrális eloszlását magyarázza. A cél az volt, hogy levezessék a **spektrális energiasűrűség** ( $\text{joule/m}^3$ ) képletét az üregsugárzásra, ami a  $\lambda$  és a  $\lambda + d\lambda$  közti hullámhosszúságra esik. Ezt matematikailag egy  $f(\lambda, T)$  függvény fejezi ki, ami mind a  $\lambda$  hullámhossz, mind a  $T$  abszolút hőmérséklet függvénye. A 42-2 ábra a kísérletileg meghatározott görbéket mutatja három különböző hőmérsékletnél. Figyeljük meg, hogy a hőmérséklet emelkedésével a görbék a rövidebb hullámok felé tolódnak el. W. Wien német fizikus erre a viselkedésre vonatkozóan empirikus szabályt állapított meg, ami a *Wien-féle eltolódási törvény* nevet kapta:

#### WIEN-FÉLE ELTOLÓDÁSI TÖRVÉNY

$$\lambda_m T = \text{konstans} \quad (42-2)$$

ahol  $\lambda_m$  a spektrális eloszlás maximumához tartozó hullámhossz,  $T$  az abszolút hőmérséklet, az állandó a kísérletek szerint  $2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ .

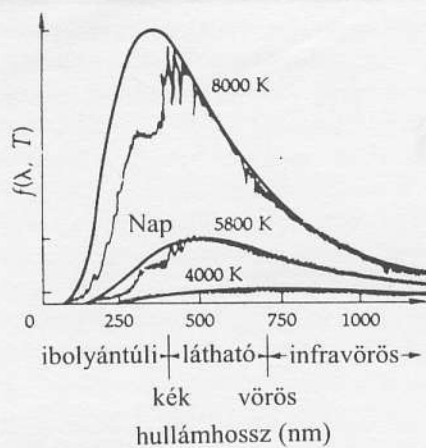
Az összes energiasűrűség, az összes hullámhosszra, a görbe alatti terület.



42-2 ábra

Az üregsugárzás spektrális eloszlása három különböző egyensúlyi hőmérsékleten. A  $f(\lambda, T)$  összefüggés megmutatja, hogy az üreg belsejében a sugárzás intenzitása hogyan függ a hőmérséklettől. A függvény az egységnyi térfogat és a  $\lambda$  és a  $\lambda + d\lambda$  közé eső hullámhossz intervallum egységnyi hosszúságú tartományába eső energiát adja meg. A görbék csúcsainál lévő kis függőleges vonalak azt mutatják, hogy amint az üreg hőmérséklete egyre nagyobb lesz, a maximális energia helye egyre inkább a kisebb hullámhosszak felé tolódik el, ez a Wien-féle eltolódási törvény.

Miként a fejezet végén a 4. kérdéssel kapcsolatban kimutatjuk, az anyagok felületének emisszióképessége valamivel kisebb, mint az ideális fekete testé. Az emisszióképesség különböző anyagok esetén különböző, mert függ a felület fizikai állapotától. A kormozott felületek majdnem ideális emitterek, ill. abszorbensek.



### 42-3 ábra

A legtöbb felület nem tökéletes fekete-test-sugárzó, bár sugárzásuk gyakran közel megfelel a Planck-görbéknek, így ennek alapján hőmérsékletük eléggé pontosan becsülhető. A görbéket a legjobb illesztés alapján kapták három különböző csillag felszínére vonatkozó spektrális eloszlásra. (A Föld légkörének abszorpciós hatása különösen az ultraibolya tartományban jelentősen eltorzítja a földfelszíni teleszkópokkal mért spektrális eloszlást.) Az 5800 K felszíni hőmérsékletű Nap sárgásnak látszik. A 8000 K hőmérsékletű csillag többet emittál a kékben, mint a Nap és ezért kékesfehérek látszik. A 4000 K hőmérsékletű csillag vöröses, sugárzásának legnagyobb része a nem látható infravörösbe esik. (A görbéket W. M. Protheroe – E. R. Capriotti – G. H. Newson: Exploring the Universe (Az Univerzum felfedezése) 2. kiadás Charles E. Merrill Publishing Co 1981 könyvéből vettük át.)

$$\text{A teljes energiasűrűség} = \int_0^{\infty} f(\lambda, T) d\lambda \quad (42-3)$$

(minden hullámhosszra)

A Stefan-Boltzmann törvény szerint a teljes spektrumon kisugárzott energia  $T$  negyedik hatványával arányos, ezért a  $T = 6000 \text{ K}$ -hez tartozó görbe alatti terület 16-szor nagyobb, mint a  $T = 3000 \text{ K}$ -hez tartozó terület. Figyeljük meg azt is, hogy az energiaeoszlás a látható tartományban sem egyenletes<sup>2</sup>. Alacsony hőmérsékleteken a kisugárzott energiának viszonylag nagyobb része esik a hosszú hullámokra (a vörös felé), mint a rövidebbekre (a kék felé). Ahogyan nő a hőmérséklet, ez megváltozik, viszonylag több energia esik a kék felé, ami magyarázatot ad arra, hogy a szilárd testek melegítésekor a szín változása tapasztalható. Először mélyvörös, majd narancsszín észlelhető, később az izzó test sárgásfehér, végül – igen magas hőmérsékleteken – kékesfehér lesz.

### 42-1 PÉLDA

Egy fekete test spektrális energiaeoszlásának a csúcsa 4300 K esetén a 674 nm (vörös) hullámhosszon van. Mekkora hőmérsékleten lenne 420 nm-en (az ibolyában)?

### MEGOLDÁS

A Wien-féle eltolódási törvényből (a maximumhoz tartozó hullámhosszra):

$$\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2$$

Behelyettesítve a számértékeket, adódik:

$$(674 \times 10^{-9} \text{ m})(4300 \text{ K}) = (420 \times 10^{-9} \text{ m})(T_2)$$

$$\text{Végül} \quad T_2 = 6900 \text{ K}$$

### Wien elmélete

A sugárzási képlet elméleti alapjainak keresése a fizika történetének legizgalmasabb fejezetei közé tartozik. Itt csak néhány kimagasló jelentőségű eseményt említünk meg. 1884-ben Boltzmann a termodinamika felől közelítette meg a problémát. Feltette, hogy az üreg sugárzása henger alakú, mozgó dugattyúval ellátott térfogatban van és a Carnot-féle körfolyamat eredményeit alkalmazta a rendszerre. (A sugárzás a falakra erőt gyakorol, így lépett be a munka fogalma az elemzésbe). 1893-ban Wien továbbfejlesztette ezt a gondolatmenetet és a Doppler-eltolódást a mozgó dugattyú falán való visszaverődésre alkalmazva arra a következtetésre jutott, hogy az energiaeoszlás csak a  $\lambda T$  szorzattól függhet. A sugárzás emissziójának és az abszorpciójának a természetére tett bizonyos feltevésekkel élve Wien le is vezetett egy kifejezést a  $f(\lambda, T)$  spektrális eloszlási függvényre. Ezt szokás olyan alakban írni, hogy a  $\lambda$  és  $\lambda + d\lambda$  hullámhosszak közé eső **spektrális energiasűrűség** (joule/m<sup>3</sup> egységekben):

<sup>2</sup> Érdekes, hogy szemünk érzékenységének maximuma egybeesik a Nap sugárzási eloszlásának a maximumával. Ha egy más hőmérsékletű csillag körüli bolygón léteznék érzékszervekkel rendelkező élőlények, akkor „szemük” a biológiai evolúció során talán úgy alakult ki, hogy az elektromágneses szinkép más szakaszán a legérzékenyebb.



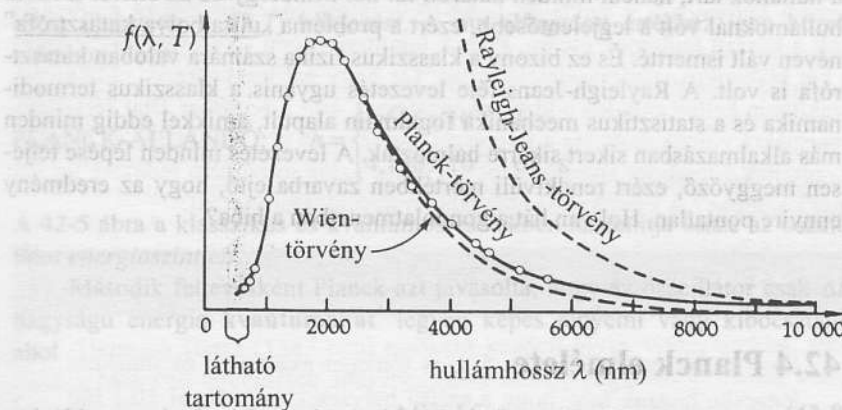
WIEN SUGÁRZÁSI  
TÖRVÉNYE

$$du_\lambda = f(\lambda, T)d\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{(c_2/\lambda T)}} d\lambda \quad (42-4)$$

A  $c_1$  és  $c_2$  ismeretlen állandókat úgy kell megválasztani, hogy a kísérleti adatokhoz a görbe a lehető legjobban illeszkedjék. A görbe a rövid hullámhosszaknál a mérési adatokhoz valóban jól illeszkedik, de amint egyre több olyan adat birtokába jutottak, amelyek a nagy hullámhosszakra vonatkoztak, az eltérés egyre nyilvánvalóbbá vált. A 42-4 ábra mutatja, hogy a Wien-féle görbe egyre inkább alatta marad a nagyobb hullámhosszakon mért adatoknak.

### A Rayleigh-Jeans elmélet

A Boltzmann és Wien termodinamikai gondolatmenete hasznos lépés volt, mert kiderült, hogy a problémában  $\lambda$  és  $T$  valamilyen függvénye (és semmi egyéb) játszhat csak szerepet. Minthogy azonban a termodinamika igen általános elveken alapszik, amelyek *minden* fizikai rendszerre érvényesek, a termodinamikai érvelés gyakran nem nyújt kellő betekintést az adott rendszer speciális folyamatainak részleteibe. Talán sokkal sikeresebb lett volna, ha valaki az üregsugárzás forrásaira koncentrálna figyelmét; azokra a tényleges folyamatokra, amelyek során az elektromágneses hullámok a falban keletkeznek, ill. elnyelődnek.

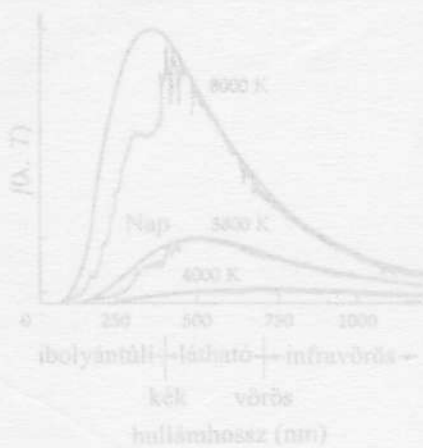


42-4 ábra

A körök az 1600 K hőmérsékletű üregsugárzás kísérletileg meghatározott pontjai. A három különböző elmélet szerint adódó görbéket az összehasonlítás kedvéért mutatjuk be.

Rayleigh (1900) a problémát ebből a szempontból közelítette meg. Derékszögű üreget vizsgált, amelynek a falai fémből készültek és feltette, hogy a falban lévő elektromos töltésektől származik a sugárzás. A töltések egyszerű harmonikus oszcillátorokként viselkednek és képesek a sugárzás kibocsátására és elnyelésére, mindegyik oszcillátort a rezgés „karakterisztikus” frekvenciája jellemez. Minden elég nagy zárt térfogatban elegendően nagy számú oszcillátor van, ezért a szomszédos frekvenciák közti különbség elhanyagolható lesz, azaz a kialakuló sugárzás minden hullámhossz környékén folytonos eloszlásúnak fog látszani. Adott  $T$  hőmérsékleten az oszcillátorok állandó működése állóhullámok kialakulását eredményezi az üregben. Az ilyen állóhullámok száma <sup>3</sup> az egységnyi térfogatban  $8\pi\lambda^{-4}$ -nek adódott.

<sup>3</sup> Rayleigh egy triviális (8-as szorzónyi faktornyi) hibát követett el a levezetésben. Miután az eredmény nyomtatásban megjelent, Sir James Jeans rámutatott a hibára, így a helyes képlet Rayleigh-Jeans-féle törvényként vált ismertté. A kicsiny javítás túlzottan is jelentős hírnévhez jutatta szerzőjét. Később azonban Jeans is sok értékes eredménnyel járult hozzá a fizika fejlődéséhez.



42-3 ábra.

A legjobb felület nem tökéletes fekete-test-sugárzó, bár sugárzásuk gyakran közel megfelel a Planck-görbének, így ennek alapján hőmérsékletük eléggé pontosan becsülhető. A görbék a legjobb illesztés alapján kapták három különböző csillag felszíni vonatkozó spektrális eloszlásra. (A Föld légkövének abszorpciós hatása különösen az ultravibolya tartományban jelentősen eltorzítja a földfelszín teleszkópokkal mért spektrális eloszlást.) Az 5800 K felszíni hőmérsékletű Nap sárgásnak látszik. A 2500 K hőmérsékletű csillag többet emittál a kékekben, mint a Nap és ezért kékcsillagnak látszik. A 4000 K körüli hőmérsékletű csillagok az 1000 K körüli hőmérsékletű csillagokhoz hasonlóan látszanak. A három különböző csillagot mértek ugyanazon a távolságon, ezért a görbék az abszolút intenzitásukban különböznek. Charles E. Merrill Publishing Co 1981 könyvéből vettük át.)

