



## 1. FELADAT. (4+2p)

a) Ismertessük a két deriválható függvény összegéről szóló tételt és bizonyítsuk is be!

b) Adjuk meg az  $f'(x)$  deriváltat, ha  $f(x) = \frac{e^x}{\sin(x^3)}$ !

## 2. FELADAT. (2+4p)

a) Mikor mondjuk egy egyváltozós függvényről, hogy konvex egy  $(a, b)$  intervallumon?

b) Vizsgáljuk meg konkávitás-konvexitás szempontjából az  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 7$  függvényt! Hol van lokális szélsőértéke és inflexiós pontja?

3. FELADAT. (6p) Adjuk meg az alábbi improprius integrál értékét (amennyiben konvergens)!

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+2)x} dx = ?$$

## 4. FELADAT. (3+3p)

a) Mutassuk meg, hogy milyen  $\lambda$  paraméterek esetén lesz egy  $n$ -edrendű, lineáris, homogén, állandó együtthatós közönséges differenciálegyenlet megoldása az  $y(x) = e^{\lambda x}$  függvény!

b) Adjuk meg az  $y'' - 2y' + 2y = e^x$  differenciálegyenlet általános megoldását!

## 5. FELADAT. (3+3p)

a) Milyen kapcsolat van numerikus sorok konvergenciája és abszolút konvergenciája között? Igazoljuk az állítást!

b) Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens az alábbi

$$\text{sor! } \sum_{k=2}^{\infty} \sqrt{\frac{k}{k^3-1}}$$

## 6. FELADAT. (3+3p)

a) Adjuk meg az  $(1+x)^\alpha$  ( $\alpha \neq -1$ ) függvény  $x_0 = 0$  bázispontú Taylor-sorát! Mekkora a konvergenciasugár?

b) Adjuk meg az  $f(x) = 1/(1-x^2)$  függvény  $x_0 = 0$  bázispontú Taylor-sora  $x^6$ -os tagjának együtthatóját!

## 7. FELADAT. (3+3p)

a) Adjunk meg egy szükséges feltételt ahhoz, hogy egy kétváltozós, parciálisan deriválható függvénynek egy adott pontban lokális minimuma legyen!

b) Hol és milyen lokális szélsőértéke van az alábbi függvénynek?

$$f(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{2} - 3xy$$

## 8. FELADAT. (3+3p)

a) Egy ábrán szemléltetve adjuk meg a hengerkoordináták jelentését! Írjuk fel ezen koordinátákkal a szokásos Descartes-koordinátákat!

b) Adjuk meg az  $f(x, y, z) = x$  függvény integrálját a  $z = 1$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 1$  felületek által határolt véges testre!

9. FELADAT. (4+2p) Adjuk meg az

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{ha } -\pi \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x < \pi \end{cases}$$

$2\pi$ -periodikus függvény Fourier-sorában  $\sin(5x)$  együtthatóját! Mekkora lesz a Fourier-sor összege az  $x = 0$  pontban?