# Hagyományos folytonos szabályozók tervezése

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{5}{1+10s}$. Tervezzen *PI* szabályozót a szakaszhoz póluskiejtési technikával.

a./ Adja meg a szabályozó átviteli függvényét.

b./Vázolja fel a felnyitott kör Bode diagramját. Adja meg a vágási körfrekvenciát és a $\varphi_t$ fázistöbbletet.

c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét! Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét!

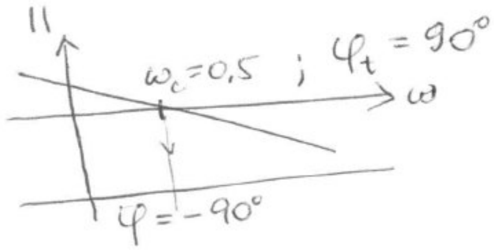
d./ A megadott szabályozó mellett mekkora holtidő adható a szakaszhoz, hogy a fázistöbblet $\varphi_t = 60^{\circ}$ legyen?

e./ Mekkora járulékos holtidő beiktatásával kerül a zárt szabályozási kör a stabilitás határhelyzetébe?

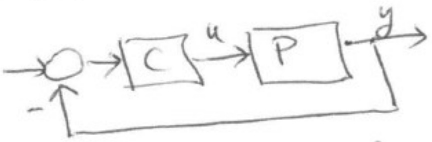
**5 pont**

1.) a.) $C(s)=\dfrac{1+10s}{10s}$

b.) $L(s)=C(s)\cdot P(s)=0{,}5/s$




c.)




$y(t=0)=0$ ; $y(t\to\infty)=1$

$u(t=0)=1$ ; $u(t\to\infty)=1/5=0{,}2$

d.) $-\omega_c T_H=-\dfrac{\pi}{6}$ ; $0{,}5\cdot T_H=\dfrac{\pi}{6}\ \rightarrow\ T_H=\dfrac{\pi}{3}$

e.) $-\omega_c T_{Hkr}=-\dfrac{\pi}{2}$ ; $0{,}5\cdot T_{Hkr}=\dfrac{\pi}{2}\ \rightarrow\ T_{Hkr}=\pi$

**1.** Legyen a zárt körben irányítandó folytonos folyamat átviteli függvénye **4 pont**

$$P(s)=\frac{1}{(s+5)(s+10)}.$$

Határozza meg azt a póluskiejtéses PI szabályozót, amely mellett a nyitott rendszer fázistartaléka 45°! Egységugrás alakú alapjel esetén adja meg az $u(t)$ beavatkozójel értékét a $t=0$ időpillanatban! Mekkora lesz $\lim\limits_{t\to\infty}u(t)$ értéke?

1. $C(s)=\dfrac{K(s+5)}{s}$ $\quad L(s)=\dfrac{K}{s(s+10)}$, a fázistartalék feltételből $\omega_c=10$, az abszolút érték feltételből $\left|\dfrac{K}{\omega(j\omega+10)}\right|_{\omega=\omega_c}=1 \quad\Rightarrow\quad K=100\sqrt{2}$

$u(0)=100\sqrt{2}\qquad u_\infty=50$

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s) = \dfrac{9}{s^2}$.

a./ Egységnyi átviteli tényezőjű arányos szabályozóval stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

b./ Alkalmazzunk *PD* szabályozót, amelynek átviteli függvénye: $C(s) = \dfrac{1+s}{1+0.05s}$.

Vázolja fel a felnyitott kör közelítő BODE diagramját! (aszimptotikus amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram.) Jelölje be a diagramon a vágási körfrekvenciát és a fázistöbbletet. Stabilis-e a szabályozás? Válaszát indokolja!

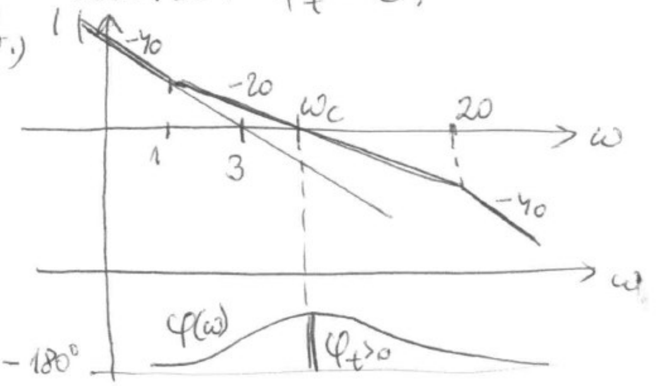
c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a *PD* szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

d./ Mekkora állandósult hibával követi a szabályozott jellemző a sebességugrás és a gyorsulásugrás alapjelet?

