

Villamosmérnök alapszak Fizika2 1. vizsga dolgozat, 2018. máj. 30.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes
iMSc pontok*	i	i	i	i	---	---	---	---	---	---		i

*A fizika2 vizsgán összesen 10 iMSc pont gyűjthető az 1. - 4. számú számítási feladatok **iMSc**-vel jelölt feladatrészeinek fakultatív megoldásával. Ezen feladatrészek kiértékelését csak akkor végezzük el, ha a hallgató a zh-n legalább 85%-os eredményt ért el. Az iMSc pontok a zh megoldásával gyűjtött pontszámhoz nem adódnak hozzá. A gyűjtött iMSc pontok a hallgatót a BME-VIK által meghatározott kedvezményekre jogosíthatják.

NÉV: _____

Neptun kód: _____

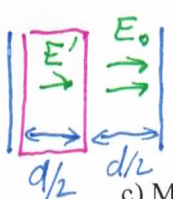
Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Adott egy C kapacitású síkkondenzátor, mely Q töltéssel van feltöltve. A fegyverzetek távolsága d .

a) Mekkora a lemezek felülete, és mekkora elektromos tér mérhető a lemezek között? (1)

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\epsilon_0} \quad C = \frac{Q}{U} \Rightarrow U = \frac{Q}{C} \quad E_0 = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd}$$

b) A lemezek közé becsúsztatunk egy $d/2$ vastagságú, $\epsilon_r=2$ relatív dielektromos állandójú szigetelő lemezt. Mekkora a lesz a kondenzátor feszültsége a lemez betolása után? (1,5)



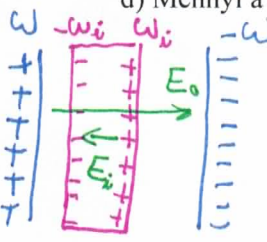
$$E' = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{E_0}{2} = \frac{Q}{2Cd} \quad |U| = \int E_0 \cdot dw = E' \cdot \frac{d}{2} + E_0 \cdot \frac{d}{2} = \frac{d}{2} \left(\frac{Q}{2Cd} + \frac{Q}{Cd} \right) = \frac{3Q}{4C}$$

c) Mennyivel változott a kondenzátor energiája? (1,5)

$$W_{kond} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U \quad \Delta W_{kond} = \frac{1}{2} Q (U' - U_0) = \frac{1}{2} Q \left(\frac{3Q}{4C} - \frac{Q}{C} \right) = -\frac{Q^2}{8C}$$

(tehát a kondenzátor energiája csökkent)

d) Mennyi a dielektrikum felületén indukált felületi töltéssűrűség nagysága? (1)



$$E' = E_0 - E_i \quad E_i = E_0 - E' \quad \sigma_i = \epsilon_0 (E_0 - E') = \epsilon_0 \left(\frac{Q}{C \cdot d} - \frac{Q}{2Cd} \right) = \frac{\epsilon_0 Q}{2Cd}$$

IMSC) Feltételezzük, hogy a kondenzátorlemezek négyzet alakúak, és a dielektrikum lemezt igen lassan toljuk be a fegyverzetek közé. Mekkora, és milyen irányú erőt kell kifejtenünk a dielektrikum lemezre a mozgás során? (2,5)

→ Betolás során a kondenzátor energiája csökken.

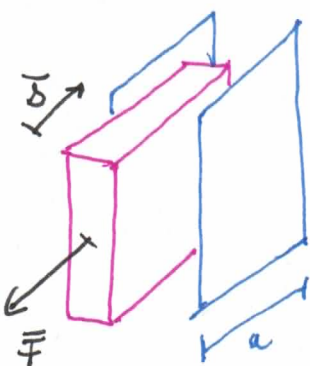
→ A környezet negatív munkát végez a kondenzátoron

→ $\vec{F} \parallel \vec{\delta}$

→ A teljes betolás során végzett munka: $\vec{F} \cdot \vec{\delta} = \Delta W_{kond}$

