

**1. feladat (12 pont)**

Írja fel a következő függvény érintősíkjának egyenletét, valamint számítsa ki a  $\underline{v} = (3,4)$  irány szerinti iránymenti deriváltját a  $P(0,1)$  pontban:

$$f(x,y) = \ln(x^4 + y^2) + e^{xy^4}$$

**2. feladat (13 pont)**

Adja meg a következő függvény lokális szélsőérték helyeit (azok jellegével együtt) és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 4xy - x^2y - y^2$$

**3. feladat (6 pont)**

$$\int_0^1 \int_1^2 x \cdot \sqrt{xy+1} \, dx dy = ?$$

**4. feladat (10 pont)**

Egy origó középpontú  $\sqrt{3}$  sugarú körből elhagyjuk az origó középpontú 1 sugarú kört. Legyen a  $D$  tartomány az így kapott síkidomnak a pozitív síknegyedbe eső része.

$$\iint_D \frac{y}{x^2 + y^2 + 1} \, dx dy = ?$$

**5. feladat (9 pont)**

Legyen a  $D$  tartomány a következőképpen definiálva:

$$x, y > 0 \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$$

Határozza meg a tartomány térfogatát!