

2. Zárthelyi A1 2007 ősz Munkaidő: 90'

1. Döntse el, hogy van-e megoldása az $e^{(e^x)} = 2$ egyenletnek?
2. Legyen $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x^2}$ az origón kívül és $f(0) = 0$.
 - (a) Hol deriválható az f ?
 - (b) Hol folytonos a derivált?
3. Mutassa meg, hogy minden $x > 0$ esetén $\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1 - \cos x} \right) = ?$
5. Határozza meg az alábbi függvények primitív függvényeit!
 - (a) $g(x) = \cos^2 x$
 - (b) $h(x) = x \cos x^2$
 - (c) $g(x) = \operatorname{tg} x$
6. Igaz-e, hogy
 - (a)
 - (1) zárt korlátos intervallumon folytonos függvény korlátos
 - (2) nyílt korlátos intervallumon nem folytonos függvény nem korlátos
 - (3) nyílt korlátos intervallumon folytonos függvény nem korlátos
 - (b)
 - (1) ha valamely H halmazon két függvény deriváltjai megegyeznek, akkor itt a két függvény is megegyezik
 - (2) ha valamely H halmazon $f'(x) > 0$, akkor f monoton növekvő H -n
 - (3) ha valamely H halmazon f konstans, akkor $f'(x) = 0$ minden $x \in H$ -ra