→ $-|\vec{F}| |\vec{\delta}| = -\frac{Q^2}{8C} \quad |\vec{\delta}| = a = \sqrt{A}$ (a négyzet oldalhossza)

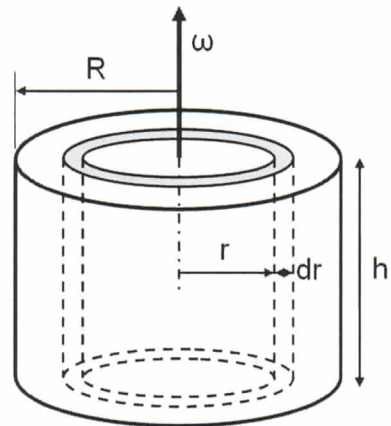
$$\vec{F} = \frac{Q^2}{8C \cdot a}$$



2. Adott egy R sugarú, h magasságú, homogén ρ térfogati töltéssűrűséggel ellátott szigetelő henger.

a) Mekkora a henger töltése? (0,5)

$$Q = \rho \cdot V = \rho \cdot R^2 \pi \cdot h$$



b) A hengert ω szögsebességgel megforgatjuk tengelye körül. Mekkora dI körárammal helyettesíthető az ábrán vázolt r sugarú, dr vastagságú elemi hengerháj? (2)

→ A hengerháj töltése: $dV = 2\pi r dr \cdot h$ $dq = \rho \cdot dV = 2\pi r h \cdot \rho \cdot dr$
 - Elemi áram (1 körülfordulás) → dq töltés $\frac{dq}{T}$

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{dq}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{2\pi r h \cdot \rho \cdot dr}{\frac{2\pi}{\omega}} = \omega \cdot \rho \cdot h \cdot r \cdot dr$$

c) Mekkora a b) feladatban definiált forgó hengerháj dm mágneses momentuma? (1)

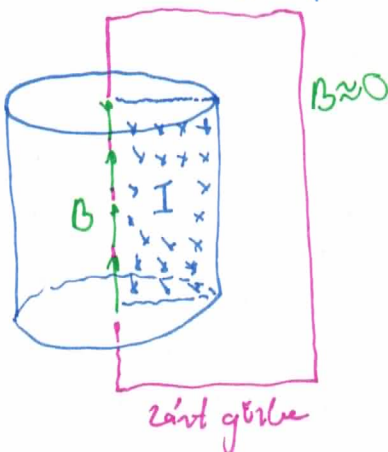
$$dm = A \cdot dI = r^2 \pi \cdot r h \omega \rho \cdot dr = \pi h \omega \rho r^3 \cdot dr$$

d) Mekkora a forgó henger teljes mágneses momentuma? (1,5)

$$m = \int dm = \pi h \omega \rho \int_0^R r^3 dr = \pi h \omega \rho \cdot \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi h \omega \rho R^4}{4}$$

IMSC) Mekkora a mágneses tér a henger középpontjában? Feltételezzük, hogy $h \gg R$ (2,5)

Elemi hengerhájokból folyó áramok tere \approx koncentrikus mágneses tér



Ampér-törvény: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \Sigma I$

Körelátás:

- kívül $B \approx 0$

- belül a tengely mentén konstans B

$$Bh = \mu_0 \int dI = \mu_0 \omega \rho h \int_0^R r dr$$

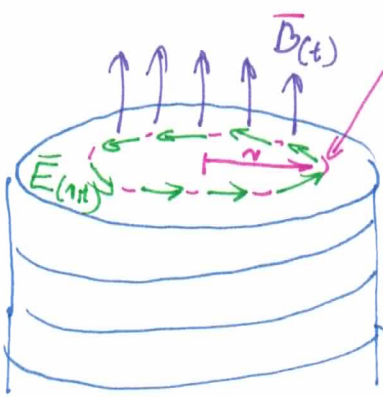
$$Bh = \mu_0 \omega \rho h \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^R = \mu_0 \omega \rho h \cdot \frac{R^2}{2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \omega \rho R^2}{2}$$