**5 pont** ☐

1. a.) A szabályozás a stabilitás határán van. A karakterisztikus egyenlet $s^2+9=0$; $s_{1,2}=\pm j3$. Illetve: $\varphi_t=0$.

b.)




A szabályozás strukturálisan stabilis. $\varphi_t>0$ (bármilyen erősítésre.)

c.) $y(0)=0$; $y(t\to\infty)=1$.
$u(0)=20$; $u(t\to\infty)=0$.

d.) A sebességugrást 0 hibával, a gyorsulásugrást $1/K = 1/9$ állandósult hibával követi.

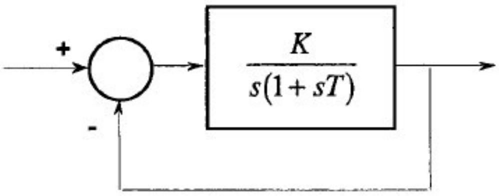
2. Tekintsünk egy merev visszacsatolású zárt szabályozási kört, amelyben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=\dfrac{K}{s(1+sT)}$. Határozza meg $K$ azon értékét, amely mellett a zárt kör csillapítása $\xi=\sqrt{2}/2=0.707$.

2. $K=\dfrac{0.5}{T}$ (242-243. oldal)

**Egytárolós integráló maradék rendszer**

Legyen a maradék rendszer most az 8.23. ábra szerinti, amelynek hurokátviteli függvénye

$$L(s)=\frac{K}{s(1+sT)}=\frac{1}{sT_{\mathrm{I}}(1+sT)} \quad ; \quad L(j\omega)=\frac{K}{j\omega(1+j\omega T)}=a(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \tag{8.30}$$




8.23. ábra Holtidős integráló maradék rendszer

A zárt rendszer eredő átviteli függvénye, azaz a kiegészítő érzékenységi függvény (8.30) alapján

$$T(s)=\frac{K}{K+s+Ts^2}=\frac{1}{1+\frac{1}{K}s+\frac{T}{K}s^2}=\frac{1}{1+2\xi\tau s+\tau^2 s^2} \tag{8.31}$$

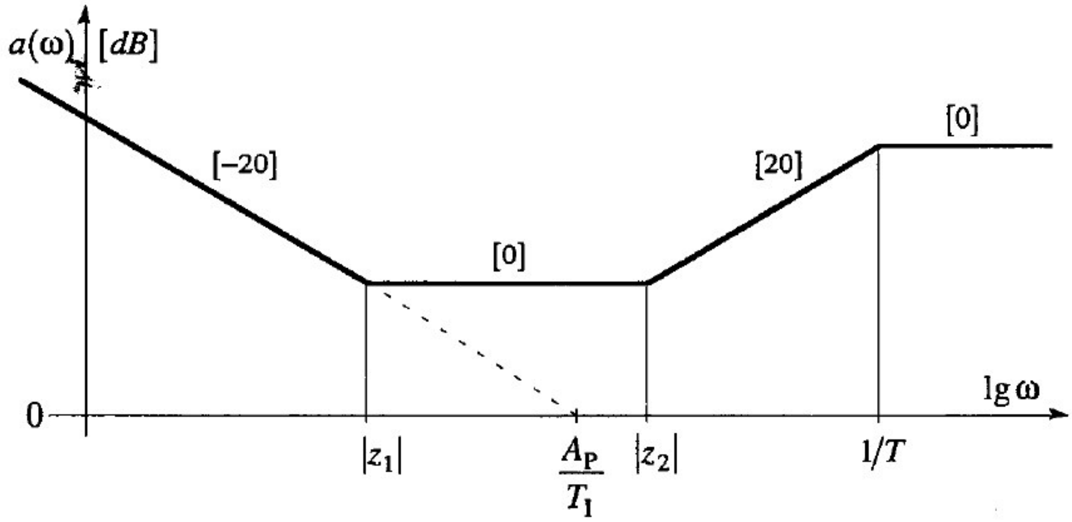
tehát egy másodrendű ideális lengő tag, amelynek csillapítási tényezője a körerősítéssel pontosan beállítható. Együttható összehasonlítással kapjuk, hogy

$$K=\frac{1}{4\xi^2 T} \quad ; \quad \frac{T_{\mathrm{I}}}{T}=4\xi^2 \tag{8.32}$$

