

A4 I. vizsga villamosmérnököknek 2021. dec. 20

Zh és kis zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

NÉV:

NEPTUN:

1) Kétféle futárral érkeznek csomagok a BME-re: a Sprinter $Poisson(\lambda)$ a GLS $Poisson(\mu)$ szerint (óránként). A kiszállítás ideje 12 és 16 óra között van. Annak a valószínűsége, hogy nulla darab Sprinter futár érkezett fél óra alatt 0,223. Mi a valószínűsége, hogy

- a) két egymást követő Sprinter között kevesebb, mint 10 perc telik el? (3p)
- b) ha már eltelt 10 perc anélkül, hogy érkezett volna Sprinter, még 20 percet kell várunk, hogy érkezzen egy? (3p)
- c) a harmadik Sprinter 14 óra után érkezik? (3p)
- d) A megfigyeléseink alapján az óránként érkező futárok 30%-a Sprinter, 70%-a GLS. Mi a valószínűsége, hogy fél óra alatt érkezik több mint 2 GLS? (3p)

2) Tegyük fel, hogy a szóbeli vizsgára érkező diákok feleletének hossza egyenletes eloszlású 0 és 10 perc között. A diákok folyamatosan váltják egymást, tehát amikor az első befejezte, a következő azonnal kezdí és szintén valahol 0 és 10 perc között lesz a feleletének hossza, egyenletes eloszlással.

- a) Mi lesz egy felelet hosszának várható értéke és szórása? (4p)
- b) Mi a második diák vizsgája végének sűrűségfüggvénye? (Azaz, amikor az első befejezte, plusz a második is?) (6p)
- c) Mi a valószínűsége, hogy a második diák a vizsga kezdete után több, mint 15 perccel végzett? (2p)
- d) Ha kiválasztok 5 diákot random, visszatevéssel, akkor mi a valószínűsége, hogy közülük több, mint három több mint 5 percig felelt? (3p)
- e) Ha a vizsgára 120 perc áll rendelkezésre, akkor max. hány diákot lehet közelítőleg 90%-os valószínűséggel levizsgáztatni? (5p)

3) Legyen $f(x) = a^2 x e^{-ax}$, $x \geq 0$.

- a) Mi $f(x)$ momentumgeneráló függvénye? Add meg segítségével a várható értéket! (Más módon kiszámolt várható értékre fele pont jár!) (4p)
- b) Adj $\Theta = a$ -ra Maximum Likelihood becslést tetszőleges X_1, X_2, \dots, X_n minta esetén! (4p)

4) Legyen X, Y együttes sűrűségfüggvénye $f(x, y) = 8/5 \cdot (x + y)$ a $0 < x < 1, 0 < y < b$ téglalapon.

- a) Számold ki b -t! (2p)
- b) Számold ki X várható értékét! (3p)
- c) Számold ki X feltételes várható értékét, ha tudjuk Y -t! (4p)
- d) Mennyi $P(Y > X)$? (2p)
- e) Független-e X és Y ? (Indokolj!) (1p)