3. Adott egy N menetű, l hosszúságú, R sugarú szolenoid tekercs, melyben váltakozó áramot folyatunk $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ függvény szerint.

a) Adja meg a $B(t)$ mágneses indukció nagyságát az idő függvényében a tekercs belsejében! (1)

$$B_{(t)} = \frac{\mu_0 N I_{(t)}}{l} = \frac{\mu_0 N I_0}{l} \cdot \sin(\omega t)$$

b) A Faraday féle indukciótörvény segítségével határozza meg a tekercs belsejében az $E(r,t)$ örvényes elektromos tér nagyságát a tekercs tengelyétől mért r távolság, valamint az idő függvényében! (2)
Készítsen ábrát, mely feltünteti azt a zárt görbét, melyre az indukciótörvényt alkalmazta, és tüntesse fel a mágneses és elektromos térerősség vektorokat is! (1)



zárult görbe: r sugarú kör. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi}{dt}$

$$\phi_{(t)} = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = A \cdot B_{(t)} = r^2 \pi \cdot \frac{\mu_0 I_0 N}{l} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 N \cdot r^2 \pi \omega}{l} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 2\pi r E_{(r,t)} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 N r^2 \pi \omega}{l} \cos(\omega t)$$

Forgásszimmetria miatt


$$E_{(r,t)} = -\frac{\mu_0 I_0 N \omega \cdot r}{2l} \cos(\omega t)$$

c) Határozza meg a Poynting vektor nagyságát a tekercs belsejében a hely és az idő függvényében! (2,5)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \vec{E} \perp \vec{B} \Rightarrow S_r = \frac{1}{\mu_0} \cdot B \cdot E = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_0 I_0 N \omega \cdot r}{2l} \cdot \cos(\omega t) \cdot \frac{\mu_0 N I_0}{l} \cdot \sin(\omega t)$$

$$S_r = -\frac{\mu_0 I_0^2 N^2 \omega \cdot r}{2l^2} \cdot \sin(\omega t) \cos(\omega t) = -\frac{\mu_0 I_0^2 N^2 \omega r}{4l^2} \cdot \sin(2\omega t)$$

IMSC) Mit mondhatunk a Poynting vektor időátlagáról? Milyen összefüggésben van az eredmény a váltóáramú körbe kapcsolt tekercs energiadisszipációjával?

$$\frac{1}{T} \int_0^T \vec{S} dt = 0$$


A Poynting-vektor időátlaga nulla, tehát a tekercs magjában egy periódus alatt ugyanannyi energia áramlik be, mint ki. Váltóáramú körbe kapcsolt induktivitás tehát nem vesz fel teljesítményt a hálózatról. (Az impedanciája reaktív)

4. Adott egy vákuumban terjedő, λ hullámhosszúságú lézernyaláb, melyben az elektromos térerősség vektor hely-és időfüggését az alábbi függvény írja le koordinátás alakban:

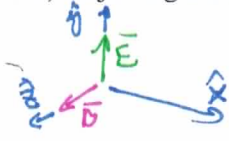
$$\vec{E}(x,t) = [0 \quad E_0 \sin(kx - \omega t) \quad 0]$$

- a) Fejezze ki a λ hullámhosszal a k hullámszám, valamint az ω körfrekvencia értékét! (1) Milyen irányban terjed a hullám? (0,5)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$2x - \omega t$
+x irányban terjed

- b) Adja meg a mágneses indukció $\vec{B}(x,t)$ vektorát koordinátás alakban! (1)



$\vec{B} \parallel \hat{z}$
 $|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c}$

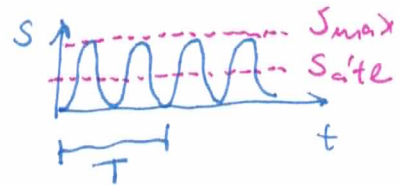
$$\vec{B}(x,t) = \left[0; 0; \frac{E_0}{c} \cdot \sin(kx - \omega t) \right]$$

