

1. feladat (5+10=15 pont)

- a) Írja le egy f függvény x_0 pontbeli határértékének definícióját!
b) A definíció alapján igazolja, hogy $\lim_{x_0 \rightarrow 3} \sqrt{3x + 7} = 4$!

2. feladat (18 pont)

Hol és milyen típusú szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-3} + \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 2x - 8}$$

3. feladat (10+10+10=30 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{sh}(2x-4)}{\operatorname{arsh}(6-3x)} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(3x))^{\frac{2}{x}} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sh}(5x+3)}{\operatorname{ch}(4-5x)}$$

4. feladat (17 pont)

Határozza meg az $f(x) = \frac{e^{3x^4} \ln(2x^2 + 3x + 1)}{\operatorname{ch}(\sin x)}$ függvény érintőegyenésének egyenletét az $x_0 = 0$ pontban!

5. feladat (20 pont)

Melyek azok a legbővebb intervallumok, amelyeken az $f(x) = (x-2)^3(x+3)^2$ függvény monoton növekvő, illetve monoton fogyó? Hol és milyen típusú szélsőértékei vannak a függvénynek? Adja meg a függvény maximumát illetve minimumát a $[-4, 1]$ intervallumon.

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Egy felül nyitott, négyzet alapú doboz készítéséhez $A = 2 \text{ m}^2$ területű lemezt használtunk fel. Hogyan válasszuk meg a doboz méreteit, hogy a V térfogata a legnagyobb legyen, és mekkora ez a legnagyobb térfogat?