

A1 10. heti gyakorlat

1. Teljes függvényvizsgálat:

$$a) f(x) = x \arctan x, \quad b) g(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2}, \quad c) h(x) = x^2 \ln x.$$

2. Az

$$\frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} = c$$

egyenletnek milyen c esetén van pontosan két különböző valós megoldása?

3. A $\Delta f \approx df$ közelítés alapján számoljuk ki közelítőleg az alábbi mennyiségeket, és számoljuk ki az elméleti korlátot a $\Delta f - df$ hibára, és/vagy ellenőrizzük kalkulátorral a pontosságot!

$$\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{27-2}, \quad \sqrt[4]{15}, \quad e^{0.1}, \\ \sin 32^\circ \quad (\text{átváltandó radiánba}), \quad \ln\left(\frac{11}{10}\right).$$

4. Egy egyenes körhenger sugarát és magasságát is 15 cm-ről 14.7 cm-re csökkentjük. Becsüljük meg, mennyivel csökkent a térfogata!

5. (a) Sík terepen egy lövedéket v sebességgel α szögben kilőve milyen távol ér földet? (Légellenállás, szél nincs. Eredmény: $\frac{v^2}{g} \sin(2\alpha)$.)

(b) Becsüljük meg, hogyan változik a lövedék becsapódásának helye, ha $v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ mellett 45° helyett 46° -ban lőjük ki! ($g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

6. Primitív függvény keresése a derivált képletek alapján:

$$\int (x^2 - 5x + 1) dx, \quad \int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt[4]{x^5}} \right) dx, \\ \int (t+1)^{10} dt, \quad \int (e^x + e^{-x})^2 dx.$$

7. Primitív függvény keresése az $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + c$ összefüggés alapján ($F'(x) = f(x)$):

$$\int 5 \cos(10x) dx, \quad \int \frac{1}{(3z+10)^7} dz, \\ \int \frac{dt}{\cos^2(4t-1)}, \quad \int \frac{dx}{1 - \left(\frac{x}{3} + 1\right)^2}.$$

8. Primitív függvény keresése az $\int f' f^\alpha$, $\int \frac{f'}{f}$ séma alapján:

$$\int \sin x \cos x dx, \quad \int \frac{\operatorname{ar ch} x}{\sqrt{x^2-1}} dx, \quad \int \frac{1}{x(\ln x)^{\frac{1}{3}}} dx.$$