- c) Számítsa ki a hullám intenzitását! (2)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \Rightarrow S = \frac{1}{\mu_0} \cdot E \cdot B = \frac{1}{\mu_0} \cdot E_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot \frac{E_0}{c} \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin^2(kx - \omega t)$$

$$I = S_{\text{átl}} = \frac{1}{T} \int_0^T S_{(t,x)} dt = \frac{S_{\text{max}}}{2} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$



- d) Átlagosan hány foton detektálhatunk másodpercenként a hullámban egy A felületű detektorral?

(1)

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{S}_{\text{átl}} d\vec{A} = S_{\text{átl}} \cdot A \quad E_f = h \cdot f = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dW}{dt} \cdot \frac{1}{E_f} = \frac{\frac{E_0^2 A}{2\mu_0 c}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{E_0^2 A \lambda}{2\mu_0 hc^2}$$

IMSC) Mekkora erő nyomja a detektort?

foton impulzusai: $p_f = \frac{h\nu}{\lambda}$

$$F = \frac{dP}{dt} = p_f \cdot \frac{dN}{dt} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{E_0^2 A \lambda}{2\mu_0 hc^2} = \frac{E_0^2 A}{2\mu_0 c^2}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

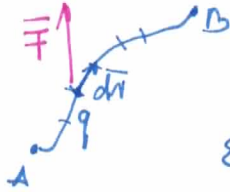
1. A vákuum dielektromos állandójának SI mértékegysége: $\Delta\phi/V_m$ C/V_m F/m
2. A Gauss törvény értelmében az elektromos tér \vec{E} zárt felületre vett integrálja..... egyenlő a \vec{E} zárt felület által berakott..... töltés $1/\epsilon_0$ -szorosával.
3. Dipól elektromos tere a dipóltól távol az r távolság..... -3 hatványával arányosan cseng le.
5. Gömbkondenzátor kapacitása a gömb R sugarának..... 1 hatványával arányos.
4. Az Oersted-kísérlet igazolja, hogy az áramjárta vezető..... \vec{B} körül mágneses teret hoz létre.....
5. A sarki fény jelenségét a..... \vec{v} Lorentz.....-erő segítségével tudjuk értelmezni.
6. Az..... \vec{E} elektromos ellenállás..... jelenségét úgy értelmezzük, hogy a vezető anyag kristályhibái hátráltatják a szabad töltéshordozók mozgását.
7. Homogén mágneses térben elhelyezett áramjárta vezető keretre..... \vec{B} forgatónyomaték..... hat.
8. A transzformátorok vasmagját célszerű olyan ferromágneses anyagból készíteni, melynek hiszterézis-görbéje..... \vec{B} hisz..... területet határol a H-B diagramon.
9. A..... \vec{B} diamágneses..... anyagok mindig a kisebb mágneses fluxussűrűség irányába mozdulnak el.
10. A..... \vec{E} Poynting-vektor..... az elektromágneses tér energiaáram-sűrűségét adja meg.
11. Az elektromágneses hullám intenzitása a..... \vec{E} térszerű amplitúdójának..... négyzetével arányos.
12. A Planck-állandó SI mértékegysége:..... $J\cdot s$
13. A hidrogén atom vonalas színeképét először a..... \vec{B} Bohr.....-féle atommodell volt képes magyarázni.
14. Egy elektromosan töltött cinklemez csak akkor képes kisülni a fotoeffektus következtében, ha a lemez töltése..... \vec{E} negatív..... előjelű.
15. Egy részecske $\psi(r,t)$ hullámfüggvényének abszolút érték négyzete az adott részecske..... \vec{E} megtalálási valószínűségének..... sűrűségfüggvényét adja meg.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatyszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Definiálja az elektromos tér A és B pontja közötti potenciálkülönbséget matematikai összefüggés segítségével. (1) Egyszerű levezetés segítségével mutassa meg, hogy a fenti definíció kapcsolatba hozható a tér ellenében végzett mechanikai munkával, midőn egy ponttöltést A-ból B-be mozgatunk! (1) Definiálja az ekvipotenciális felület fogalmát! (1)

