nem folyamatos, hanem folytonos

- Elmélet, vagy csak a bizonyítás

Banach
- megfogalmazás
- bizonyítás vázlatosan } alap ötlet erejéig

↑ megfogalmazás legyen precíz

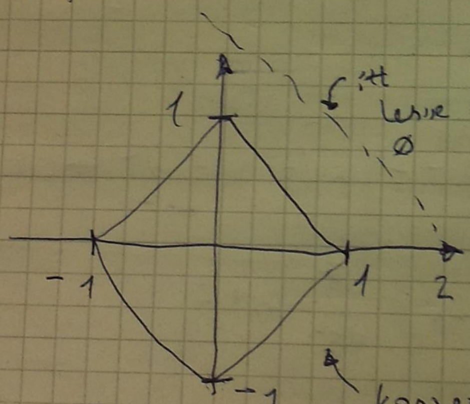
Brouwer: 3 feltétel – 1. Folytonos – T – a halmazt önmagába képezi le
2. kompakt } halmaz
3. konvex

mi az, hogy kontrakció

Alap állítás és definíció legyen

a leképzett tetszőleges 2 halmazbeli (leképezett) pontra szigorúan kisebb a táv, mint a pontok közötti táv
önmagába képezi le magát a halmaz

[miért igaz az, hogy az érintőt deriváljuk, akkor t-est kapunk



$$\underbrace{T\binom{x}{y} \to \begin{pmatrix} \dfrac{\cos(x+y)}{2-x-y} \\ \sqrt{1-\dfrac{1}{(2-x-y)^2}} \cdot \sin(x+y) \end{pmatrix}}_{\text{képét leképezi}}$$

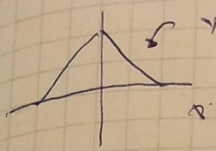
konvex, kompakt => Brouwer
2 változó => Banach nehéz

Fix pont?

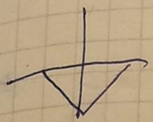
- Folytonos?
- Önmagába képezi a halmazt?

$2 - x - y = 0 \Rightarrow$ ~~y = 2x~~ egyenes
$y = 2 - x$

és hanyam folytatás



$y = 1 - |x|$



$y = -1 - |x|$

nmegalba

$$-1 - |x| \le y \le 1 - |x|$$

$$|y| \le 1 - |x|$$

$$\boxed{|x| + |y| \le 1}$$ – ennek a feltételnek tesznek eleget

kisebb

-est

$$\frac{1}{(\underbrace{2 - x - y}))^2} < 1$$

$$2 - x - y > 0$$

x+y

$$\left|\frac{\cos(x+y)}{2-x-y}\right| + \left|\underbrace{\sqrt{1 - \frac{1}{(2-x-y)^2}}}_{a} \cdot \sin(x+y)\right| \le 1$$

$$\frac{1}{2-x-y} = b$$

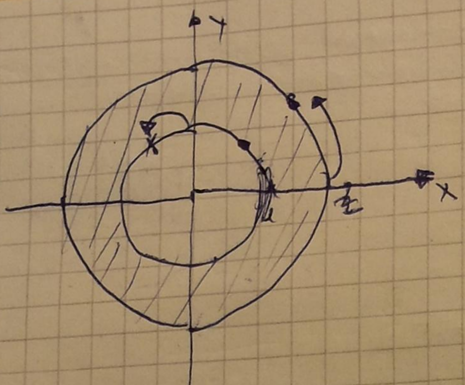
2 egységvektor skalár szorzata

$$\overbrace{|b \cdot \cos(x-y)|} + |a \cdot \sin(x+y)| \le 1$$

$a^2 + b^2 = 1$ ← észre kell venni

$$\boxed{\langle A, B \rangle \le |A| \cdot |B|}$$ – Caughy

$$u = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \qquad v = \begin{bmatrix} |\cos(x+y)| \\ |\sin(x+y)| \end{bmatrix}$$ → legfeljebb 1



$$T: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \frac{x-y}{\sqrt{2}} \\ \frac{x+y}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

kontrakció-e a leképezés?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \frac{1-0}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2/\sqrt{2} \to \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$x = r \cdot \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\varphi$

$$\frac{r \cdot \cos\varphi}{\sqrt{2}} - \frac{r \cdot \sin\varphi}{\sqrt{2}} = r \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{r \cdot \cos\varphi}{\sqrt{2}} - \frac{r \cdot \sin\varphi}{\sqrt{2}} = r \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$$

mivel nincs fixpontja → nem kontrakció

$0 < q < 1$

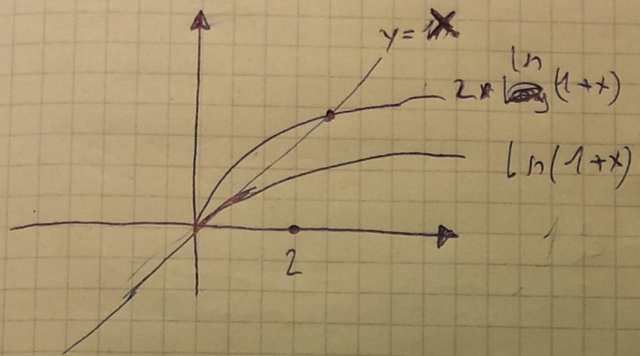
mivel tartja a távolságot, nem kontrakció

$\ln(1+x)$ $\qquad x>0$

$2\ln(1+x)$

Van-e pozitív fix pontja?