A közismerten "szép" átmeneti tranzienst nyújtó $\xi=\sqrt{2}/2\cong 0.707$ csillapítási tényezőt a $K=0.5/T$ körerősítéssel kapjuk. A bizonyos alkalmazásoknál nagy jelentőségű aperiodikus beállás $\xi\geq 1$ határhelyzetének a $K\leq 0.25/T$ érték felel meg.

3. Minőségileg helyesen vázolja fel a $C(s) = A_P \dfrac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{sT_I(1+sT)}$ közelítő PID szabályozó aszimptotikus BODE amplitúdó diagramját!

3. 228.oldal, 8.7./a ábra.




1. Egy egytárolós integráló maradék rendszer esetén ( $L(s)=\dfrac{K}{s(1+sT)}$ ) írja fel a $\varphi_t$ fázistartalékra és az $\omega_c$ metszési körfrekvenciára vonatkozó szögfeltételt és abszolút érték feltételt!

243. oldal: $-\dfrac{\pi}{2} - arctg(\omega T) = -\pi + \varphi_t \quad \Rightarrow \quad \varphi_t = \dfrac{\pi}{2} - arctg(\omega T)$

$$\frac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega = \omega_c = \ldots$$

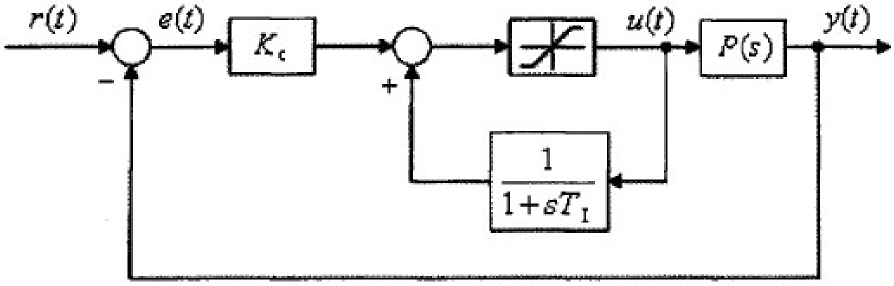
2. Tekintsünk egy merev visszacsatolású zárt szabályozási kört, amelyben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=\dfrac{K}{s(1+s)}$. Határozza meg $K$ azon értékét, amely mellett a zárt kör csillapítása $\xi=0.6$.

2. $$L(s) = \frac{K}{s(1+s)} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{L}{1+L} = \frac{\dfrac{K}{s(1+s)}}{1+\dfrac{K}{s(1+s)}} = \frac{K}{s^2+s+K} = \frac{\omega_o^2}{s^2+2\xi\omega_o s+\omega_o^2}$$

$$\omega_o = \sqrt{K} \quad \Rightarrow \quad 2\xi\sqrt{K} = 1, \quad \sqrt{K} = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{1.2}, \quad K = 0.69$$

**3.** Mutassa be a PI szabályozó Foxboro-féle megvalósításának blokkvázlatát, ismertesse a működését és taglalja a megvalósítás előnyös tulajdonságát!

Egy további lehetőséget is bemutatunk a telítés bekövetkezésének észlelése után a szabályozó integráló összetevőjének bemenetére kerülő jel nullázására (az integrátor "reszetelésére").




8.30. ábra FOXBORO szabályozó

Az integrátor visszaállításának ("reszetelésének") hátránya az, hogy amikor a szabályozó kikerül a korlátozásból, a szabályozó és a folyamat állapotváltozói között illesztetlenség jön létre, ami a szabályozás leromlásához vezet. Ezt egy olyan struktúrával lehet kompenzálni, ahol a folyamat és a szabályozó bemenetét hasonlóan korlátozzuk, azaz a szabályozót a telítés visszacsatoló ágába tesszük. Ennek egyik tipikus példája a FOXBORO szabályozó (8.30. ábra), ami egy korlátozott *PI* szabályozásnak felel meg.