$$U_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



q ponttöltésre a tér által kifejtett erő: $\vec{F}_c = \vec{E} \cdot q$
 Δ körzset által a tér ellenében kifejtett erő: $\vec{F} = -\vec{F}_c = -\vec{E} \cdot q$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B -\vec{E} \cdot q \cdot d\vec{r} = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = q \cdot U_{AB}$$

Egy felület ekvipotenciális, ha a felületen munkavégzés nélkül mozgathatunk egy ponttöltést.

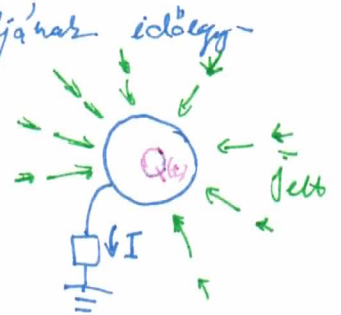
2. Definiálja az eltolási áram fogalmát matematikai összefüggés segítségével, és írja le a definíciót egy mondatban! (1) Írja fel az Ampère-féle gerjesztési törvény Maxwell által kibővített alakját! (1) Egy pozitív töltésű fémgömböt ellenállás nélkül leföldelünk, mire a gömb lassan kiszül. Vázlatosan rajolja le a kísérletet, és nyilakkal szemléltesse az eltolási áramsűrűség vektormezejét a gömb környezetében! (1)

$$I_{elt} = \epsilon_0 \cdot \frac{d\phi_E}{dt} \quad \text{ahol } \phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

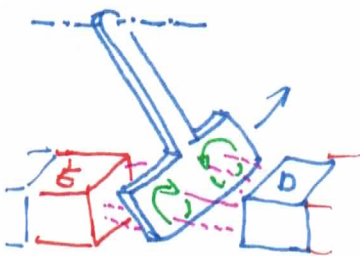
Adott felületen átfolyó eltolási áram arányos az elektromos tér adott felülethez vett integráljának időegységnyi megváltozásával. Az arányossági tényező ϵ_0 .

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 (I + I_{elt})$$

$\rightarrow \frac{dQ}{dt} < 0 \rightarrow$ a gömb töltése csökken.
 \rightarrow az eltolási áram a gömb felé folyik.



3. Könnyen mozgó ingát készítünk jó vezető anyagból gyártott síklemezből. Az ingát mágneses pofák közt lengetjük. (Az így kapott eszközt Waltenhofen-ingának hívjuk.) A mozgásba hozott inga lengése gyorsan csillapodik. Adjon magyarázatot a jelenségre! (1) Fogalmazza meg azt a fizikai törvényt, amely miatt a mozgást hátráltató erő lép fel! (1) Milyen módosítást kell végrehajtanunk az ingatesten, hogy a csillapító hatás jelentősen csökkenjen, miközben az ingatest anyaga és lemezvastagsága ugyanaz marad? (1)