Az ekvipartíció tétele (21. fejezet) azt mondja ki, hogy termikus egyensúlyban lévő  $T$ -hőmérsékletű rendszerekben átlagban  $\frac{1}{2}kT$  energia jut minden olyan változóra, mely a rendszer energiájának felírásához szükséges. Elektromágneses hullámok esetén<sup>4</sup> két változó van (a két polarizációs irány), így a hullámokkal  $kT$  energia jár együtt:

A KLASSZIKUS EGYSZERŰ HARMONIKUS OSZCILLÁTOR ÁTLAGOS ENERGIÁJA  $E_{\text{átl.}} = kT$  (42-5)  
(termikus egyensúlyban lévő rendszerek esetén)

ahol  $k$  a Boltzmann-állandó,  $1,381 \times 10^{-23}$  J/K. Ha az állóhullámok számát átlagos energiájukkal megszorozzuk, akkor megkapjuk a  $\lambda$  és a  $\lambda + d\lambda$  hullámhosszintervallumba eső spektrális energiasűrűséget (joule/m<sup>3</sup> egységekben) Ez a Rayleigh és Jeans törvény.

RAYLEIGH-JEANS  $du_{\lambda} = f(\lambda, T)d\lambda = 8\pi kT\lambda^{-4}d\lambda$  (42-6)  
SUGÁRZÁSI TÖRVÉNY

ahol  $k$  a Boltzmann-állandó.

Az elmélet jól illeszkedik a nagyon nagy hullámhosszakon végzett mérésekhez, de ahogyan a 42-4 ábrán is látszik, másutt mindenütt drasztikus eltérések mutatkoznak. Ez a görbe sohasem „hajlik le” midőn a hullámhossz a nullához tart, hanem minden határon túl nő. Minthogy ez az eltérés a rövid hullámoknál volt a legjelentősebb, ezért a probléma „ultraibolya-katasztrófa” néven vált ismertté. És ez bizony a klasszikus fizika számára valóban katasztrófa is volt. A Rayleigh-Jeans-féle levezetés ugyanis a klasszikus termodinamika és a statisztikus mechanika fogalmain alapult, amikkel eddig minden más alkalmazásban sikert sikerre halmoztak. A levezetés minden lépése teljesen meggyőző, ezért rendkívüli mértékben zavarba ejtő, hogy az eredmény ennyire pontatlan. Hol van hát a gondolatmenetben a hiba?

## 42.4 Planck elmélete

1900-ban Max Planck német fizikus bukkant rá a nehézségek megoldására. Először tisztán matematikai okoskodással találta meg a megoldást, majd kiderítette, hogy az alkalmazott matematikai lépések mögött milyen fizikai folyamatok vannak. Bár olyan sugárzási törvényt talált, amely a kísérleti adatokkal fényesen egyezett, a fizikai következtetések oly meglepőek voltak, hogy éveken keresztül még ő maga sem volt hajlandó elfogadni őket, mint a „valódi világ” leírásának elemeit. A kvantumoztatás elképzelések még túl radikálisak voltak.

Planck stratégiája a következő volt. A Rayleigh-Jeans-féle levezetés fontos lépése az egyszerű harmonikus oszcillátorok átlagenergiájának meghatározása az oszcillátor által felvehető összes energiára való integrálás révén. Klasszikusan az ilyen oszcillátor (például rugóra kötött tömeg) a zérustól felfelé tetszőleges amplitúdóval rezeghet. Minthogy az energia a rezgés amplitúdójának négyzetével arányos, az oszcillátor energiája 0 és végtelen

<sup>4</sup> Az ekvipartíció tétel alkalmazható az egyszerű harmonikus mozgás falak közti oszcillációjára is. Az ilyen egyszerű oszcillátor energiája  $kT$ , mivel mind a kinetikus mind a potenciális energia leírásához egy-egy változó szükséges.

között folytonosan változva bármekkora lehet. A bajt az okozta, hogy a 0 és a  $\infty$  közti integrálásakor a folytonos eloszlású energiák miatt a függvény a  $\lambda \rightarrow 0$  esetben végtelenhez tartott. Planck elég jó matematikus volt ahhoz, hogy felismerje, ha az integrálás helyett a 0 és a  $\infty$  között diszkrét energiaértékek összegzéséről lett volna szó, akkor ennek eredményeként olyan függvény adódott volna, amely a  $\lambda \rightarrow 0$  esetében maga is zérushoz tartott volna, mint a kísérletekből ismert sugárzási görbék. Kiderült, hogy a Planck által talált görbe pontosan illeszkedett a kísérleti adatokhoz. Ez Planckot hasonló helyzetbe hozta, mint amibe az a tanuló kerül, aki a tankönyv végére lapozva megnézi a feladat eredményét, s szembekerül azzal a kérdéssel, hogy az adott tényekből hogyan lehet eljutni a megoldáshoz. Mi az a természeti tény, ami miatt a *diszkrét* energiaállapotokra való összegezés valóban a helyes eljárásnak bizonyulhat?

Planck merész lépésre szánta el magát. Feltételezte, bár ez ellentmondott minden klasszikus elméletnek, hogy az  $f$  frekvenciájú egyszerű harmonikus oszcillátor számára csak olyan energiaállapotok megengedettek, amelyekben az energia:  $0, hf, 2hf, 3hf, \dots$ , ahol  $h$  egy állandó.

#### A KVANTÁLT EGYSZERŰ HARMONIKUS OSZCILLÁTOROK MEGENGEDETT ENERGIAÁLLAPOTA,

$$E_n = nhf \quad (\text{ahol } n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (42-7)$$

Planck először az állandó értékét határozta meg abból, hogy a kísérleti adatokra illesztette a  $f(\lambda, T)$  kifejezést. A ma elfogadott értékhez igen közeli számhoz jutott:

$$\text{PLANCK-ÁLLANDÓ: } h = \begin{cases} 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \end{cases}$$

A 42-5 ábra a klasszikus és kvantumos esetekben hasonlítja össze az oszcillátor *energiaszintjeit*.

Második feltevésként Planck azt javasolta, hogy az oszcillátor csak  $\Delta E$  nagyságú energia **kvantumokat**<sup>5</sup> legyen képes elnyelni vagy kibocsátani, ahol

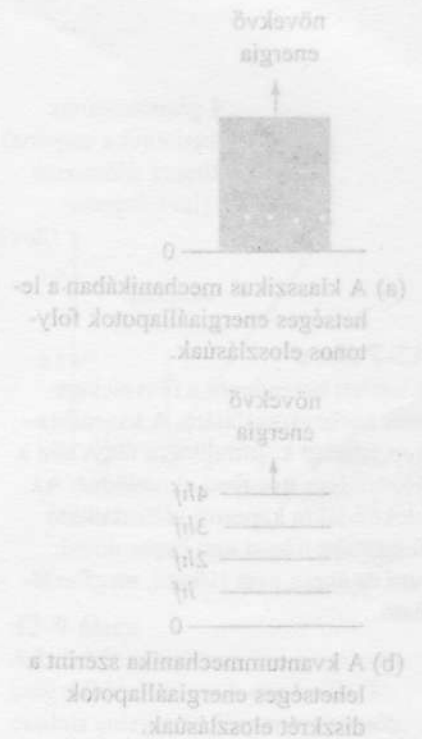
$$\Delta E = hf \quad (42-8)$$

Ezekkel a feltevésekkel Planck azt állapította meg, hogy a  $T$  hőmérsékleten termikus egyensúlyban lévő oszcillátorsokaság átlagos energiája

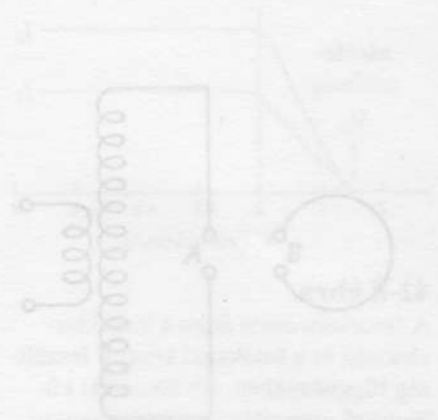
$$E_{\text{atl.}} = \frac{hf}{(e^{hf/kT} - 1)} \quad (42-9)$$

Ha az  $f$  frekvenciáról a  $\lambda$  hullámhosszra térünk át az  $f\lambda = c$  alapján, akkor a következő kifejezést kapjuk:

<sup>5</sup> A kvantum szó a latin *quantus* (mennyi, milyen sok) kifejezésből származik. Planck eredetileg azt javasolta, hogy az energiakvantumok a  $hf$  egész számú többszörösei legyenek. Később azonban Einstein és mások megmutatták, hogy csak az egyetlen  $hf$ -nyi kvantum engedhető meg.



42-5 ábra  
Az egyszerű harmonikus oszcillátor energiaszintjei. Az alap frekvencia  $f$ .

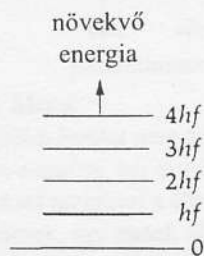


42-6 ábra  
Hogyan jellemezhető az egyszerű harmonikus oszcillátor.





- (a) A klasszikus mechanikában a lehetséges energiaállapotok folytonos eloszlásúak.



- (b) A kvantummechanika szerint a lehetséges energiaállapotok diszkrét eloszlásúak.

### 42-5 ábra

Az egyszerű harmonikus oszcillátor energiaszintjei. Az alap frekvencia  $f$ .

A KVANTÁLT EGYSZERŰ  
HARMONIKUS OSZCILLÁTOR  
ÁTLAGENERGIÁJA  
(termikus egyensúlyban lévő rendszerben)

$$E_{\text{átl.}} = \frac{\left(\frac{h \cdot c}{\lambda}\right)}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)} \quad (42-10)$$

Ez teljesen más, mint a  $E_{\text{átl.}} = kT$  klasszikus érték (lásd a (42-5) képletet). Bár, ha  $h \rightarrow 0$ , akkor ez a kifejezés a klasszikus értékre redukálódik (lásd a 42C-39 problémát!)

Ha az oszcillátoroknak ennyi az átlagos energiájuk, akkor annyi kell legyen az üregben kialakult állóhullámok átlagos energiája is (mert a falak és a sugárzás termikus egyensúlyban vannak). Ha ezt az átlagenergiát megszorozzuk az állóhullámok számával (amit Rayleigh és Jeans állapítottak meg): a  $8\pi\lambda^{-4}$  kifejezéssel, megkapjuk a Planck-féle  $f(\lambda, T)$  spektrális eloszlási függvényt. A Planck-féle spektrális eloszlási függvény az energiasűrűsége (joule/m<sup>3</sup> egységeken) az üreg sugárzásának  $\lambda$  és  $\lambda + d\lambda$  hullámhosszak közé eső részére:

PLANCK SUGÁRZÁSI TÖRVÉNYE

$$du_{\lambda} = f(\lambda, T)d\lambda = \frac{8\pi hc \lambda^{-5}}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)} d\lambda \quad (42-11)$$

Mint látható a 42-4 ábrán, a Planck-törvény csodálatosan illeszkedik az összes mérési pontra. Kis hullámhosszaknál a Planck-törvény a Wien-féle kifejezéshez közeledik, ami ott helyes eredményt adott. A Planck-törvény hosszú hullámokra a Rayleigh-Jeans-törvényhez tart, ami helyes eredmény volt a hosszú hullámok esetén. Planck tulajdonképpen sikeresen épített hidat a két klasszikus sugárzáselmélet közé. De hogy ezt megtehesse, radikálisan szakítania kellett minden addigi elképzeléssel, ami a rendszer által felvehető energiákra vonatkozott. Ha a természet ténylegesen így viselkedik, és tényleg kvantáltak a rendszer energiaállapotai, akkor vajon miért nem fedezték fel ezt már korábban? A következő példa talán magyarázatul szolgál.

### 42-2 PÉLDA

Egy 10 cm hosszú fonalra 5 g-os tömeget akasztunk és ingaként lengésbe hozzuk úgy, hogy a szélső helyzetekben a fonal  $\pm 0,1$  rad szöget zár be a függőlegessel. A súrlódás miatt a levegőben az amplitúdó fokozatosan csökken. Vajon kimutathatjuk-e az amplitúdó csökkenése során a kvantumugrásokat?

### MEGOLDÁS

A (15-21) képletből a rezgés  $f$  frekvenciája megadható:

$$f \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{0,1 \text{ m}}} = 1,58 \text{ s}^{-1}$$

Az inga összenergiája egyenlő a szélső helyzetbeli gravitációs potenciális energiával:

$$E = mg\ell(1 - \cos\theta)$$

$$E = (0,005 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,1 \text{ m})(1 - \cos 0,1) = 2,45 \times 10^{-5} \text{ J}$$

Az energia kvantumugrása



$$\Delta E = hf = (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (1,58 \text{ s}^{-1}) = 1,05 \times 10^{-33} \text{ J}$$

lenne. A  $\Delta E/E$  arány  $4,28 \times 10^{-29}$ . Ezért az energiaállapot kvantáltságának kimutatása érdekében az energiát legalább  $4 \times 10^{-29}$  relatív pontossággal kellene mérnünk, amely érzékenységi igény minden kísérleti technika teljesítőképességét felülmúlja.

Ahogy a példa is mutatja, *makroszkópikus* mechanikai rendszereknél az energiaállapotok kvantáltsága kimutathatatlan. Az energiacsere kvantáltsága általában a hétköznapi jelenségek körében észrevétlen marad, mert  $h$  igen kicsiny. Ha  $h$  nagyobb lenne, akkor környezetünkben mindenütt láthatnánk a kvantumos jelenségeket. A kvantumos jelenségek mindenütt jelen vannak, de csak *mikroszkópikus* rendszerekben, az atomok skáláján vehetők észre, ahol  $\Delta E$  az  $E$  nagyságrendjébe esik. Ennek a feltételnek a teljesülése teszi – szokatlan módon kimutathatóvá a kvantumos hatást a feketetest sugárzás esetében (nagy frekvencián). Érdekes, hogy ha a  $h \rightarrow 0$  határátmenetet képezzük, a kvantumos képletek a megfelelő klasszikus képletekbe mennek át. Tehát az új kvantummechanika általánosabb elmélet, amely a klasszikus mechanikát speciális esetként magába foglalja.