Ugyanis ha a szabályozó nincs korlátozva, akkor a pozitívan visszacsatolt egytárolós tag átviteli függvénye *PI* szabályozónak felel meg:

$$C(s) = A_P \frac{1}{1-\frac{1}{1+sT_I}} = A_P \frac{1+sT_I}{sT_I}. \qquad (8.50)$$

Ebben a struktúrában nem lép fel az "elintegrálódás" jelensége.

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+50s}e^{-20s}$.
Tervezzen PI szabályozót a szakaszhoz póluskiejtési technikával 60°-os fázistöbbletre!
a./ Adja meg a szabályozó átviteli függvényét!
b./ Vázolja fel a felnyitott kör Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe)! Adja meg a vágási körfrekvenciát!
c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét! Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét!

**5 pont**

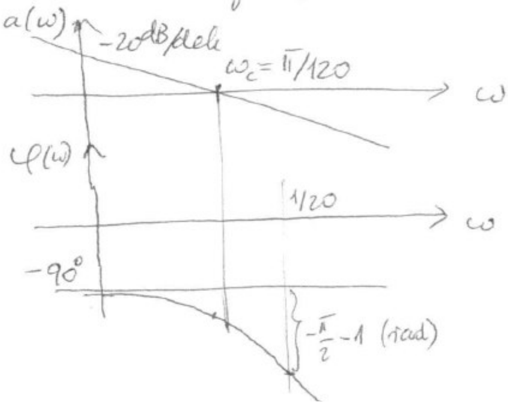
1.) $P(s) = \dfrac{1}{1+50s} e^{-20s}$

a.) $\boxed{C_{PI}(s) = k_c \dfrac{1+50s}{50s}}$ ; $L(s) = C_{PI}(s) \cdot P(s) = \dfrac{k_c}{50s} e^{-20s}$

$\varphi(\omega_c) = -\dfrac{\pi}{2} - 20\,\omega_c = -\dfrac{2\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\omega_c = \dfrac{\pi}{120}}$

$|L(j\omega_c)| = 1 = \dfrac{k_c}{50\,\omega_c} \Rightarrow \boxed{k_c = \dfrac{50\pi}{120} = \dfrac{5\pi}{12}}$

b.) Bode diagram:




c.) Típusszám: 1

$y(0) = 0$ ; $y(t\to\infty) = 1$

$u(0) = k_c$ ; $u(t\to\infty) = 1$.

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)}$.

a./ Adja meg a póluskiejtéses PID szabályozó algoritmusát. A szabályozó átviteli tényezője $k_c$, PD részének túlvezérlési aránya 5.

b./ Határozza meg $k_c$ azon értékét, amelynél a zárt kör kéttárolós lengő taggal megadható eredő átviteli függvényében a csillapítási tényező $\xi = 0.6$!

c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

d./ Mekkora állandósult hibával követi a szabályozott jellemző a sebességugrás és a gyorsulásugrás alapjelet?

**5 pont** $\square$

1.) $P(s)=\dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)}$; $\quad L(s)=C\cdot P=\dfrac{k_c}{10s(1+s)}$

a.) $C(s)=k_c\,\dfrac{1+10s}{10s}\cdot\dfrac{1+5s}{1+s}$; $\quad T(s)=\dfrac{L}{1+L}$

$$T(s)=\frac{\dfrac{k_c}{10s(1+s)}}{1+\dfrac{k_c}{10s(1+s)}}=\frac{k_c}{10s(1+s)+k_c}=\frac{1}{1+\dfrac{10}{k_c}s+\dfrac{10}{k_c}s^2}$$

$$T(s)=\frac{1}{1+2\xi Ts+T^2s^2};\quad 2\xi T=\frac{10}{k_c};\quad T^2=\frac{10}{k_c}$$

b.) $$2\xi\sqrt{\frac{10}{k_c}}=\frac{10}{k_c}\Rightarrow k_c=\frac{10}{4\xi^2}=\frac{5}{2\cdot 0{,}36}=6{,}94$$

c.) $y(0)=0$; $\quad y(t\to\infty)=1$

$u(0)=5\cdot k_c$; $\quad u(t\to\infty)=1$

d.) A $t\cdot 1(t)$ alapjel követési hibája $10/k_c$.
A gyorsulásugrást a rendszer nem tudja követni.

