

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	
Gyakorlatvezető:	Gyakorlat napja:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

Nagypélda – Σ **10 pont** (A megoldást külön lapra kérjük!)

A z tengely mentén vonaltöltést helyezünk el, amelynek töltéssűrűsége $q(z) = \frac{q_0 z}{l}$, ha $0 < z < l$, és $q(z) \equiv 0$ egyébként. A közeg vákuum, továbbá $q_0 = 20 \text{ nC/m}$ és $l = 3 \text{ m}$.

- a. Számítsa ki a z tengelyre halmozott össztöltést! (2 pont)

$$Q = \int_0^l q(\zeta) d\zeta = \frac{q_0 l}{2} = 30 \text{ nC} \quad (2 \text{ p.})$$

- b. Jelölje a tér tetszőleges pontjának az origótól mért távolságát r . Adjon meg egy közelítő $\tilde{\varphi}(r)$ potenciálfüggvényt, amely $l \ll r$ esetén érvényes! (2 pont)

$$\tilde{\varphi}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ ahol } Q = 30 \text{ nC} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Írja fel a z tengely tetszőleges $l < \zeta$ koordinátájú pontjában az elektromos térerősség vektorának kiszámítására szolgáló integrált! (4 pont)

$$\mathbf{E}(\zeta) = \mathbf{e}_z \int_0^l \frac{q(z) dz}{4\pi\epsilon_0 (\zeta - z)^2} \quad (3 \text{ p.})$$

$$\mathbf{E}(\zeta) = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \int_0^l \frac{z dz}{(\zeta - z)^2} \quad (1 \text{ p.})$$

- d. Számítsa ki a z tengely $\zeta = 3l$ koordinátájú pontjában az elektromos térerősség vektorát! (2 pont)

$$\mathbf{E}(3l) = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \int_0^l \left(\frac{3l}{(3l - z)^2} - \frac{1}{3l - z} \right) dz = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{1}{2} - \ln \frac{3}{2} \right) \quad (1 \text{ p.})$$

$$\mathbf{E}(3l) = \mathbf{e}_z 5,664 \text{ V/m} \quad (1 \text{ p.})$$

Kispéldák – 5×2 **pont** (Kérjük, hogy a választ a feladatlagra írja!)

1. Vákuumban az elektromos térerősség homogén: $\mathbf{E} = 80\mathbf{e}_y$ kV/m. Határozza meg egy $d = 2 \text{ m}$ átmérőjű gömbben tárolt elektrosztatikus energiát!

$$W = 0,1187 \text{ J}$$

2. Egy $Q = 1 \mu\text{C}$ nagyságú ponttöltés $h = 3 \text{ m}$ -re helyezkedik el vákuumban egy végtelen kiterjedésű, egyenletes $\sigma = 50 \text{ nC/m}^2$ töltéssűrűségű töltött felülettől. Adja meg a ponttöltésre ható erő nagyságát!

$$F = 2,824 \text{ mN}$$

3. Hogyan döntené el, hogy egy megadott $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ vektorfüggvény leírhat-e térbeli áram-sűrűséget stacionárius áramlási térben, homogén vezetőképességű közeg esetén?

A forrásmentesség ($\text{div } \mathbf{J} = 0$) és az örvénymentesség ($\text{rot } \mathbf{J} = \mathbf{0}$) ellenőrzésével.

4. Levegőben, az xy síkban egy tetszőleges alakú, zárt, I állandó áramot vivő vonalszerű vezető helyezkedik el. Mit állíthat a mágneses térerősség irányáról az xy sík tetszőleges pontjában?

Az xy síkban \mathbf{H} merőleges a síkra, azaz z irányú.

5. Toroid alakú vasmagon egy $N_1 = 300$ és egy $N_2 = 500$ menetes tekercs helyezkedik el. Az N_1 menetszámú tekercs öninduktivitása $L_1 = 0,9 \text{ H}$. Adja meg a két tekercs közötti kölcsönös induktivitás nagyságát!

$$L_{12} = 1,5 \text{ H}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kis példák:	
Aláírás:	Összpont:	
Gyakorlatvezető:	Gyakorlat napja:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kis példákra is)!