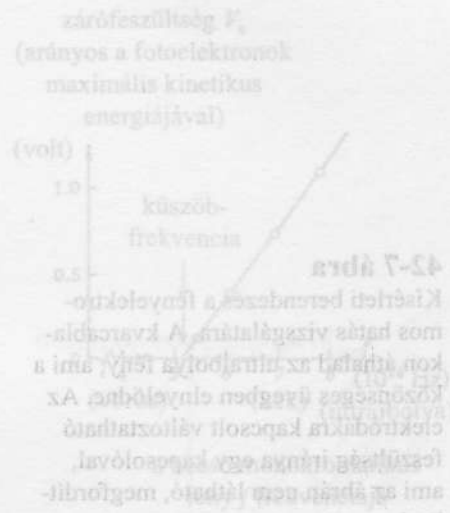
## 42.5 A fényelektromos hatás

Ma nehéz felfogni, hogy milyen nagy mértékű volt a klasszikus gondolkodással való szakítás, amit Planck működése indított el. Planck maga elszántan ellenállt annak, hogy a lehetséges energiaállapotok folytonosságát feladja. Sok időt töltött (sikertelenül) azzal, hogy az ultraibolya katasztrófa elkerülését a klasszikus fizika keretei között megoldja. Bár vonakodva, de elfogadta azt, hogy az oszcillátoroknak csak kvantált energiaállapotai lehetnek, fenntartotta azonban azt a klasszikus sugárzási elképzelést, hogy az elektromágneses hullámok nem kvantáltak. Hamarosan elszakadt azonban ez a kapcsolat is, amivel a klasszikus fizikához kötődött.

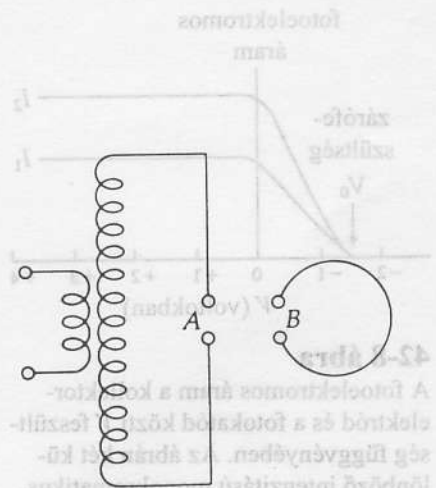
Heinrich Hertz (1887-ben) elsőként kezdett olyan vizsgálatokba, amelyek a Maxwell-egyenletek által megjósolt elektromágneses hullámok kimutatására irányultak. Indukciós tekercset (amelyet igen sok menetes szekundér tekercsével feltranszformálás céljaira használt) két kis fémgömbhöz kapcsolt – ahogyan a 42-6 ábra mutatja – az  $A$  szikraköz között oszcilláló kisülést hozott létre<sup>6</sup>. Ekkor a közelben elhelyezett kicsiny  $B$  hasítékú fémgűrűben a közön is szikra átütését várta, annak jelzéséül hogy elektromágneses energia került át  $A$ -ról  $B$ -re. Teljesen véletlenszerűen Hertz felfedezte, hogy a  $B$ -nél könnyebb kiváltani a szikrát, ha a  $B$  szikraközt ultraibolya fényel világítja meg. Thomson 10 évvel később felfedezte az elektront és akkor igazolta azt is, hogy az ultraibolya fény elősegítette, hogy az elektródákból elektronok lépjenek ki, ami könnyebbé tette a szikra kialakulását. Az elektron kilépését a fény hatására *fotoelektromos* (fényelektromos) *hatásnak* nevezik.

A 42-7 ábra mutatja azt a kísérleti berendezést, amivel a hatást vizsgálták. (Mindig monokromatikus fényt használtak.) A klasszikus hullámelmélet szerint a beeső fény elektromos erőtere energiát adhat át a fém felszínéhez közel lévő elektronoknak, ami által az elektronok a fémből ki tudnak lépni. Az elmélet szerint a fény intenzitásának növelésekor a fémből kilépő

<sup>6</sup> A kisülés frekvenciáját a gömbök kapacitása és az indukciós tekercs induktivitása szabja meg.



42-9 ábra A besző fény frekvenciája határozza meg a fotoelektronok maximális kinetikus energiáját. Bizonyos küszöb, zárófrekvencia alatt nem lépnek ki fotoelektronok, a beesési fény intenzitásától függetlenül. (Az ábra számértékei cézium-felületre vonatkoznak.)



42-6 ábra Hertz kísérleti berendezése az elektromágneses hullámok kimutatására.

növekvő energia



(a) A klasszikus mechanikában a lehetséges energiaállapotok folytonosak.

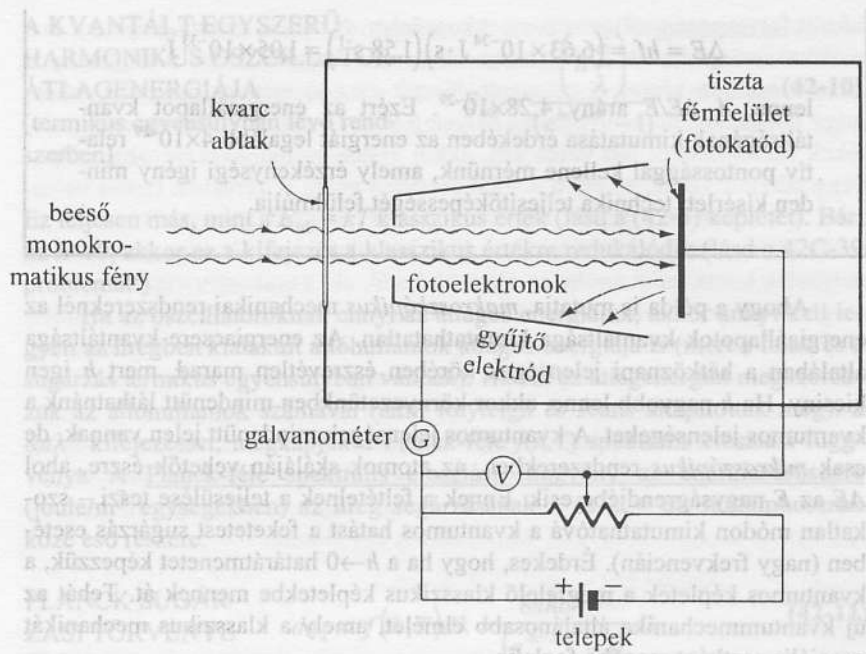
**42-7 ábra**

Kísérleti berendezés a fényelektromos hatás vizsgálatára. A kvarcablakon áthalad az ultraibolya fény, ami a közönséges üvegben elnyelődne. Az elektródákra kapcsolt változtatható feszültség iránya egy kapcsolóval, ami az ábrán nem látható, megfordítható.

(b) A kvantummechanika szerint a lehetséges energiaállapotok diszkrét eloszlásúak.

**42-5 ábra**

Az egyszerű harmonikus oszcillátor energiaszintjei. Az alap frekvencia  $f$ .



fotoelektronok mozgási energiájának növekednie kellene, a fény elektromos télerőssége növekedésének megfelelően. A fény frekvenciája e szerint nem játszhatott volna semmiféle szerepet. A klasszikus elméletből adódó mindkét következtetés ellentétben áll a tapasztalattal.

A 42-8 ábra néhány kísérleti úton felvett görbét mutat, amin a fotoáramot ábrázoljuk, amikor a beeső fény (lényegében) monokromatikus. A  $V_0$  zárófeszültség az a negatív feszültség, amit a kollektorra (gyűjtőelektródra) kell kapcsolni azért, hogy a legnagyobb energiájú elektronok mozgási energiája is potenciális energiává alakuljon, mire a kollektort eléri. Vagyis a  $V_0$  feszültség a legnagyobb mozgási energiájú fotoelektronokat is megállítja, mielőtt a kollektorhoz érnének. Fennáll tehát az

$$eV_0 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \tag{42-12}$$

összefüggés.

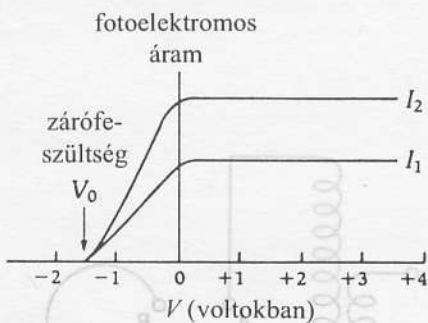
A fényelektromos hatás fenti két, a klasszikus elmélet kijelentéseinek ellentmondó tulajdonságát és egy harmadik fontos vonást az alábbi táblázatban összefoglalva adunk meg.

**Klasszikus szemlélet szerint:**

**A kísérleti tények**

- (1) Ha a fény intenzitása nő, az  $E$  elektromos télerősség nagyobb lesz. Ezzel nő az elektronra ható  $eE$  erő is, ezért a növekvő fényintenzitásnak növelnie kell az elektron mozgási energiáját.
- (2) A fény frekvenciája nem befolyásolhatja a kibocsátott

- (1) A 42-8 ábra azt mutatja, hogy a fotoelektronok maximális kinetikus energiája változatlan marad, még akkor is, ha a fény intenzitása megnő.
- (2) Ha a megvilágító fény frekvenciája csökken, elérhető



**42-8 ábra**

A fotoelektromos áram a kollektor-elektrod és a fotokatód közti  $V$  feszültség függvényében. Az ábrán két különböző intenzitású monokromatikus fényre vonatkozó görbe látható. A  $V_0$  küszöbfeszültség mindkét esetben ugyanakkora.

<sup>7</sup> A kilépő fotoelektronok energiaspektruma zérustól a (42-12) képlettel megadott maximális értékig terjed. Feltehetőleg sok elektron a felület alatti tartományból, különböző mélységből származik. Ezek energiájuk egy részét arra fordítják, hogy keresztülhaladjanak a fémrácson és az összetartó erők vonzását leküzdjék.

fotoelektron kinetikus energiáját. Ez az energia csak az elektromos térerősség amplitúdójának hatására változhat meg.

- (3) Tegyük fel, hogy a fémfelület egyetlen elektronja kb. atomnyi méretű effektív „céltárgyterület”-re eső energiát képes abszorbeálni. Ekkor igen halvány (gyenge) fénnel való megvilágítás esetén hosszabb időre lenne szükség ahhoz, hogy egy elektron a kilépéséhez szükséges energiát megszerezze.

egy küszöbfrekvencia, mely alatt, tekintet nélkül a fény intenzitására (lásd a 42-9 ábrát), nem jelenik meg fotoelektron.

- (3) Nem figyeltek meg értékelhető késési időt (bár azt igen, hogy a *halványabb* fény kevesebb *fotoelektront* vált ki). A késési idő felső határa kisebbnek bizonyult, mint  $10^{-9}$  s a tényleges késési idő bizonyára még ennél is sokkal kisebb.

Világos, hogy a klasszikus fogalmakkal a folyamat helyes leírása egyszerűen lehetetlen. Az alábbi példa a hiányosságok egyikét illusztrálja.

### 42-3 PÉLDA

Cézium-felület 2 m távolságban van az  $1 \mu\text{W}$  teljesítményű pontszerű fényforrástól. A fényforrás minden irányban egyenletesen sugároz. A cézium-felület merőlegesen áll a beeső fény irányára. Tegyük fel, hogy egyetlen elektron egy atom kör alakú területére eső energiát képes elnyelni. (Az atom sugara kb  $10^{-10}$  m.) Az elektronnak a felszínről való kilépéséhez minimum  $2,14 \text{ eV}$  energia szükséges. Becsüljük meg, hogy mennyi időre van szüksége az elektronnak a klasszikus elmélet szerint, hogy ezt az energiát elnyelje.

### MEGOLDÁS

Az effektív céltárgy területe  $\pi r^2 \approx 3 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ . A klasszikus elmélet szerint a pontforrásból az energia gömbalakú hullámfronton egyenletes eloszlásban érkezik. Ezért a cézium-felületen a teljesítménysűrűség (teljesítmény/négyzetméter)

$$\frac{P}{4\pi R^2} = \frac{10^{-6} \text{ W}}{16\pi \text{ m}^2} \approx 2 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Egy atom területére ebből

$$\left(2 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) (3 \times 10^{-20} \text{ m}^2) = 6 \times 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

jut.

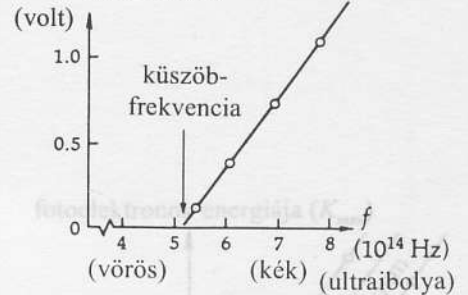
A kilépéshez legalább

$$(2,14 \text{ eV}) \left( \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 3,42 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Átszámítási arány

energia szükséges, ennek elnyeléséhez viszont

zárófeszültség  $V_0$   
(arányos a fotoelektronok  
maximális kinetikus  
energiájával)



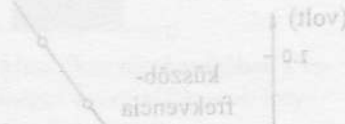
a beeső monokromatikus  
fény  $f$  frekvenciája

### 42-9 ábra

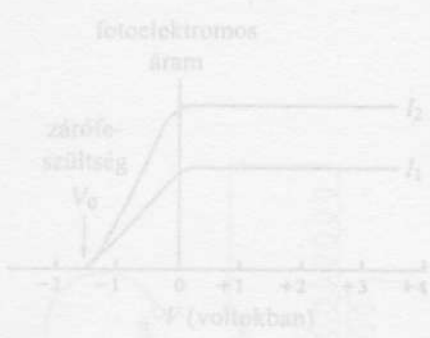
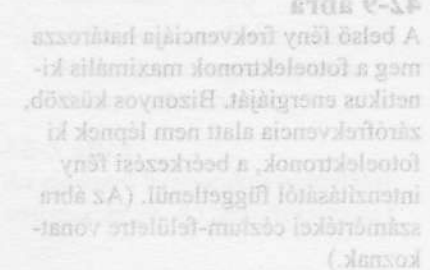
A belső fény frekvenciája határozza meg a fotoelektronok maximális kinetikus energiáját. Bizonyos küszöb, zárófrekvencia alatt nem lépnek ki fotoelektronok, a beérkező fény intenzitásától függetlenül. (Az ábra számértékei cézium-felületre vonatkoznak.)