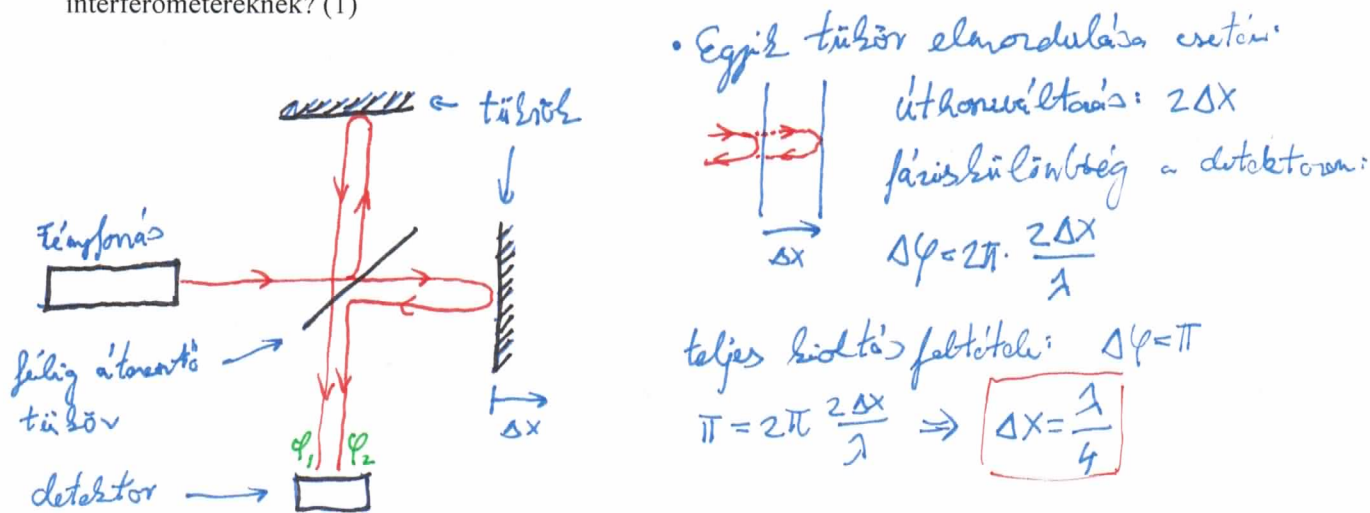
Az ingatestben örvényáramok indukálódnak, melyek a Lorentz-erővel szembe irányulnak, hogy az őket indukáló hatást, azaz az inga mozgását hátráltatják.

Lenz törvény: Az indukált áram iránya mindig olyan, hogy az áram mágneses hatása az őt indukáló hatást gyengíti, hátráltatja.



Ha az ingatestet több párhuzamos vékony lemezre osztjuk, megakadályozhatjuk a nagy sebességű örvényáramok kialakulását, a fékítő hatás csökken.

4. Vázlatosan rajzoljon le egy Michelson-féle interferométert, feltüntetve benne a fényutakat. Nevezze meg az optikai elemeket! (1) Tegyük fel, hogy a készülék detektora konstruktív interferenciát érzékel. Egyszerű számítással mutassa meg, hogy a hullámhossz hányad részével kell arrébb mozdítanunk az egyik tükröt, hogy a detektor teljes kioltást érzékeljen! (1) Milyen mérés technikai alkalmazásait ismeri a Michelson-interferométereknek? (1)



- Interferométer alkalmazásai:
- hirtesség elmozdulások mérése, alakmérés
 - fénysebesség vonatkoztatási rendszertől való függetlenségének igazolása (Michelson-Morley)
 - gravitációs hullámok kimutatása (LIGO)

5. A Planck-féle sugárzási törvény ismert matematikai alakja a következő: $u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$

Mit fejez ki az egyenlet bal oldalán található $u(\lambda, T)$ fizikai mennyiség? Mi az SI mértékegysége? (1) Nevezze meg az összefüggésben szereplő univerzális állandókat és SI mértékegységeiket! (1) Vázlatosan ábrázolja a függvényt a hullámhossz függvényében egy alacsonyabb, illetve egy magasabb hőmérsékleten! (1)

$u(\lambda, T)$: spektrális teljesítménysűrűség: megadja, hogy a fekete test egységnyi felületén egységnyi hullámhossztartományban egységnyi idő alatt mennyi energiát sugároz ki $[u(\lambda, T)] = \frac{W}{m^2 \cdot m \cdot s} = \frac{W}{m^3}$

- h : Planck-állandó: Js
- c : fénysebesség: $\frac{m}{s}$
- k : Boltzmann-állandó $\frac{J}{K}$