2. Hogyan módosul egy szabályozási kör fázistöbblete, ha a szakasz egy $T_d$ nagyságú soros holtidős taggal egészül ki?

2. Csökken $\omega_c T_d$ (radiánban értendő) értékkel.

1. Egy folytonos, merev (egységnyi) visszacsatolású szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{4}{s^2}$

a./ Egységnyi szabályozóval stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja.

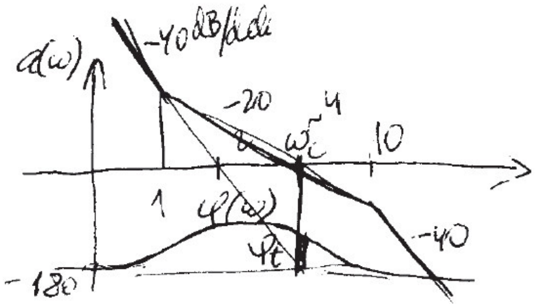
b./ Kompenzálja a szabályozást egy egységnyi átviteli tényezőjű közelítő PD szabályozóval, amelynek túlvezérlési aránya 10, és a számlálójában lévő időállandóból adódó töréspont a Bode diagramban az a./ pontban megadott rendszer vágási körfrekvenciájának fele.
Adja meg a szabályozó átviteli függvényét.

c./ Írja fel a felnyitott kör átviteli függvényét. Vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (abszolútérték és fázisszög diagram). Jelölje be a fázistöbbletet.
Adja meg a fázistöbblet analitikus kifejezését!

d./ Sebességugrás alapjelre adja meg a beavatkozójel kezdeti és végértékét! **4 pont**

1. a./ Egységnyi szabályozóval a szabályozás a stabilitás határán van.
(A felnyitott kör Nyquist diagramja a negatív valós tengelyen halad, átmegy a -1 ponton.)

b./ $C(s)=\frac{1+s}{1+0.1s}$




c./ $L(s)=\frac{4(1+s)}{s^2(1+0.1s)}$

$\omega_c \approx 4$

$\varphi_t = 180-180+arctg\omega_c - arctg0.1\omega_c = arctg\omega_c - arctg0.1\omega_c$

d./ $u(0)=0$; $u(\infty)=0$.

1. A $P(s)=\frac{e^{-5s}}{1+10s}$ holtidős egytárolós szakaszhoz tervezzen PI szabályozót $\varphi_t = 60^\circ$ fázistöbbletre.
Adja meg a szabályozó átviteli függvényét!
Adja meg a felnyitott kör átviteli függvényét. Mekkora a vágási körfrekvencia?

Egységugrás alapjelre mekkora a beavatkozójel kezdeti és végértéke?

1. A szabályozó átviteli függvénye:

$$C(s)=k_c\frac{1+10s}{10s};\quad L(s)=k_c\frac{1+10s}{10s}\cdot\frac{e^{-5s}}{1+10s}=\frac{k_c}{10s}e^{-5s}$$

A fázisszögre:

$$-\frac{\pi}{2}-5\omega_c=-\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\omega_c=\frac{\pi}{30}$$

Az abszolút érték $\omega_c$ -nél egységnyi.

$$\frac{k_c}{10\omega_c}=1\quad\Rightarrow k_c=10\omega_c=\frac{\pi}{3}$$

A beavatkozójel kezdeti és végértéke: $u(0)=k_c$; $u(\infty)=1$

1. Legyen a szabályozott szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{2e^{-5s}}{(1+s)(1+2s)}$. Folytonos szabályozási körben alkalmazzunk egy ideális $C(s)=A_c\dfrac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{s}$ *PID* szabályozót. Állapítsa meg a $T_I$ és $T_D$ paraméterek szokásos méretezését és határozza meg $A_c$-t úgy, hogy a zárt rendszer fázistöbblete $45°$ legyen! Ha a differenciáló hatásban egy tárolós időállandót is alkalmazunk, mennyi legyen annak nagysága, ha a beavatkozó szerv 5-szörös ugrást tud csak leképezni?

**4 pont** ☐

1.) Póluskiejtést alkalmazunk.