42-7 ábra  
Kísérleti berendezés a fényelektromos hatás vizsgálatára. A kvantummechanika alapvető kísérletének egyik példája. Az elektronok energiáját a katódsugárzó segítségével mérjük meg. A katódsugárzókat az elektronok energiájával (vagyis a katódsugárzó katódjának potenciáljával) mérjük meg.



42-9 ábra  
A fény frekvenciája határozza meg a fotoelektronok maximális kinetikus energiáját. Hasonyos kísérletet végeztek a fotoelektronok a bekezdési fény intenzitásáról függően. (Az ábrán számértékek csak a felületre vonatkoznak.)



42-8 ábra  
A fotoelektromos áram a katódelektrodától és a fotoelektrodáig terjedő fényerő függvényében. Az ábrán két különböző intenzitású monokromatikus fényre vonatkozó görbe látható. A V\_0 küszöbpotenciál mindkét esetben ugyanakkora.

$$t = \frac{3,42 \times 10^{-19} \text{ J}}{6 \times 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{s}}} = 5,71 \times 10^8 \text{ s}$$

idő kell. Ez kb 18 év! Mégis, a kísérletek tanúsága szerint, az esetleges késési idő felső határa kevesebb, mint  $10^{-9}$  s. Ez  $10^{17}$ -s tényezőben tér el a tapasztalattól.

Az elektromágneses elmélet kézenfekvő érveléssel szolgál arra, hogy egy elektron nagyobb, kb.  $\lambda^2$  céltárgy-területről tud energiát elnyelni, ahol  $\lambda$  a beeső sugárzás hullámhossza. A látható fény esetében ( $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ ) ez kb.  $10^8$ -os szorzóval javít az eredményen, de egy kb.  $10^9$ -es szorzó még így is indokolatlan marad. Nem sok olyan kísérletet ismerünk, amely az elmélettől ennyire eltér!

1905-ben Einstein<sup>8</sup> a fényelektromos jelenség dilemmájára megoldást javasolt. Bár Planck húzódozott annak a lehetőségnek elfogadásától, hogy az elektromágneses hullámok kvantáltak, Einstein észrevette, hogy ha feltételezzük, hogy a sugárzás is jól lokalizált „csomagokban”, vagy „kvantumokban” (ezeket nevezzük **fotonnak**) van jelen, akkor a fényelektromos hatásra egyszerű magyarázat kínálkozik. Einstein a következő javaslattal állt elő:

**EINSTEIN FELTEVÉSE A SUGÁRZÁS KVANTÁLTSÁGÁRÓL**

Az  $f$  frekvenciájú sugárzás emissziója és abszorpciója mindig kvantumok (fotonok) formájában történik, amelyek energiája  $E = hf$ . A foton a térben lokalizált és a forrástól  $c$  sebességgel távolodik.

Ha a fotonok lokalizáltak maradnak, akkor Einstein érvelése szerint a fényelektromos folyamatban a foton egyetlen elektronnak kell elnyelnie. Miatán így az elektron  $hf$  nagyságú energiára tett szert, ennek egy része fedezheti a fém felületéről való kilépés energiaszükségletét, míg a maradék mozgási energia formájában tárolódik. A fémfelületről való kilépéshez szükséges **minimális energia a  $W_0$  kilépési munka**. (A fémekre ez jellegzetesen 2 és 6 eV közé eső érték. A látható fény fotonjainak energiája kb. 2 eV a vörös és kb. 3 eV a kék tájékán. Ez az oka annak, hogy egyes anyagokon a fényelektromos hatást csak az ultraibolya fény nagyobb energiájú fotonjai képesek kiváltani.)

Az energia megmaradásának tételét alkalmazva a folyamatra, Einstein azt mondta, hogy az elektron  $K_{\max}$  legnagyobb kinetikus energiája és a foton  $hf$  energiája között a következő összefüggés áll fenn:

**EINSTEIN FÉNYELEKTROMOS EGYENLETE**

$$hf = K_{\max} + w_0 \tag{42-13}$$

<sup>8</sup> Ez az esztendő hihetetlen év volt a fiatal Einstein számára. Az Annalen der Physik 1905. évi 17. kötete közölte a speciális relativitásról szóló forradalmi dolgozatát, egy értekezést a Brown-mozgásról, ami lehetővé tette Perrin számára az Avogadro-szám mérését, és a fotoelektromos hatásról szóló említett cikket. Egyébként ez utóbbi alapján nyerte el Einstein a Nobel-díjat 1921-ben. (Lásd a 43. fejezet végén a kvantumelmélet fejlődését bemutató kronológiai összeállítást.)

Ez az egyszerű elgondolás azonnal megmagyarázta a fényelektromos hatás fentebb már említett három zavarba ejtő tulajdonságát:

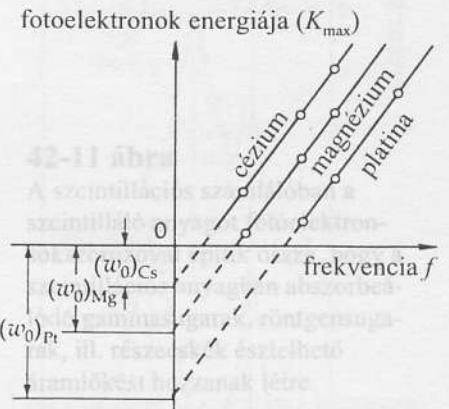
- (1) Minthogy  $K_{\max}$  csak a fény frekvenciájától, és nem a fény intenzitásától függ, a halvány fényre is ugyanakkora a küszöbfeszültség, mint erős fény esetén, (lásd 42-7 ábrát).
- (2) Egyes anyagoknál a foton energiája adott frekvencián kisebb is lehet, mint a kilépési munka értéke. Ezért van egy küszöbfrekvencia, amelynél kisebb frekvenciájú fotonnal nem lehet a fotoelektromos hatást kiváltani.
- (3) Minthogy a foton a térben lokalizált (nem pedig egy hullámfront mentén egyenletesen eloszló), az elektron a foton energiáját egyetlen lépésben át tudja venni, ezáltal az elektron tetszőleges halvány fény esetén is elhanyagolható időközéssel lökődik ki a fémből (persze a kilépő fotoelektronok száma függ a fény intenzitásától).

A kísérlettel való szoros egyezés, a feketetest sugárzásától merőben eltérő területen, nagymértékben hozzájárult a foton létének elfogadtatásához. Mégis – mint az alábbiakban látni fogjuk – e tényt elég nehéz volt lenyelni.

A fényelektromos kísérletek a fontos információk egész sorát szolgáltatják. Így például, ha a (42-12) és a (42-13) képleteket összevetjük, adódik, hogy

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right)f - \left(\frac{w_0}{e}\right) \quad (42-14)$$

Ez lineáris függvénykapcsolatot jelent a  $V_0$  zárófeszültség és az  $f$  frekvencia között (lásd a 42-10 ábrát). Az egyenes iránytangense  $h/e$ , ami új kísérleti lehetőséget kínál a  $h$  Planck-állandó meghatározására. Az így kapott értékek megegyeznek azokkal, amelyeket teljesen eltérő módon, a fekete-test-sugárzás alapján mértek meg. Igen megnagyító, hogy az átfogó és egységes elképzelést ennyire különböző területekről származó bizonyítékok erősítik meg. A (42-14) képlet egy másik tulajdonsága a 42-10 ábrán látható. Az egyenes vonal metszéspontja a vízszintes tengelyen a küszöbfrekvenciát tűzi ki, míg a függőleges tengelyen a kilépési munkát.



42-10 ábra

A különböző anyagoknál megmért fotoelektromos adatok egy-egy egyenesen helyezkednek el, amelyek iránytangense  $h/e$ . Ezek az egyenesek a vízszintes tengelyt a küszöbfrekvenciánál, a függőleges tengelyt a kilépési munkánál metszik.

#### 42-4 PÉLDA

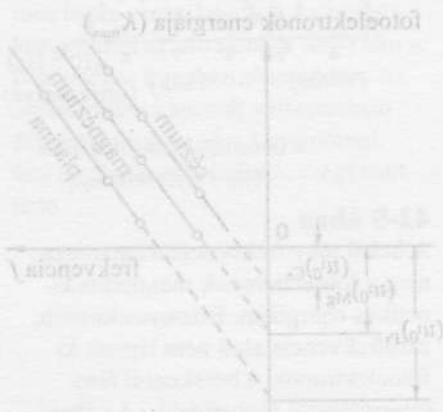
Az  $1 \mu W$  teljesítményű lámpa – amiről a 42-3 példában beszéltünk – csak monokromatikus fényt sugároz, amelynek hullámhossza  $\lambda = 500 \text{ nm}$ . (a) Adjuk meg a forrástól  $R = 2 \text{ m}$  távolságban elhelyezett kör alakú,  $1 \text{ cm}$  átmérőjű céltárgyra merőlegesen  $1 \text{ s}$  alatt beeső fotonok számát. (b) Adjuk meg a fotoelektronok maximális kinetikus energiáját (elektronvoltokban). (c) Adjuk meg a cézium esetére a küszöbfrekvenciát.

#### MEGOLDÁS

(a) A fényforrás teljesítményének az a hányada, amely a kör alakú céltárgyra esik, ( $r = 5 \text{ mm}$ )  $2 \text{ m}$  távolságban:

$$\frac{\pi r^2}{4\pi R^2} = \frac{\pi (0,005 \text{ m})^2}{4\pi (2 \text{ m})^2} = 1,56 \times 10^{-6}$$

A céltárgyra eső teljesítmény tehát



42-10 ábra

A különböző anyagoknál mért fotóelektronok energiáját egy-egy anyag esetén behúzódnak el, amelyek irányítgatása vé. Ezek az egyenesek a vízszintes tengelyt a küszöbfrekvenciánál, a függőleges tengelyt a kilépési munkánál metszik.

$$\left(1 \times 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{s}}\right) \left(1,56 \times 10^{-6}\right) = 1,56 \times 10^{-12} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Mindenegyenes foton energiája ugyanakkora:

$$hf = h \left(\frac{c}{\lambda}\right) = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})}{550 \times 10^{-9} \text{ m}} = 3,62 \times 10^{-19} \text{ J}$$

A másodpercenként a céltárgyra eső fotonok száma ezért

$$\frac{\left(1,56 \times 10^{-12} \frac{\text{J}}{\text{s}}\right)}{3,62 \times 10^{-19} \text{ J}} = 4,33 \times 10^6 \frac{\text{foton}}{\text{másodperc}}$$

(b) A foton energiája elektronvoltokban:

$$\left(3,62 \times 10^{-19} \text{ J}\right) \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}\right) = 2,26 \text{ eV}$$

Átszámítási tényező

A  $w_0$  kilépési munka a cézium esetén (a 42-3 példából) 2,14 eV. A fotóelektronok  $K_{\text{max}}$  maximális kinetikus energiáját a (42-13) képlet adja:

$$hf = K_{\text{max}} + W_0$$

Ezt a  $K_{\text{max}}$ -ra megoldva:  $K_{\text{max}} = hf - W_0$

$$= 2,26 \text{ eV} - 2,14 \text{ eV} = 0,120 \text{ eV}$$

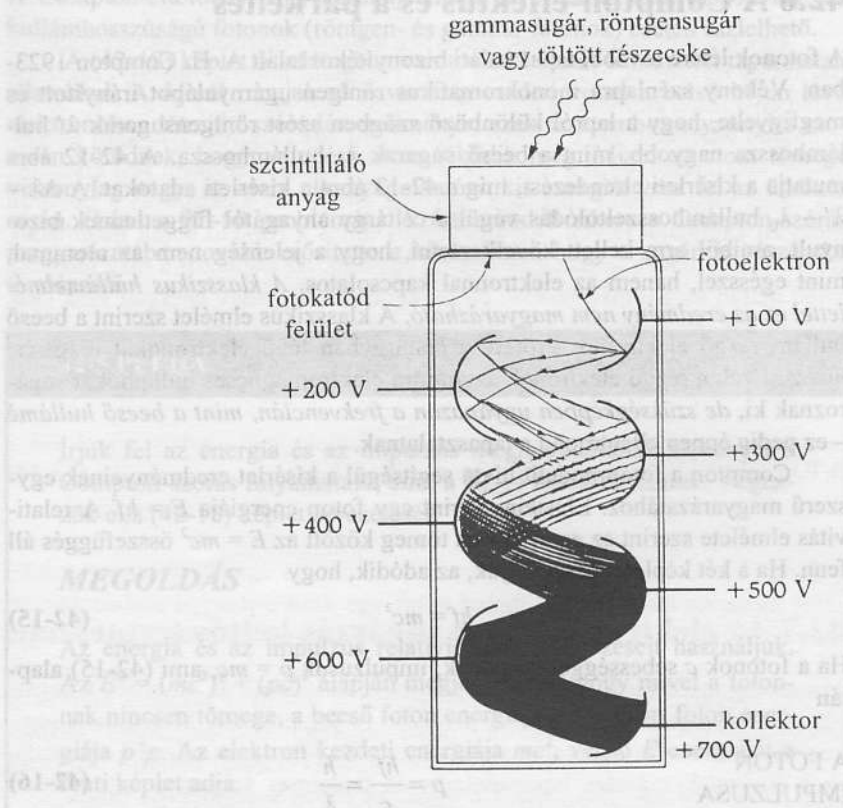
(c) Az  $f_k$  küszöbfrekvencián a foton energiája  $hf_k (= hc/\lambda_k)$  egyenlő a  $w_0$  kilépési munkával. Ezt  $\lambda$ -ra megoldva és a számértékeket behelyettesítve adódik, hogy:

$$\lambda_k = \frac{hc}{W_0} = \frac{(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s})}{2,14 \text{ eV}} = 5,80 \times 10^{-7} \text{ m} = 580 \text{ nm}$$

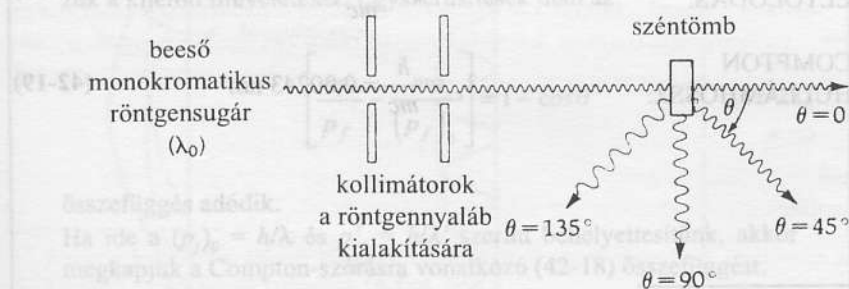
Ez a színkép narancssárga-sárga szakaszára esik, ezért a látható fény rövidebb hullámhosszú (zöld-kék) részéből származó fotonok hatására a céziumból fotóelektronok lépnek ki.

