

Minden egyes feladat helyi megoldása 10 pont. 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár.  
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Az eredményeket kedd délig igyekezünk közzétenni a honlapon.  
Megtekintés, szóbeli: 2013. június 11. kedd, 14:00-15:00, QBF08

- Ebben a feladatban a mélységi bejárással kapcsolatos kérdésekre kell válaszolnia.
  - Adja meg a keresztél definícióját!
  - A mélységi bejárás során hogyan lehet a mélységi és a befejezési számok alapján felismerni a keresztéleket?
  - Bizonyítsa be, hogy irányítatlan gráf mélységi bejárásánál nincsenek keresztélek!
- Milyen műveletek vannak a nyitott címzésű hash-elésnél? Hogyan kell megvalósítani a keresést, ha a nyitott címzésű hashelésnél kvadratikus maradék próbát használunk?
- Adja meg az UNIÓ-HOLVAN adatszerkezet definícióját! (A fákkal való implementálást nem kell leírnia.) Mutassa meg, hogy mikor és hogyan használjuk az UNIÓ és a HOLVAN műveleteket a Kruskal algoritmusban!
- Pista bácsi fel akar ugrálni egy  $n$  hosszú, fekete illetve fehér fokokból álló csigalépcsőn. Legfeljebb  $k$  fokot tud ugrani, de arra vigyáznia kell, hogy páros ( $\geq 2$ ) sok foknyi ugrás után páratlan sokat és páratlan sok után mindig páros ( $\geq 2$ ) sokat ugorjon. Adjon  $O(nk)$  lépésszámú algoritmust, amely megmondja, hogy fel tud-e úgy ugrálni a csigalépcső tetejére, hogy csak egyféle színű lépcsőfokokat használ. (A lépcső fokai rendszertelenül vannak színezve, a színezést ismerjük.)
- A hátizsák probléma órán tanult algoritmusát futtattuk egy konkrét inputon, melyben 3 tárgy szerepel. Mi lehetett ez a konkrét input, ha az alábbi táblázat keletkezett?

	0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	10	10	10	10
2	0	0	5	5	10	10	15	15
3	0	0	5	5	13	13	18	18

- Egy irányítatlan, élsúlyozott gráf az alábbi éllistával adott (zárójelben az élsúlyok):  
 $A: B(1), D(3), E(2)$ ;  $B: A(1), C(3), E(1)$ ;  $C: B(3), D(y), E(3)$ ;  $D: A(3), C(y), E(x)$ ;  
 $E: A(2), B(1), C(3), D(x)$ .
  - Mi lehet  $x$  és  $y$  értéke, ha tudjuk, hogy az élsúlyok egész számok és azt is tudjuk, hogy a  $B$  csúcsból indított Prim algoritmus az alábbi sorrendben vette be az éleket:  $BE, ED, BA, BC$ .
  - Mely éleket és milyen sorrendben választja ki a Kruskal algoritmus? (Ha több lehetséges megoldás is van, akkor az összeset adja meg.)  
(Az algoritmusok egyenlő élsúlyú élek közül véletlenül választanak.)
- Létezik-e olyan  $X$  eldöntési probléma, amire  $X \notin NP$  és  $X \prec SAT$  egyszerre fennáll?
- $P$ -ben van vagy  $NP$ -teljes az alábbi eldöntési probléma:  
**Input:** irányítatlan  $G$  gráf  
**Kérdés:** Igaz-e, hogy  $G$ -ben vagy van Hamilton-út vagy  $G$  3 színnel színezhető?