$\boxed{T_I = 2}$ ; $\boxed{T_D = 1}$.

A nyitott kör: $L = C \cdot P = \dfrac{2A_c}{s} e^{-5s}$

$$L(j\omega) = \frac{2A_c}{j\omega} e^{-5j\omega}$$

$$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - 5\omega_c = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \quad ; \quad 5\omega_c = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega_c = \frac{\pi}{20}$$

$$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{2A_c}{\omega_c} \Rightarrow \boxed{A_c = \frac{\omega_c}{2} = \frac{\pi}{40}}$$

Nem ideális PID:

$$C(s) = A_c \frac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{s(1+sT_1)}$$

A kezdeti érték $u(0)$ a legnagyobb. $t=0$-ban $y(0)=0$.

$$\xrightarrow{r} \boxed{C} \xrightarrow{u(0)}$$

$$u(0) = \lim_{s\to\infty} \cancel{s}\frac{1}{\cancel{s}} A_c \frac{\left(\frac{1}{s}+T_I\right)}{1} \cdot \frac{\frac{1}{s}+T_D}{\frac{1}{s}+T_1} = A_c \frac{T_I T_D}{T_1} = 5$$

Tehát $\boxed{T_1 = A_c \dfrac{T_I T_D}{5} = \dfrac{\pi}{40}\,\dfrac{2}{5} = \dfrac{\pi}{100}}$

2. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{1+10s}$.

a./ Adja meg a póluskiejtéses PI szabályozó algoritmusát. Határozza meg paramétereinek értékeit $60°$ fázistöbblet biztosítására.

b./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét. **4 pont** ☐

2.) $C_{PI}(s) = k_c \dfrac{1+10s}{10s}$

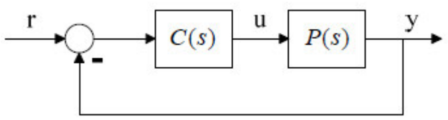
a.) $L(s) = \dfrac{k_c}{10s} e^{-2s}$

$-\dfrac{\pi}{2} - 2\omega_c = -\dfrac{2\pi}{3}$. $\quad 2\omega_c = \dfrac{\pi}{6}$ ; $\omega_c = \dfrac{\pi}{12}$

$\dfrac{k_c}{10\omega_c} = 1$ ; $k_c = 10\omega_c = \dfrac{10\pi}{12} = \dfrac{5\pi}{6}$

b.) $y(0) = 0$ ; $y(\infty) = 1$ ; $u(0) = k_c$ ; $u(\infty) = 1$

**1.** Az alábbi zárt szabályozási körben




$P(s)=\dfrac{5}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$ és $C(s)=3\dfrac{1+sT_I}{s}\dfrac{1+s\tau}{1+sT}$. A $C(s)$ soros szabályozót póluskiejtéses szabályozóként tervezzük meg. A megtervezett szabályozóval kialakított zárt szabályozási körben $\omega=2$ rad/sec frekvenciájú szinuszos *alapjelet* alkalmazva azt tapasztaljuk, hogy az $y$ kimenőjel állandósult állapotban 45°-os fáziskésleltetéssel követi az $r$ alapjelet. Mekkora a szabályozó $T$ paramétere? **4 pont** ☐

1.

$T_I = T_1 \qquad \tau = T_2$

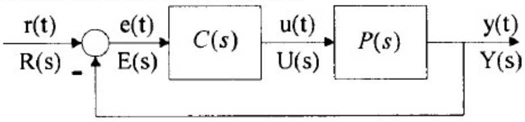
$$L(s) = C(s)P(s) = \frac{15}{s(1+sT)}$$

$$W(s) = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} = \frac{\dfrac{15}{s(1+sT)}}{1+\dfrac{15}{s(1+sT)}} = \frac{15}{Ts^2+s+15}$$

$$W(j\omega) = \frac{15}{15-T\omega^2+j\omega}$$

A fázisfeltételből: $\left.\dfrac{\omega}{15-T\omega^2}\right|_{\omega=2} = 1$, ahonnan $T = 13/4$

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.




A folyamat átviteli függvénye: $P(s) = \dfrac{e^{-2s}}{(1+5s)(1+10s)}$.