A fényelektromos hatásnak sok gyakorlati alkalmazása van. A fényképezésben használatos fénymérőkben a beeső fény hatására létrejövő fotoáram alapján választjuk ki a megfelelő megvilágítási időt. A *fotocella* az az „elektromos szem”, amely az ajtókat kinyitja vagy megszólaltatja a riasztót, amikor egy fénysugár útját elvágja valami. De ezt használhatják arra is, hogy lyukkártyán vagy lyukasztott papírszalagon a lyukak helyét letapogassa. A magfizikában széles körben alkalmazzák a *szcintillációs számlálókat* (lásd a 42-11 ábrát). Egy sajátos detektor fajtában olyan anyagokat alkalmaznak, amelyek parányi fényfelvillanásokkal, szcintillációkkal reagálnak fotonokra vagy töltött részecskékre. A felvillanás fénye *fotokatód-felületre* esik, amely-





ből fotoelektronok lépnek ki és egymás utáni elektródokba ütköznek. Ha az ütközés sebessége elég nagy, az első elektródra eső elektron egy vagy több elektront vált ki, s ezáltal az elektronok száma megsokszorozódik; ez az szekundér-emisszióknak nevezett folyamat. A tipikus sokszorozási tényező 2–5, vagy esetleg több is lehet. Egy 10 elektródás, 4-es sokszorozási tényezőjű fotoelektronsokszorozóban (a magyar szabványban is használatos az angol photomultiplier kifejezés), a kezdeti egyetlen elektronnal kiváltott láncfolyamat végén  $4^{10} \sim 10^6$  elektron ütközik a kollektor (gyűjtő) elektródába, ami már elegendő nagy elektromos impulzust jelent ahhoz, hogy elektronikusan könnyen fel lehessen erősíteni. Sok fotoelektronsokszorozó esetén az erősítés  $10^9$  vagy még annál nagyobb is lehet.



42-11 ábra

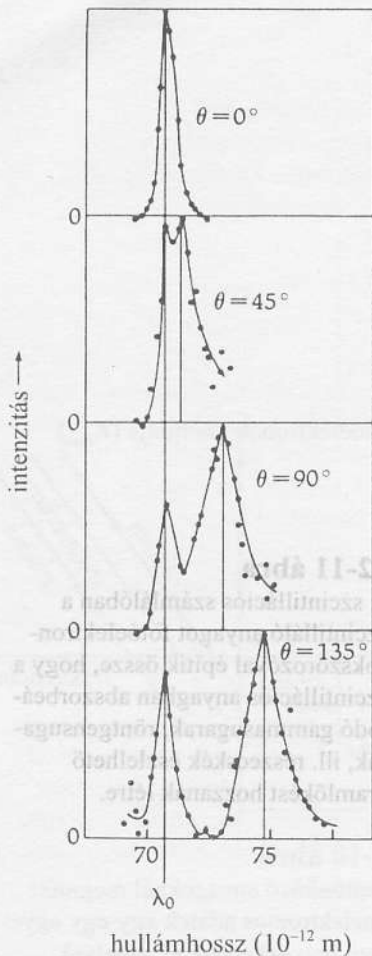
A szcintillációs számlálóban a szcintilláló anyagot fotoelektronsokszorozóval építik össze, hogy a szcintillációs anyagban abszorbeálódó gamma-sugarak, röntgensugarak, ill. részecskék észlelhető áramlökést hozzanak létre.

42-14 ábra

A Compton-összeállítás során a foton energiájának egy részét az elektron mozgási energiájára fordítja, így a foton energiája csökken, ami azt jelenti, hogy a foton hullámhossza megnövekszik. A Compton-összeállítás során a foton energiájának egy részét az elektron mozgási energiájára fordítja, így a foton energiája csökken, ami azt jelenti, hogy a foton hullámhossza megnövekszik.

42-12 ábra

A különböző szögben szórt röntgensugarak hullámhossza ( $\lambda'$ ) nagyobb, mint a beeső sugárzás  $\lambda_0$  hullámhossza.



42-13 ábra

A Compton-szórás kísérleti adatai. A különböző szögekben szórt röntgensugárnyalábok intenzitását a hullámhossz függvényében ábrázoljuk. A  $\lambda_0$ -nál megjelenő csúcs az atomon, mint egészen való szórásból származik. Ha a (42-18) képletben az atomtömeget használjuk az elektrontömeg helyett, akkor mindössze  $10^{-16}$  m hullámhosszeltolódás adódik, ami ezen a méretskálán elhanyagolható.

## 42.6 A Compton-effektus és a párkeltés

A fotonok léteére további tapasztalati bizonyítékot talált A. H. Compton 1923-ban. Vékony szénlapra monokromatikus röntgensugárnyalábot irányított és megfigyelte, hogy a lapról különböző szögben szórt röntgensugarak  $\lambda'$  hullámhossza nagyobb, mint a beeső sugarak  $\lambda_0$  hullámhossza. A 42-12 ábra mutatja a kísérleti elrendezést, míg a 42-13 ábra a kísérleti adatokat. A  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0$  hullámhosszeltolódás végül a céltárgy anyagától függetlenül bizonyult, amiből arra kellett következtetni, hogy a jelenség nem az atommal, mint egészsel, hanem az elektronnal kapcsolatos. *A klasszikus hullámelmélettel ez az eredmény nem magyarázható.* A klasszikus elmélet szerint a beeső hullám rezgő elektromos erőtere a céltárgyban lévő elektronokat rezgésbe hozza. Ezek a rezgő elektronok aztán újra elektromágneses hullámokat sugároznak ki, *de szükségképpen ugyanazon a frekvencián, mint a beeső hullám* – ez pedig éppen ellentmond a tapasztalatnak.

Compton a fotonmodellt hívta segítségül a kísérlet eredményeinek egyszerű magyarázatához. Einstein szerint egy foton energiája  $E = hf$ . A relativitás elmélete szerint az energia és a tömeg között az  $E = mc^2$  összefüggés áll fenn. Ha a két képletet összevetjük, az adódik, hogy

$$hf = mc^2 \quad (42-15)$$

Ha a fotonok  $c$  sebességgel terjednek, impulzusuk  $p = mc$ , ami (42-15) alapján

$$\text{A FOTON IMPULZUSA} \quad p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (42-16)$$

Meg kell jegyezni, hogy bár a fotonoknak van impulzusuk, *tömegük azonban zérus.* Ez az  $E$  energia és a  $p$  impulzus közti relativisztikus összefüggésből is látható (41. fejezet (41-22) képlet).

$$E^2 = c^2 p^2 + (mc^2)^2 \quad (42-17)$$

Mínt hogy a foton impulzusa  $p = hf/c = E/c$ , világos, hogy a (42-17) képletben a tömeget tartalmazó tag zérus.

Compton a kölcsönhatást a beeső foton és a (lényegében) *szabad* elektron<sup>9</sup> közötti biliárdgolyó-típusú ütközésnek tekintette. A 42-14 ábra vázolja fel a folyamatot. Az ütközésre mind az energia, mind az impulzus megmaradás törvénye alkalmazható. Mínt hogy a szórt elektron mozgási energiához jut, a szórt foton energiájának valamivel kisebbnek kell lenni, mint a beeső fotoné. A relativisztikus energia- és impulzus-megmaradási törvényeket alkalmazva Compton a következő hullámhosszeltolódást vezette le:

$$\text{COMPTON ELTOLÓDÁS:} \quad \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \quad (42-18)$$

$$\text{COMPTON HULLÁMHOSSZ:} \quad \lambda_c \equiv \frac{h}{mc} = 0,00243 \text{ nm} \quad (42-19)$$

<sup>9</sup> A nyugalmi tömeg zérus (a fordító megj.)

<sup>9</sup> Azok a kötések, amelyek a külső elektronokat az atomok kötelékében tartják, mindössze néhány elektronvolt energiájúak. A Compton által használt röntgensugarak energiája ennek néhány ezerszerese, s emiatt a beeső röntgenfotonokkal való kölcsönhatás szempontjából ezek az elektronok lényegében szabadoknak tekinthetők.





### A párkeltés

Egy további kölcsönhatás, amelyben a foton részecskéként viselkedik, a **párikeltés** folyamata. Ha elegendő nagy energiájú foton atommag közelében halad el, a foton eltűnhet és *elektron-positron-pár* kelthet,  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ . A pár nyugalmi energiája:  $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$  (ami egy elektron nyugalmi energiájának kétszerese), tehát a fotonnak legalább ekkora energiával kell érkeznie. Ha ennél több a foton energiája, akkor a többlet az elektron és a pozitron mozgási energiáját növeli. Az elektromos töltés a reakció során megmarad, mert a pár tagjainak töltése ellentétesen egyenlő. Az impulzus a mag jelenléte miatt marad meg (ami általában elhanyagolható nagyságú energiát vesz csak fel). A 42C-49 probléma tárgyalása mutatja, hogy a *párikeltés nem mehet végbe az üres térben*, mert ott sem az energia, sem az impulzus megmaradása nem teljesülhet.

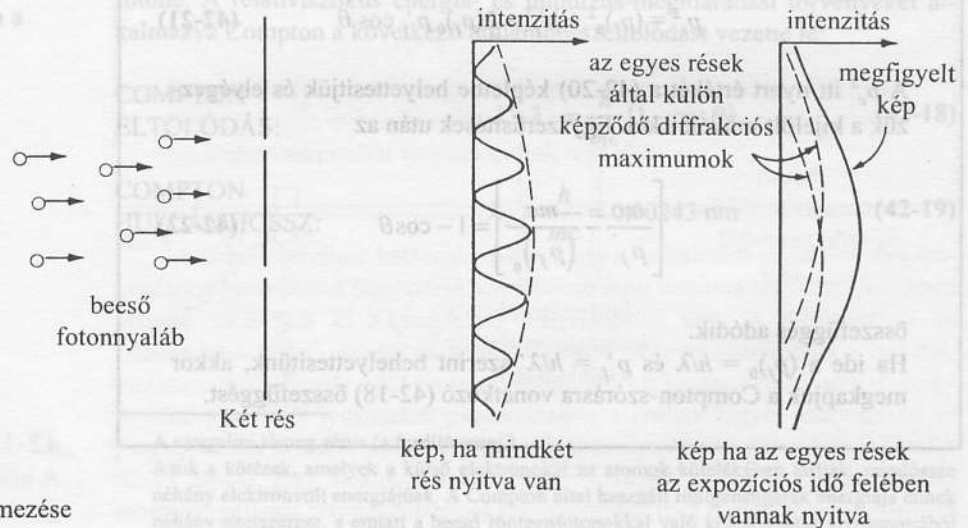
A PÁRKELTÉS  $hf = 2m_e c^2 + K_1 + K_2$  (42-23)

### 42.7 Az elektromágneses sugárzás kettős természete

Mindaddig azokat a kísérleti bizonyítékokat tekintettük át, amelyek a sugárzás részecske-természete mellett szólnak. A fotonmodell kétségkívül logikusnak és közvetlenül alkalmazhatónak látszik. Mindezek ellenére elfogadása a fizikusok számára hosszadalmas és fájdalmas folyamat volt. Robert Millikan ismert amerikai fizikus így fejezte ki aggályait (1916-ban):

*„Életemből 10 esztendőt töltöttem el azzal, hogy Einstein 1905-ben közölt egyenletét ellenőrizzem, és minden várakozással ellentétben, 1915-ben arra kényszerültem, hogy szilárd kísérleti igazolásáról számoljak be, annak ellenére, hogy ez valószínűtlennek tűnt, mert úgy látszott, hogy mindannak ellentmond, amit a fény interferenciájáról megtanultunk.”*

Ennek a vonakodásnak az oka a következő. Minden interferencia – és elhajlási jelenség bőségesen ad bizonyítékot arra, hogy a sugárzás *hullám* jellegű. Felvetődik, hogy ha elfogadjuk a foton-modellt, akkor értelmezni tudjuk-e a két-réses interferencia-kísérleteket ezzel a modellel? Emlékezzünk arra, hogy a világos és a sötét csíkokat két koherens hullám interferenciájának követ-



42-15 ábra

A kétréses interferencia értelmezése fotonokkal.

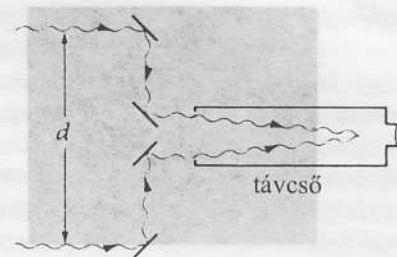
kezményeként értelmeztük, ahol a hullámok a résekből indultak ki. De mi történik, ha azt tételezzük fel, hogy a beeső fény *fotonok* áramlása?

