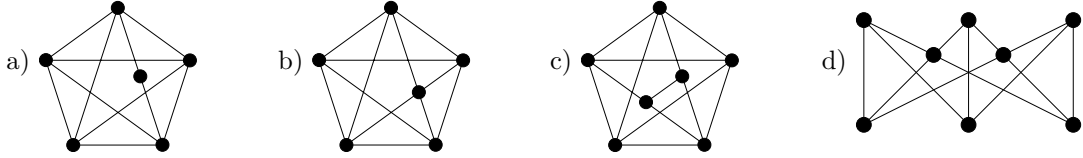


BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE II.
HARMADIK GYAKORLAT, 2019. február 18-22.

1. Egy egyszerű síkbarajzolt gráfban minden csúcs foka 4, az élek száma pedig 16. Határozzuk meg a tartományok számát.

2. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



3. Van-e olyan egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráf, aminek feleannyi csúcsa van, mint tartománya?

4. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



5. Mutassuk meg, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráfban van olyan csúcs, melynek foka legfeljebb 5.

6. a) Legyen G egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 19.)

b) Legyen G legfeljebb 6 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik síkbarajzolható.

c) Adjunk meg olyan 8 csúcsú egyszerű, nem síkbarajzolható gráfot, melynek a komplementere sem síkbarajzolható.

7. Egy konvex poliédernek (vagyis síklapok által határolt testnek) 20 csúcsa és 12 lapja van. A poliéder minden lapját ugyanannyi él határolja. Mennyi ez a közös érték?

8. Mutassuk meg, hogy ha a K_8 gráfot lerajzoljuk a síkra úgy, hogy három él nem metszheti egymást közös pontban, akkor legalább 10 élkereszteződés keletkezik.

9. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



10. Tegyük fel, hogy $G = (V, E)$ olyan egyszerű gráf, aminek E élhalmaza előáll az E_1, E_2, E_3 diszjunkt élhalmazok uniójaként. Utóbbiakra teljesül, hogy a (V, E_1) , (V, E_2) és (V, E_3) részgráfok mindegyike a G egy feszítőfája. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 8.)

11.a) A G egyszerű, síkbarajzolható gráfban minden pont foka legalább 5. Mutassuk meg, hogy ekkor G -nek legalább 12 darab 5 fokú csúcsa van.

b) Igaz-e ez az állítás 12 helyett 13-mal?

12. Minimálisan hány élkeresztezéssel lehet lerajzolni a $K_{4,4}$ (négy ház, négy kút) gráfot, ha három él nem metszheti egymást közös pontban?

13. Mutassuk meg, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráf csúcsai megszínezhetők 6 színnel úgy, hogy a szomszédos csúcsok különböző színt kapjanak.