

**1. feladat (12 pont)**

- a) Adja meg  $f'(x_0)$  definícióját!
- b) Bizonyítsa be az összegfüggvény deriválási szabályát!
- c) Bizonyítsa be, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = \infty$$

**2. feladat (18 pont)**

$$a_n = (-1)^n \frac{n^2 + 1}{2n^2 + 3} \qquad b_n = (-1)^n \frac{n + 1}{2n^2 + 3}$$

- a)  $\limsup a_n = ?$ ,  $\liminf a_n = ?$   
 $\limsup b_n = ?$ ,  $\liminf b_n = ?$
- b) Abszolút konvergens, feltételesen konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sor?

b1)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

b2)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

**3. feladat (19 pont)**

$$f(x) = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$$

Végezzen függvényvizsgálatot és ábrázolja a függvényt!

**4. feladat (15 pont)**

$$x(t) = \left(e^{3t^2}\right) + 2t, \qquad y(t) = \frac{t + 1}{2t^2 + 3}$$

- a)  $\dot{x}(t) = ?$ ,  $\dot{y}(t) = ?$
- b) Indokolja meg, hogy a fenti paraméteres egyenletrendszerrel megadott görbének a  $t_0 = 1$  paraméterű  $x_0$  pont egy környezetében létezik  $y = f(x)$  megadása!
- c) \* Írja fel Descartes koordinátákkal a görbe  $x_0 = x(t_0)$  pontbeli érintő egyenesének egyenletét!

**5. feladat (17 pont)**

a) \*  $\int \frac{2x + 5}{x^2 + 2x + 5} dx = ?$

b) \*  $\int \arcsin \frac{x}{2} dx = ?$

**6. feladat (11 pont)**

\*  $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx = ?$  ( $t = \sqrt[3]{x}$  helyettesítéssel dolgozzon!)

**7. feladat (8 pont)**

a) \* Hogy viselkedik  $\alpha$  függvényében az alábbi improprius integrál?

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

b) \* Konvergens-e az alábbi improprius integrál?

$$\int_2^{\infty} \frac{x^2 + 1}{2x^4 + \sqrt[3]{x} + 6\pi} dx$$

*Pótfeladat (csak az elégségeshez):*

**8. feladat (10 pont)**

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^{n+1}}{4^{n+2}} = ?$

b)  $f(x) = (x^2 + 1)^{\sin 2x}$ ,  $f'(x) = ?$

A \*-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!