Először is a fényintenzitás-eloszlást az ernyőn a különböző helyekre érkező fotonok számával hozhatjuk kapcsolatba. Minden egyes foton beérkezése *lokalizált*, „pontoszerű” esemény, feltehetőleg az, hogy a foton a fotoemulzió egy ezüst-bromid molekulájából kilök egy elektront s emiatt az előhíváskor a filmen egy ezüst szemcse jelenik meg. Ha a foton valóban olyan lokalizált részecske, ami elég kicsiny egy elektronnal való kölcsönhatáshoz, akkor bizonyára egyszerre csak egy résen tud áthaladni. Ezért aztán egyáltalán nem befolyásolhatná az eredményt, ha az egyik rést akár az expozíciós idő fele alatt zárva tartanánk, majd amikor kinyitjuk, akkor a másik rést záránk be. *Ha azonban elvégezzük ezt a kísérletet, akkor nem a kétréses interferencia-képet kapjuk.* Ahogyan a 42-15 ábra mutatja, az észlelt kép éppen a két egyréses elhajlás szuperpozíciója lesz. (Mintha a két rés külön-külön lenne nyitva.) Úgy tűnik, bármennyire is lokalizált részecske a foton, mégis érzékeli, hogy mindkét rés nyitva van-e vagy sem.

Hogyan hozhatnak létre a fotonok interferenciát? Áthaladhat-e az egyik résen egy foton, és interferálhat-e a másikon áthaladó fotonnal? Nem! Kísérleteket végeztek gyenge intenzitású fénnel, amelyben biztosították, hogy a berendezésben egyszerre csak egy foton haladt át a forrástól az ernyő felé. Egyszer megtörtént az, hogy a kísérletező egy interferencia-kísérletben elindította a mérést, majd néhány hónapra vitorlástúrára ment. Amikor visszatérte után előhívta a filmet, a szokásos kétréses interferenciaképet találta, jóllehet, egyszerre csak egyetlen foton tartózkodhatott a berendezésben! **Eszerint: minden foton csak saját magával interferál.**<sup>10</sup>

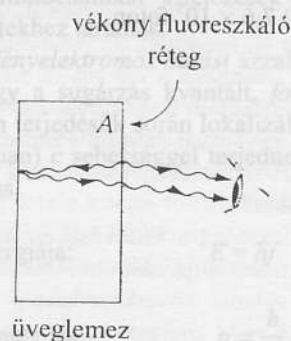
Vajon következik-e ebből az, hogy a foton „szét van kenődve”, úgy, hogy mindkét résen egyszerre tud áthaladni? Ezt nehéz elképzelni, ha az ún. csillag-interferométerre gondolunk, amit a 42-16 ábra mutat be. Ez a berendezés lényegében kétréses készülék, ahol a rések távolsága elérheti a 10 m-t. Ahhoz, hogy a szokásos interferenciaképet megkapjuk, egyszerre mindkét résnek nyitva kell lennie. De, amellet, hogy azt képzeljük, hogy a foton annyira szét van kenődve, hogy mindkét résen egyszerre hatol át, azt is figyelembe kell vennünk, hogy a foton – amennyiben éppen egy fotoelektromos folyamatról lenne szó – összes energiáját egyetlen elektronnak is át kell hogy tudja adni. A két elképzelés nyilván inkonzisztens. Súlyos nehézségekbe ütközünk, ha a fotont térben kiterjedt valaminek próbáljuk elképzelni. A 42-17 ábra egy másik olyan kísérletet mutat be, amely a fotonmodell alkalmazásával nem magyarázható meg.

A fotonok viselkedését ilyen kísérletekben csak valószínűségi alapokon lehet megérteni. Nem tudjuk megmondani azt, hogy egy kiszemelt foton hol éri el az ernyőt, de megadhatjuk a nagy számú foton ütközésekor létrejövő statisztikus eloszlást. A megfigyelt eloszlás ugyanaz lesz, mint amit a fény hullámelméletéből az intenzitás eloszlására kiszámíthatunk. Itt fontos új vonása bontakozik ki annak a szemléletmódnak, ahogyan a fényről gondolkodhatunk, s amit a következő fejezetben bővebben is kifejtünk. *Annak a valószínűsége, hogy egy foton egy adott helyen előfordul, arányos a fényhullám intenzitásával azon a helyen.*



42-16 ábra

Michelson-féle csillag (vagy stellár) interferométer. A  $45^\circ$ -ban beállított tükrök a távoli csillagokról érkező fényt egy távcsőbe irányítják, ahol interferencia-effektusok jelennek meg. A csillag-interferométer lényegében kétréses berendezés, amelyben a rések  $d$  távolsága akár a 10 m-t is elérheti.



42-17 ábra

Üveglemez egyik falára fluoreszkáló anyagból vékony réteget hordtak fel, amely – ha ultraibolya fénnel világítják meg – világít. Vizsgáljuk egy, az A pontban lévő egyedülálló atom fényét. (A koherencia követelmények miatt, az egyes atomok által kibocsátott fény csak önmagával interferálhat, nem pedig más atomoktól származó fénnel.) A fénynek az a része, amely az üveglemez hátsó oldaláról verődik vissza, interferál a közvetlenül a megfigyelő felé haladó fénnel, ezáltal a megfigyelő fényes és sötét gyűrűk mintázatát látja, amely hasonlít a Newton-gyűrűkéhez (lásd 38-17 ábra). Ez az effektus könnyen érthető a gömbi alakú hullámfrontok fogalmával. A gömbi alakú hullámfrontok az atom-tól kifelé tágulva terjednek és találkozáskor interferálhatnak, ami az interferencia-mintázat kialakulásához vezet. De a foton-modell szerint az atom egyetlen fotonot bocsát ki. Vajon ez a foton egyszerre két irányban indul kifelé? Ebben a kísérletben a foton-fogalomban való gondolkodás nyilvánvalóan nehézségekhez vezet.”

\* Ezeket a kísérleteket először Jánonsay Lajos és munkatársai végezték el Budapesten a Központi Fizikai Kutató Intézetben. (A ford. megj.)

<sup>10</sup> A foton-foton-kölcsönhatások bizonyos körülmények között valóban végbemennek, de rendkívül ritkák és az itt leírtak szempontjából nincsen jelentőségük.

<sup>11</sup> Ezt a kísérletet Selényi Pál magyar fizikus végezte el az Einstein-féle ún. „tűsugárzás” elmélet ellenőrzésére. Az interferencia létezése cáfolta az Einstein által javasolt elméletet. (a fordító megjegyzése)



(a)  $3 \times 10^4$  foton(b)  $1,2 \times 10^4$  foton(c)  $9,3 \times 10^4$  foton(d)  $7,6 \times 10^5$  foton(e)  $3,6 \times 10^6$  foton(f)  $2,8 \times 10^7$  foton

### 42-18 ábra

Egy teljes kép létrehozásához nagyon sok foton szükséges. A képalkotásban szereplő fotonok számát feltüntettük az egyes képek alatt.

A fényjelenségek értelmezése során a „kettős gondolkodás” mesterévé kell válnunk. Bizonyos kísérleteknél a fény hullám-modellje enged betekintést a történebe, míg a kísérletek egy másik osztályában csak a részecske-modellnek van értelme. De létezik-e jótanács arra vonatkozóan, hogy mikor melyik modellt kell választani? Egy lehetőség a következő. Ha a berendezés jellegzetes méretei (rés-szélesség, apertúra, stb.) a  $\lambda$  hullámhossz nagyságrendjébe esnek, akkor a sugárzás hullámtermészete általában fontosabb az interferencia és az elhajlás miatt. Másrészt viszont, ha a jellegzetes méretek sokkal nagyobbak a  $\lambda$ -nál, (mint a 36. és 37. fejezetben a *Geometriai optikában* is láttuk) általában nem érdekesek a hullámtulajdonságok és így feltehetjük, hogy a fénysugarak nem hajlanak el a széleknél és egyenes vonalban terjednek – mint (ha úgy tetszik) a *részecskék*. A választás egy másik kulcsa abban rejlik, hogy ha a foton energiája és impulzusa összemérhető a rendszer más energiáival és impulzusaival, akkor a fotonokat is részecskékként kell kezelni (mint ahogyan pl. a fotoelektromos hatáskor és Compton-effektus esetében tettük). Mindezek azonban csak közelítő ökölszabályként használható megfontolások. Gondosan kell eljárunk; például a csillag-interferométernél, úgy gondolkodunk, hogy *hullámok* haladnak át a berendezésen, de a fényképezőlemezre *fotonok* érkeznek.

A fizika fejlődésének ezen a szintjén (az 1900-as évek elején) úgy látszott, hogy a fény tudathasadásos jelenség. De még ma is, az alkalmazások legnagyobb részében a fényt  *vagy részecskékként, vagy hullámként* kezeljük. Egy lényeges tény azonban meg kell jegyeznünk. *Valahányszor a fényt kísérletileg kimutatjuk, az mindig részecskejellegű kölcsönhatással, és nem hullámjellegűvel jár.* A hullámmodellre azért van szükségünk, hogy megértsük az interferencia és az elhajlás jelenségeit, *fizikailag azonban sohasem detektáljuk a fényt azokban a régiókban, ahol hullámként kezeljük.* Ha a fény az anyaggal kölcsönhatásba lép, akkor mindig a részecske-modellt kell alkalmaznunk. Az interferenciaképet nagyszámú foton hozza létre, amelyek fokozatosan, *statisztikailag* úgy oszlanak el, hogy a világos és sötét csíkokból álló mintázatot kialakítsák. A fotonok statisztikai viselkedése minden képalkotásban jelen van (lásd a 42-18 ábrát). Elég ironikus helyzet, hogy a hullám-



dellet a fény terjedésére azért kellett kidolgoznunk, hogy megértsük a fény terjedését abban a térrészben, ahol nem hagy nyomot! A történet tanulsága talán az, hogy sem a hullám-, sem a részecskemodell nem szabad szó szerint vennünk. Ezek hasznos, ámde ellentmondásos képek: a részecskék lokalizáltak, a hullámok pedig kiterjedt objektumok. Fogalmilag a két modellt nem tudjuk összeolvasztani. Ennek a paradoxon jellegű kettősségnek modern feloldását a következő fejezetben mutatjuk be.

### Összefoglalás

A feketetest- (vagy üreg) sugárzás egyik jellemzője a sugárzás teljes  $R$  teljesítménysűrűsége (emittanciája) a teljes spektrumon ( $\text{watt/m}^2$ -ben). Az emittancia a  $T$  abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos:

Stefan-Boltzmann sugárzási törvény  $R = \sigma T^4$

ahol  $\sigma = 5,672 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$  a Stefan-Boltzmann-állandó. Egy másik jellegzetes tulajdonság az, hogy amikor az abszolút hőmérséklet emelkedik, a spektrális eloszlás maximumához tartozó hullámhossz a rövidebb hullámok felé eltolódik a

Wien-féle eltolódási törvény  $\lambda_m T = \text{állandó}$

szerint. A Wien-, ill., Rayleigh-Jeans-féle klasszikus sugárzási törvények rendre csak közelítései a helyes törvénynek a rövid, ill. hosszú hullámok esetére. A helyes sugárzási törvényt Planck vezette le az alábbi feltevések alapján:

Planck-féle kvantumfeltevés

{ Az egyszerű harmonikus oszcillátorok (amelyeket az  $f$  frekvenciájuk jellemez) csak kvantált energia állapotban létezhetnek, ahol

$$E_n = nhf$$

Itt  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  és  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  a Planck-állandó néven ismert mennyiség. Az oszcillátorok csak  $\Delta E = hf$  kvantumokban bocsátják ki, illetve nyelik el az energiát. (Planck eredetileg  $nhf$ -et javasolt, később azonban bebizonyították, hogy csak az  $n = 1$  valósul meg.)

Ezek alapján fogalmazható meg Planck sugárzási törvénye,

$$du_\lambda = f(\lambda, T)d\lambda = \frac{8\pi hc\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

ahol a  $f(\lambda, T)d\lambda$  a  $\lambda$  és  $\lambda+d\lambda$  közé eső hullámhossz-intervallumban lévő sugárzási energia sűrűsége és a  $k = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  a Boltzmann-állandó. Ha  $h \rightarrow 0$ , akkor a kvantummechanikai kifejezések a megfelelő klasszikus képletekhez tartanak.

Einstein a fényelektromos hatást azzal a feltevéssel magyarázta, hogy a sugárzás kvantált, fotonokból áll, amelyek a térben terjedésük során lokalizáltan viselkednek, (a vákuumban)  $c$  sebességgel terjednek és nyugalmi tömegük zérus.

A foton energiája:  $E = hf$

A foton impulzusa:  $p = \frac{h}{\lambda}$

Einstein fotoelektromos egyenlete  $hf = K_{\text{max}} + W_0$ ,

ahol  $f$  a megvilágító fény frekvenciája,  $K_{\text{max}}$  a fotoelektronok maximális kinetikus energiája és  $W_0$  az adott fémfelületről a kilépési munka.

A fotonok a szabad elektronokhoz szóródva hullámhosszeltolódást szenvednek a Compton-szórás alkalmával, ez

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

ahol  $m$  az elektron tömege. A  $h/mc$  az ún. Compton-hullámhossz.  $\lambda_c = 0,00243 \text{ nm}$

Az elektromágneses sugárzás duális (kettős) természetének következtében a hullám- és a részecskemodellt egyaránt használjuk. A hullámmodell lehetővé teszi, hogy az interferencia- és elhajlási-effektusokat megmagyarázzuk, de minden olyan esetben, amikor a sugárzás és az anyag közti kölcsönhatást kísérletileg érzékeljük, akkor részecskejellegű kölcsönhatást kell feltételeznünk.