Ha igen, keressük meg Newton módszerrel $\varepsilon = 10^{-6}$



$\Rightarrow f' = \frac{1}{1+x}$

$y = x$

Az 1. függvénynek nincs fix pontja

$x = 2 \qquad 2\ln(1+2) > 2$

$\qquad\qquad > 1$

$x = 3 \qquad 2\ln(3+1) = 2,197$

} a fix pont 2 és 3 között van

$x_0 = 2$

$e_0 \leq 1$ ← mivel a fix pont 2 és 3 között van

$2\ln(1+x) = x$

$f(x) = 2\ln(1+x) - x = \emptyset$ ⇐ erre alkalmazzuk Newton módszert

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_{k+1})} = x_k - \frac{2\ln(1+x_k) - x_k}{2\frac{1}{1+x_k} - 1}$$

$e_{k+1} \leq \frac{M}{2m} \cdot e_k^2$ ← így becsüljük a hibát $\qquad$ a sorozat mon. növekvő lesz.

$f' = \frac{2}{x+1} - 1 \quad < 1$ pozitív ⇐ ~~konverga~~ monoton csökk.

$f'' = -\frac{2}{(x+1)^2} \quad < 0$

mivel monoton, elegendő a 2 végpontba megvizsgálni

$f'(2) = -\frac{1}{3}$ $\quad |m| = \left|\frac{1}{3}\right|$

$f'(3) = -\frac{1}{2}$

$f''(2) = -\frac{2}{(x+1)^2} = -\frac{2}{9}$

$f''(3) = -\frac{2}{4^2} = -\frac{2}{16}$

$e_{k+1} \leq \frac{1/3}{2/9 \cdot 2} \cdot \frac{e_k^3}{\cancel{3}} = \frac{1}{3} e_k^3$

$e_0 = 1$

$e_1 = 1/3$

$e_2 = \frac{1}{27} + \left(\frac{1}{3^3}\right)\left(\frac{1}{3^2}\right)$ } helyettesítgetünk

$e_3 = \frac{1}{3^7} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^7}$

$e_4 = \frac{1}{3^{14}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^{15}}$ ← elértük a határt

$k = 4$

$L = 2t^2 - tx + (x'')^2$ ← megnézni, hanyadik fokú

$L_x - \frac{d}{dt}(L_{x'})$

$\cancel{L_x - \frac{d}{dt}(2x'') \ldots}$

$L_x - \frac{d}{dt}(L_{x'}) + \frac{d^2}{dt^2}(L_{x''}) = \emptyset$

$-t + \frac{d^2}{dt^2}(2x'') = 0$

$-t + 2x^{IV} = \emptyset$

$x^{IV} = t/2 + a_1$ ↓ $\emptyset$

Meg kell oldani — általános megoldását meg kell határozni

$x(t)$

$x''' = t^2/2\cdot 2! + \cancel{a_1 t} + a_2$

$x'' = t^3/2\cdot 3! + \cancel{a_1 t^2} + a_2 t + a_3 \cdot t$

$x' = t^4/2\cdot 4! + \cancel{a_1 t^3} + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t$

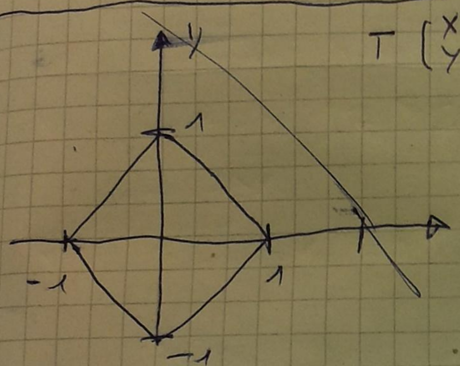
$x = \qquad + \cancel{a_1 t^4} + a_2 \cdot t^3 + a_3 \cdot t^2 + a_4 \cdot t + a_5$

$\frac{1}{2\cdot 5!} \cdot t$

$\langle A, B \rangle = |A| \cdot |B| \sin\alpha$

$\leq |A| \cdot |B|$

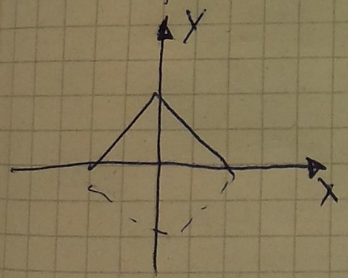
$\langle A, B \rangle$



$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\cos(x+y)}{1-x-y} \\ \sqrt{\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{1}{2-x-y}\right)^2}} \cdot \sin(x+y) \end{pmatrix}$$

Fix pont? Brower: T: Folytonos, a halmazt önmagába képezi le

H: $\left.\begin{array}{l}\text{Konvex} \\ \text{Kompakt}\end{array}\right\}$ Látszik



$y = 1 - |x|$

$y = -1 + |x|$

$2 - x - y = 0$

$y = 2 - x$

$-1 + |x| \leq y \leq 1 - |x|$

$|y| \leq 1 - |x|$

$|x| + |y| \leq 1$