Nagypélda – Σ **10 pont** (A megoldást külön lapra kérjük!)

A z tengely mentén vonaltöltést helyezünk el, amelynek töltéssűrűsége $q(z) = \frac{q_0(l-z)}{l}$, ha $0 < z < l$, és $q(z) \equiv 0$ egyébként. A közeg vákuum, továbbá $q_0 = 80 \text{ nC/m}$ és $l = 5 \text{ m}$.

- a. Számítsa ki a z tengelyre halmozott össztöltést! (2 pont)

$$Q = \int_0^l q(\zeta) d\zeta = \frac{q_0 l}{2} = 200 \text{ nC} \quad (2 \text{ p.})$$

- b. Jelölje a tér tetszőleges pontjának az origótól mért távolságát r . Adjon meg egy $\tilde{E}(r)$ függvényt, amely $l \ll r$ esetén közelítőleg megadja az elektromos térerősség nagyságát r távolságban! (2 pont)

$$\tilde{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ ahol } Q = 200 \text{ nC} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Írja fel a z tengely tetszőleges $l < \zeta$ koordinátájú pontjában az elektromos térerősség vektorának kiszámítására szolgáló integrált! (4 pont)

$$\mathbf{E}(\zeta) = \mathbf{e}_z \int_0^l \frac{q(z) dz}{4\pi\epsilon_0 (\zeta - z)^2} \quad (3 \text{ p.})$$

$$\mathbf{E}(\zeta) = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \int_0^l \frac{(l-z) dz}{(\zeta - z)^2} \quad (1 \text{ p.})$$

- d. Számítsa ki a z tengely $\zeta = 2l$ koordinátájú pontjában az elektromos térerősség vektorát! (2 pont)

$$\mathbf{E}(2l) = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \int_0^l \left(\frac{1}{2l-z} - \frac{l}{(2l-z)^2} \right) dz = \mathbf{e}_z \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) \quad (1 \text{ p.})$$

$$\mathbf{E}(2l) = \mathbf{e}_z 27,78 \text{ V/m} \quad (1 \text{ p.})$$

Kis példák – 5×2 pont (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Vákuumban a dielektromos eltolás homogén: $\mathbf{D} = 15\mathbf{e}_x \mu\text{C/m}^2$. Határozza meg egy $h = 4 \text{ m}$ magasságú, $d = 3 \text{ m}$ alapkör-átmérőjű hengerben tárolt elektrosztatikus energiát!

$$W = 359,3 \text{ J}$$

2. Egy $Q = 1 \mu\text{C}$ nagyságú ponttöltés $h = 3 \text{ m}$ -re helyezkedik el vákuumban egy végtelen kiterjedésű, zérus potenciálú fémsíktól. Adja meg a ponttöltésre ható erő nagyságát!

$$F = 0,250 \text{ mN}$$

3. Egy $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ vektorfüggvény forrás- és örvénymentes az Ω tartományon. Feltétlenül következik-e ebből, hogy $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ lehet az elektromos térerősség Ω -n stacionárius áramlás esetén? Indokolja válaszát!

Nem, csak akkor, ha a vezetőképesség helyfüggetlen Ω -n.

4. Levegőben, az xy síkban egy tetszőleges alakú, zárt, I állandó áramot vivő vonalszerű vezető helyezkedik el. Mit állíthat a mágneses vektorpotenciálról a tér tetszőleges, a vonalszerű vezetőre nem illeszkedő pontjában?

A vektorpotenciál z irányú rendezője zérus.

5. Toroid alakú vasmagon két, egyenként $N = 800$ menetes tekercs helyezkedik el. Egy tekercs öninduktivitása $L_1 = 0,7 \text{ H}$. A két tekercset sorba kapcsoljuk, így az eredő öninduktivitás zérustól különböző L_e értékű lesz. Adja meg L_e értékét!

$$L_e = 2,8 \text{ H}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)