## Kérdések

- Egy izzólámpára adott teljesítményt csökkentjük, akkor fényessége is csökkeni fog. Miért változik meg a kibocsátott fény színe is?
- A hőkezelő kemencékbe helyezett fémtárgyak az izzásig melegednek. Ha a kemence ajtajára vágott kis lyukon keresztül benézünk, azt látjuk, hogy a tárgyak csaknem teljesen eltűntek. Miért?
- Mit jelent a fekete szó a „fekete-test-sugárzás” kifejezésben?
- A melegített testek felülete a módosított Stefan-Boltzmann-törvénynek megfelelően sugároz energiát. A törvény  $R = e\sigma T^4$ , ahol az  $e$  (emisszióképesség) értéke a feketetest esetére 1, míg bármely más anyagra egynél kisebb. Két különböző fém, amit ugyanazon a hőmérsékleten tartatunk, különbözőképpen sugározhat. Termodinamikai alapon adjuk meg, hogy hogyan lehet egy anyag emisszióképessége azzal kapcsolatos, ahogyan a sugárzást elnyeli?
- Van olyan hőmérséklet, ahol a fémek izzanak, és az üveg még csak nem is vörösödik. Miért?
- Egyes épületekben a gőzfűtés radiátorai fényes felületűek vagy ezüst színűre festettek. Magyarazzuk meg, miért lenne előnyösebb matt fekete festékekkel bevonni őket?
- Fejtsük ki azokat a feltevéseket, amelyeket Planck tett a feketetest sugárzási elméletében.
- Nincsen valami következetlenség abban, hogy a fotonnak  $E = hf$  energiát tulajdonítunk, amikor az  $f$  egy hullám frekvenciája?
- Látható lehetne-e egy halvány csillag fénye, ha a csillagról érkező fény nem lenne korpuszkuláris természetű?
- Adjunk durva becslést arra, hogy milyen nagyok kellene lennie a Planck-állandónak ahhoz, hogy az egyszerű mechanikai oszcillátorok kvantumeffektusait szabad szemmel is észlelni lehessen?
- Diszkutáljuk Einstein feltevéseit, amelyeket a fotoelektromos hatást magyarázó elméletében tett!
- Miért független a felületre eső fény intenzitásától az a maximális kinetikus energia, amivel a fotoelektronok a fémfelületet elhagyják?
- A fotocellákban a fényérzékeny katódból kilépő elektronok normális esetben a katódénál nagyobb potenciálú anódhoz jutnak. Hogyan függ a fotocellán átfolyó elektronáram a katódra eső fény intenzitásától és a katód és az anód közti potenciálkülönbségtől?
- Elszigetelt cinklemez ibolyántúli fénynek tesszük ki. A lemez először fotoelektronokat bocsát ki, majd ez a folyamat megáll. Miért? (Útmutatás: Töltött lesz-e a cinklemez?)
- A fotoelektromos hatás gázokban is ugyanúgy megy végbe, mint szilárd anyagokon. Ha céltárgyként gázt használunk, akkor van-e küszöbhullámhossz? Ha igen, ugyanakkora-e ez, mint a szilárd anyagoknál? Magyarazzuk meg!
- Diszkutáljuk azokat a feltevéseket, amelyeket Compton vetett fel a Compton-effektus magyarázata érdekében!
- Miért természetes az, hogy a szórt fotonok hullámhosszában tapasztalt Compton-eltolódás független a szóró anyag minőségétől?
- Miért nem lehet a Compton-effektust látható fényvel is könnyen megfigyelni?
- Hogyan támasztja alá a Compton-effektus a fotoelektromos hatásból adódó feltevéseket a sugárzás kvantumelméletének megalapozásában?
- Hol a hiba a Compton-effektus alábbi magyarázatában: Az elektromágneses sugárzás kizárólagosan hullámjelenség. A hullám az elektronokkal kölcsönhat, az elektronok a hullámok által szállított impulzus hatására visszalökődnek továbbá az elektronokat a beeső hullám az elektromos rezgése ütemében rezgésre készíti. Az oszcilláló elektronok által kibocsátott sugárzás frekvenciájában megfigyelt eltolódás tisztán Doppler eltolódás, hiszen az elektronok is mozognak a visszalökődés miatt.
- Egy foton és egy elektron impulzusa ugyanakkora. Melyiküknek lesz nagyobb a teljes (a nyugalmi energiát is tartalmazó) energiája?

## Feladatok

### 42.2 A feketetest sugárzásának spektruma

**42A-1** Egy 200 W-os wolfram-szálas villanyégő szál hőmérséklete 2200 K. Feltéve, hogy a szál ideális fekete testként sugároz, számítsuk ki a felület nagyságát!

**42B-2** (a) Feltéve, hogy a Nap felszíne 5780 K-en ideális sugárzó, adjuk meg a Nap által kisugárzott teljesítményt! (b) Számítsuk ki, a Föld felszínére beeső napsugárzás teljesítményét (a légkör fölött) a beeső sugárzás irányára merőlegesen álló egy négyzetméternyi felületen!

**42B-3** Tegyük fel, hogy valakinek a bőrén egy kis felületen a hőmérséklete 37,5°C, fél fokkal magasabb, mint a normális testhőmérséklet. Tegyük fel, hogy a sugárzás feketetest-sugárzással közelíthető. Számítsuk ki, mekkora  $\Delta R/R$  a melegebb terület sugárzásának többlete a normális hőmérsékletű felületek sugárzásához viszonyítva. (Az ilyen kis különbségek kimutatására alkalmas eljárás a *termográfia*, ami a tumorok és más, a bőrfelület alatt néhány centiméterrel kialakuló betegség-



gek kimutatására szolgáló infravörös, ill. mikrohullámú fotográfiai technika.)

**42B-4** Hőszigetelt kemencén, amely  $500^{\circ}\text{C}$  hőmérsékleten üzemel, 2 cm átmérőjű lyuk van. Számítsuk ki, mekkora energia halad át másodpercenként ezen a lyukon a  $30^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű szoba felé? (Útmutatás: Tekintsük mind a kemencét, mind a szobát ideális fekete testnek.)

### 42.3. A feketetest sugárzás különböző magyarázatai

**42A-5** Határozzuk meg a szobahőmérsékletű  $27^{\circ}\text{C}$  feketetest sugárzási görbéjének maximumához tartozó hullámhosszat!

**42A-6** Az ősrobbanás és az Univerzum tágulása következtében a csillagközi térben kb.  $2,7\text{ K}$  hőmérsékletnek megfelelő spektrumú háttérsugárzás van. Adjuk meg (a) a hullámhosszát és (b) a rezgésszámát annak a rezgésnek, ahol ez a sugárzás maximális energiájú!

**42A-7** Az emberi szem kb.  $555\text{ nm}$  hullámhossznál a legnagyobb érzékenységgel rendelkezik. Adjuk meg annak a feketetestnek a hőmérsékletét, amely sugárzásának a spektrális teljesítménye ezen a hullámhosszon a maximális!

**42B-8** A Nap sugara  $6,96 \times 10^8\text{ m}$  és teljes kisugárzott teljesítménye  $3,86 \times 10^{26}\text{ W}$ . (a) Feltéve, hogy a Nap felszíne ideális feketetestként sugároz, számítsuk ki felszíni hőmérsékletét! (b) Felhasználva az (a) rész eredményét, adjuk meg a Naptól érkező sugárzás spektrális eloszlásában a maximumhoz tartozó hullámhosszat!

### 42.4 Planck elmélete

**42A-9** Adjuk meg annak a fotonnak a hullámhosszát, amelynek energiája az elektron nyugalmi energiájával egyenlő ( $0,511\text{ MeV}$ )!

**42A-10** URH adó  $80\text{ kW}$  teljesítménnyel sugároz a  $92,4\text{ MHz}$  frekvencián. Hány foton bocsát ki másodpercenként?

**42A-11** A foton  $E$  energiája és  $\lambda$  hullámhossza között fennáll a  $E\lambda = 1,240 \times 10^{-3}\text{ MeV}\cdot\text{nm}$  összefüggés. Vezessük le ezt a képletet!

**42A-12** A He-Ne-lézer a  $632,8\text{ nm}$  hullámhosszon fényt bocsát ki. (a) Az elektromágneses színek melyik szakaszára esik ez a fény? (b) Másodpercenként hány foton bocsát ki a He-Ne-lézer, ha teljesítménye  $2\text{ mW}$ ?

**42B-13** A kísérletek azt mutatják, hogy a sötétre adaptált emberi szem már a látható fény egyetlen fotonját is érzékeli. Tekintsünk egy pontforrást, amely  $2\text{ W}$  fényt teljesítményt sugároz az  $555\text{ nm}$  hullámhosszon minden irányban. Mekkora távolságban kellene lennie ennek a fényforrásnak, hogy átlagosan egy foton érkezzon másodpercenként az emberi szembe, amelynek a pupillája  $6\text{ mm}$  átmérőjű?

**42B-14** Kis amplitúdók esetén a fonalinga egyszerű harmonikus oszcillátorként viselkedik. Legyen az inga tömege  $50\text{ g}$ -os, fonalhossza  $40\text{ cm}$ . (a) Planck elméletét alkalmazva mekkora ennek az ingának a legkisebb, nullától különböző lehetséges energiája? Mekkora az ezzel a minimális energiával lengő inga amplitúdója? (A válasz megmutatja, hogy miért nem lehet a kvantáltságot a makroszkópikus mozgásoknál észlelni.)

### 42-5 A fényelektromos hatás

**42A-15** A nátrium kilépési munkája  $2,75\text{ eV}$ . Adjuk meg a fotoelektromos hatás küszöbhullámhosszát Na esetére.

**42A-16** A bizmutban a fotoelektromos hatás csak  $294\text{ nm}$ -nél rövidebb ultraibolya hullámhosszak esetén jelenik meg. Adjuk meg a kilépési munkát (elektronvoltokban) a bizmutra!

**42B-17** Tiszta kalcium-felületet ultraibolya fényvel világítunk meg. A kilépési munka  $2,87\text{ eV}$ . Számítsuk ki, mekkora (a) a kilépő fotoelektronok maximális sebessége és (b) mekkora a küszöbhullámhossz?

**42B-18**  $410\text{ nm}$  hullámhosszúságú fény esik egy fémfelületre. A fotoelektromos hatáskor a küszöbfeszültség  $0,83\text{ V}$ . (a) Mekkora a kilépő fotoelektronok maximális kinetikus energiája? (b) Mekkora a fém kilépési munkája? (c) Mekkora a küszöbhullámhossz?

### 42.6 A Compton-effektus és párkeltés

#### 42.7 Az elektromágneses sugárzás kettős természete

**42A-19** Adjuk meg a hullámhosszváltozást, ha egy foton egy kezdetben álló elektron „visszaszór” (vagyis a szórási szög  $180^{\circ}$ ). Függ-e a hullámhosszváltozás a beeső foton hullámhosszától?

**42A-20** A Compton-szórás folyamatában egy foton hullámhosszában  $0,41\%$  növekedést tapasztalunk. Milyen szögben szórta a foton az elektront?

**42A-21** Nagy energiájú foton proton-antiproton-párt hoz létre párkeltési folyamatban. Egy  $2,10\text{ GeV}$  energiájú foton létrehoz egy ilyen párt, a proton kinetikus energiája  $95\text{ MeV}$ . Adjuk meg az antiproton kinetikus energiáját!

**42B-22** Egy gamma-foton, melynek energiája az elektron nyugalmi energiájával ( $511\text{ keV}$ ) egyenlő, összeütközik egy elektronnal, ami kezdetben nyugalomban volt. Számítsuk ki, mekkora mozgási energiát nyer az elektron az ütközésben, ha a foton az eredeti pályaegyeneséhez képest  $30^{\circ}$ -os szögben szóródik?

**42B-23** Egy  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$  párkeltési folyamat csak egy mag közelében tud végbemenni, mert a mag jelenléte szükséges az impulzus megmaradás biztosításához. Mutassuk meg, hogy az atommagnak a kinetikus energiája akkor is nagyon kicsi lenne, ha a foton teljes kezdeti impulzusát fel is venné. (Útmutatás: adjuk meg



a mag végső  $\frac{1}{2}Mv^2$  kinetikus energiájának és a foton kezdeti energiájának az arányát, és mutassuk meg, hogy ez az arány igazából elhanyagolhatóan kicsi. Olyan fotonenergiákat tekintünk, amelyek 10 MeV-nél kisebbek, ezeken ugyanis a nemrelativisztikus képletek még kielégítően pontosak.)

**42B-24** A klór egyik radioaktív izotópja ( $^{38}\text{mCl}$ ) egy 600 keV energiájú foton kibocsátásával bomlik. (Az m jel a mag metastabilis állapotára utal. A mag azonban ahelyett, hogy azonnal elbomlana, viszonylag hosszú ideig gerjesztett állapotban van.) Ha a mag kezdetben nyugalomban volt, határozzuk meg a nyert kinetikus energiájának és a kibocsátott foton energiájának a hányadosát. A  $^{38}\text{mCl}$  mag összenergiájának értéke 35,4 GeV. (Ez ekvivalens a tömegével.)

**42B-25** Egy 2 W-os He-Ne-lézer fényét (632 nm) a céltárgy teljesen elnyeli. Adjuk meg; (a) A céltárgyba másodpercenként becsapódó fotonok számát, (b) az egyes fotonok impulzusának nagyságát. (c) Ezeknek az adatoknak a felhasználásával számítsuk ki, mekkora erőt gyakorol a lézernyaláb a céltárgyra.

### Vegyes feladatok

**42C-26** Egy  $1,7\text{ m}^2$  bőrfelületű személy meztelenül ül a  $62^\circ\text{C}$  hőmérsékletű szaunában. A bőrnek hőmérséklete  $37^\circ\text{C}$ . (a) Feltéve, hogy a feketetest sugárzás modellje alkalmazható, becsüljük meg, milyen ütemben veszi fel a hőt az emberi test hőszugárzás útján. (b) A verejték párolgási hője lényegében ugyanakkora, mint a  $37^\circ\text{C}$  hőmérsékletű vízé:  $2427\text{ kJ/kg}$ . Milyen ütemben kell a verejtéknek párolognia ahhoz, hogy a fenti hőfelvételt kompenzálja?

**42C-27** Egy  $T$  abszolút hőmérsékletű objektum által a  $T_0$  abszolút hőmérsékletű környezetbe kisugárzott eredő teljesítmény arányos a  $(T^4 - T_0^4)$  kifejezéssel. Mutassuk meg, hogy ha a hőmérséklet-különbség kicsi, akkor teljesül a Newton-féle lehűlési törvény, vagyis: *a test lehűlésének üteme közelítőleg arányos a test és a környezet hőmérséklete közötti különbséggel.*

**42C-28** Mutassuk meg, hogy rövid hullámok esetén Planck (42-11) sugárzási törvénye közelítésként tart Wien (42-4) sugárzási törvényéhez!

**42C-29** Mutassuk meg, hogy hosszú hullámokra Planck (42-11) sugárzási törvénye közelítőleg a Rayleigh-Jeans-féle (42-6) sugárzási törvényhez tart! (Útmutatás: az exponenciális tagot fejtsük hatványsorba!)

**42C-30** A Planck-féle (42-11) sugárzási törvényt differenciálva határozzuk meg a csúcs helyét, és mutassuk meg, hogy ezzel éppen a Wien-féle (42-2) eltolódási törvényhez jutunk!

**42C-31** Pontforrás monokromatikus ( $\lambda = 550\text{ nm}$ ) hullámok alakjában  $2\text{ W}$  fényt teljesítményt bocsát ki a térbe egyenletes eloszlásban. Számítsuk ki, hogy a fényforrástól milyen távolságban lesz a fotonok térfogati sűrűsége átlagosan köbcentiméterenként egy.

**42C-32** Egy  $10\text{ g}$  nagyságú tömeg  $3,0\text{ cm-es}$  amplitúddal rezeg egy  $0,01\text{ N/m}$  direkciós tényezőjű rugó ha-

tására. Mennyivel csökken a rezgés amplitúdója egyetlen energiakvantum elvesztése esetén?

**42C-33** Egy  $546\text{ nm}$  hullámhosszúságú monokromatikus párhuzamos fénynyaláb intenzitása  $200\text{ W/m}^2$ . Adjuk meg, hogy hány foton van ebben a sugárzásban köbmilliméterenként.

**42C-34** A sötétre adaptált emberi szem még az olyan gyöngye zöld fényt is képes észlelni ( $\lambda = 500\text{ nm}$ ), ami a retinának  $1,7 \cdot 10^{-18}$  joule energiát ad át másodpercenként. Tegyük fel, hogy a beeső fény párhuzamos és így egyetlen receptorra fókuszálható. (a) Adjuk meg, hogy átlagosan hány foton érkezik másodpercenként a receptorra. (b) Ha a sötétre adaptált szem pupillája  $8\text{ mm}$  átmérőjű, mekkora távolságból lehetne kimutatni egy  $10\text{ W}$  teljesítményű  $500\text{ nm}$  hullámhosszúságon egyenletesen sugárzó pontforrást? A szemre eső fénynek 20%-a jut el a retina receptoraira, a többi 80% az idegszalak rétegében, a véredényekben és a receptorok felett húzódó más szövetekben abszorbeálódik.

**42C-35** Mutassuk meg, hogy az egyszerű kvantált harmonikus oszcillátor  $E_{\text{át}}$  átlagos energiája (42-10) a klasszikus  $kT$  értékhez tart, ha  $\lambda$  nagyon nagyvá válik.

**42C-36** A feketetest sugárzás (42-11) Planck-féle törvényében a  $\lambda$  változót cseréljük  $f$ -re. Mutassuk meg, hogy ekkor az energiasűrűség  $f$  és  $f+df$  frekvenciák közé eső járulékat kapjuk:

$$du_f = f(f, T)df = \frac{8\pi hf^3}{c^3(e^{hf/kT} - 1)} df$$

**42C-37** (a) Ha a 42C-36 probléma eredményét az összes frekvenciára integráljuk, megkapjuk az ürejsugárzás  $u$  energiasűrűségét:  $u = \int_0^\infty f(f, T)df$ . (Útmutatás:

Vezessünk be új változót az  $x = hf/kT$  szerint. Az  $\int_0^\infty x^3(e^x - 1)^{-1} dx = \pi^4/15$  integrálhoz jutunk.)

(b) Találjuk meg  $T = 300\text{ K}$  (szobahőmérséklet) esetére az  $u$  számértéket.

**42C-38** Mutassuk meg, hogy ha a (42-11) Planck törvényt az összes hullámhosszra integráljuk, akkor a Stefan-Boltzmann-törvényhez jutunk. Vagyis mutassuk meg, hogy  $\int_0^\infty f(\lambda, T)d\lambda = \alpha T^4$ , ahol  $\alpha$  egy állandó.

(Útmutatás: vezessünk be új változót a  $x = hc/\lambda kT$  definícióval és használjuk fel az előző problémában megadott, határozott integrál értékét).

**42C-39** Mutassuk meg, hogy a kvantált egyszerű harmonikus oszcillátor (42-10) átlagenergiája a klasszikus (42-5) értékre redukálódik, ha a  $h$  Planck-állandóval a nullához tartunk.

**42C-40** Kezdetben nyugvó elektron fotonnal ütközik. Mutassuk meg, hogy az elektron által az ütközés során nyert mozgási energiát a  $2hf\alpha/(1 + 2\alpha)$  adja meg, ahol  $\alpha$  a foton kezdeti energiájának és az elektron nyugalmi energiájának hányadosa.

**42C-41** Fém céltárgyat  $662\text{ keV}$  energiájú gamma sugárnyaláb útjába helyezzünk. (A nyalábot a  $^{137}\text{Cs}$  radio-







- 38B-19 a) zöld b) piros
- 38B-21 99,6 nm
- 38B-23 113
- 38B-25 1,31
- 38B-27 18,7 cm
- 38C-29 A válasz adott.
- 38C-31 A válasz adott.
- 38C-33 A válasz adott.
- 38C-35 A válasz adott.
- 38C-37 A válasz adott.
- 38C-39 a)  $0,155\lambda/d$  b)  $0,500\lambda/d$
- 38C-41 543 nm
- 38C-43 A válasz adott.
- 38C-45 1,000 30

**XXXIX. Fejezet**

- 39A-1 0,396 mm
- 39B-3 18,0 mm
- 39B-5 a)  $\lambda_1/\lambda_2 = 2$
- 39B-7 0,684
- 39B-9 a) 120 b) 60
- 39A-11 11,5 km
- 39A-13 15,4
- 39B-15 420 m
- 39B-17  $1,07 \times 10^{-5}$  m b)  $1,97 \times 10^{-5}$  m
- 39A-19  $36,9^\circ$
- 39A-21  $7,16 \times 10^{-2}$  fok/nm b) 25 000
- 39B-23 688 nm
- 39B-25  $1,375 \times 10^{-3}$  fok
- 39A-27 0,300 nm
- 39A-29 A válasz adott.
- 39B-31 17,0
- 39C-33 0,1233 rad
- 39C-35 lásd 2. láb.
- 39C-37 A válasz adott.
- 39C-39 A válasz adott.
- 39C-41 A válasz adott.

**XL. Fejezet**

- 40A-1  $\frac{7}{8}$
- 40B-3  $\frac{1}{8}$
- 40A-5  $32,0^\circ$
- 40A-7  $49,2^\circ$
- 40B-9  $\text{tg } \theta_p = 1/\sin \theta_e$
- 40B-11 16,4  $\mu\text{m}$
- 40B-13 A válasz adott.
- 40B-15  $68,4 \text{ mg/cm}^3$
- 40C-17  $0^\circ$  és  $90^\circ$
- 40C-19 78,1%
- 40C-21 A válasz adott.
- 40C-23 A válasz adott.

- 40C-25 0,085 65 mm vagy 0,1199 mm
- 40C-27 A válasz adott.
- 40C-29  $118^\circ$

**XLI. Fejezet**

- 41B-1 1,5 cm/s
- 41A-3 a) 2,31 perc b) 1,16 c·perc
- 41A-5 a)  $1 - \beta \approx 2,35 \times 10^{-7}$  b)  $1 \text{ c} \cdot \text{nap}$
- 41B-7  $22,5 \text{ m/c}$  vagy  $\frac{7}{5} \times 10^{-8} \text{ s}$
- 41B-9 6,17 ns
- 41B-11 a) 60 m b) 75 m/c c) 45 m/c d) 36 m e) 45 m/c
- 41A-13 0,946c és  $-0,385c$
- 41A-15  $v_x = 0,994c$
- 41B-17 1,78
- 41A-19  $v = 0,866c$
- 41A-21 889 kg
- 41B-23  $4,28 \times 10^9 \text{ kg/s}$
- 41B-25 A válasz adott.
- 41B-27 A válasz adott.
- 41B-29 A válasz adott.
- 41B-31 A válasz adott.
- 41B-33 a) 270 m/c vagy  $9,00 \times 10^{-7} \text{ s}$  b) az úrhajó orrában lévő óra mutatja a korábbi időt.
- 41B-35 b) 80 m/c
- 41C-37 a) 1,33c·s b) 3,00 s
- 41C-39 a) 2,00 m/c b) 2,50 m/c
- 41C-41 A válasz adott.
- 41C-43 A válasz adott.
- 41C-45  $5,55 \times 10^{-17} \text{ s}$
- 41C-47  $V = v \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\beta^2} \right)$  ahol  $(\beta \equiv v/c)$
- 41C-49 a)  $K = 4E_0$  b)  $p = \sqrt{24}E_0/c$
- c)  $\beta = \sqrt{\frac{24}{25}}$
- 41C-51 A válasz adott.
- 41C-53 A válasz adott.
- 41C-55 A válasz adott.

**XLII. Fejezet**

- 42A-1 1,51  $\text{cm}^2$
- 42B-3 0,646%
- 42A-5 9660 nm
- 42A-7 5222 K
- 42A-9  $2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$
- 42A-11 A válasz adott.
- 42B-13  $3,54 \times 10^6 \text{ m}$
- 42A-15 451 nm
- 42B-17 a)  $3,56 \times 10^5 \text{ m/s}$  b) 432 nm
- 42A-19 4,85 pm

- 42A-21 128 MeV  
 42B-23 A válasz adott.  
 42B-25 A válasz adott.  
 42C-27 A válasz adott.  
 42C-29 A válasz adott.  
 42C-31 38,3 m  
 42C-33 A válasz adott.  
 42C-35 A válasz adott.  
 42C-37 b)  $2,27 \times 10^{-13} \text{ J/m}^3$   
 42C-39 A válasz adott.  
 42C-41 288 keV  
 42C-43 A válasz adott.  
 42C-45 A válasz adott.  
 42C-47 A válasz adott.  
 42C-49 A válasz adott.

### XLIII. Fejezet

- 43A-1 A válasz adott.  
 43B-3 A válasz adott.  
 43B-5 A válasz adott.  
 43B-7 A válasz adott.  
 43A-9  $1/9,12 \times 10^4$   
 43A-11 0,173 nm  
 43A-13 10,2 fm  
 43A-15  $\frac{1}{4}$   
 43B-17 a) 0,158 nm b)  $47,2^\circ$   
 43B-19 5,71 V  
 43B-21 A válasz adott.  
 43B-23  $1,03 \times 10^{-3}$   
 43B-25 956 pm  
 43B-27 a)  $5,86 \times 10^{-30} \text{ m}$  b) 5,79 cm  
 43B-29 A válasz adott.  
 43C-31 a)  $r_n = (4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2)n^2$   
 b)  $E_n = -(6,80 \text{ eV})/n^2$  c) 243 nm, 182 nm  
 43C-33 A válasz adott.  
 43C-35 A válasz adott.  
 43C-37 A válasz adott.

### XLIV. Fejezet

- 44A-1 7  
 44B-3  $54,7^\circ$  és  $125,3^\circ$   
 44B-5  $32,3^\circ, 59,5^\circ, 80,3^\circ, 99,7^\circ, 120,5^\circ, 147,7^\circ$   
 44B-7 32 állapot  
 44B-9 b)  $9,42 \times 10^{-25} \text{ J}$  c)  $3,34 \times 10^{-49} \text{ J}$

- 44B-11 25,2  
 44B-13 Ge;  $[\text{Zn}]3d^{10}4s^24p^2$

- 44B-15 A válasz adott.  
 44A-17 22,0 kV  
 44B-19 A válasz adott.  
 44B-21 3,04 foton  
 44B-23 a) 4,20 mm b)  $4,53 \times 10^{33}$   
 c)  $3,81 \times 10^{31}$   
 44C-25  $d = (\mu \cos\theta)(dB/dz)(x/v)^2(1/M)$   
 44C-27 a)  $E_1 = -15,5 \text{ eV}, E_2 = -7,75 \text{ eV}, E_3 = -5,16 \text{ eV}$   
 c) 479 nm  
 44C-29 a) Kálium b)  $[3p^64p^1], [3p^54p^2]$   
 44C-31 b)  $3; 4d_{5/2} - 3p_{1/2}$   
 44C-33 A válasz adott.  
 44C-35 A válasz adott.  
 44C-37 a)  $(1/96\pi a^5)r^2 e^{-r/a}$   
 b)  $(1/24a^5)r^4 e^{-r/a}; 4a$   
 44C-39 a)  $1,18 \times 10^{-33}$  b) 32 800 K  
 44C-41 b) -325 000 K

### XLV. Fejezet

- 45A-1 13,7  
 45A-3 5,68  
 45A-7 27,9 perc  
 45B-9 1 curie  
 45B-11  $1,78t_0$   
 45B-13 0,565 cm  
 45B-15  $1,71 \times 10^{14} (!)$   
 45B-17 A válasz adott.  
 45B-19 1,37 MeV  
 45B-21 A válasz adott.  
 45A-23 38,8 keV  
 45B-25 a) 0,144 MeV b) 0,288 MeV  
 45C-27 3785 év  
 45C-29 a) 86 s;  $8,1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$   
 45C-31 A válasz adott.  
 45C-33 1,61 W  
 45C-35 A válasz adott.  
 45C-37 A válasz adott.  
 45C-39 a) 0,931 MeV, 5,49 MeV, és 12,86 MeV  
 b) 24,7 MeV c) 27,7 MeV  
 45C-41 A válasz adott.  
 45C-43 0,247 GeV mindkét részecske esetén  
 45C-45 7,8 cm