Póluskiejtéses PID szabályozót alkalmazunk, amelynek átviteli függvénye $C(s) = \dfrac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{sT_I(1+sT_D/N)}$.

a./ Adja meg a $T_I$ és $T_D$ paraméterek értékét! Válassza meg $N$ értékét úgy, hogy egységugrás alapjelre az u(t) beavatkozójel kezdeti értéke 10 legyen!

b./ Vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe). A közelítő amplitúdó diagram alapján adja meg a vágási körfrekvencia értékét. Jelölje be a diagramon a fázistöbbletet. Adja meg a fázistöbblet analitikus kifejezését is. Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

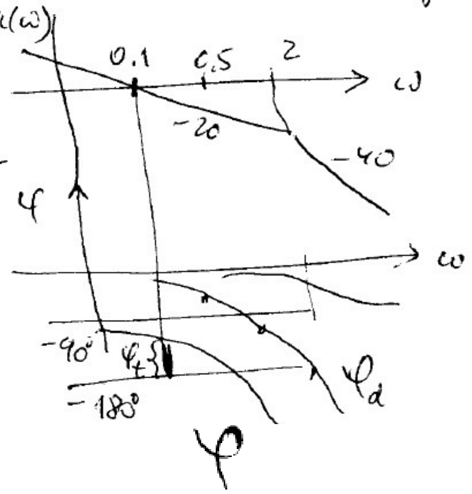
**4 pont**

1.) a.) $\boxed{T_I = 10 \;;\; T_D = 5}$;

$u(0) = 10 = \lim\limits_{s\to\infty} \frac{1}{s} s\, C(s) = \boxed{N = 10}$

mivel $t=0$-ban a visszacsatoló jel 0.

b.) $L(s) = \dfrac{e^{-2s}}{10s(1+0.5s)}$

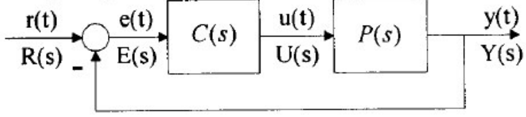



$\varphi_t = 180° - 90° - \mathrm{arctg}\, 0{,}5\cdot 0{,}1 - 0{,}1\cdot 2\cdot 180/\pi =$

$= 90° - \mathrm{arctg}\, 0{,}05 - 36/\pi$

$\varphi_t > 0$, stabilis.

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.




A folyamat átviteli függvénye: $P(s) = \dfrac{e^{-0.5s}}{(1+2s)(1+4s)}$

Póluskiejtéses PID szabályozót alkalmazunk, amelynek átviteli függvénye $C(s) = \dfrac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{sT_I(1+sT_D/N)}$.

a./ Adja meg a $T_I$ és $T_D$ paraméterek értékét! Válassza meg $N$ értékét úgy, hogy egységugrás alapjelre az u(t) beavatkozójel kezdeti értéke 5 legyen!

b./ Vázolja fel a <u>felnyitott</u> kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe). A közelítő amplitúdó diagram alapján adja meg a vágási körfrekvencia értékét. Jelölje be a diagramon a fázistöbbletet. Adja meg a fázistöbblet analitikus kifejezését is. Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

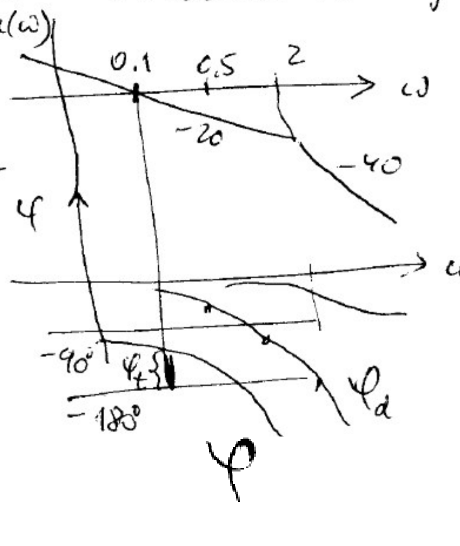
**4 pont** 4

1.) a.) $\boxed{T_I = 10\ ;\ T_D = 5}$ ;

$u(0) = 10 = \lim\limits_{s\to\infty} \frac{1}{s} s\, C(s) = \boxed{N = 10}$

mivel t = 0-ban a visszacsatoló jel 0.

b.) $L(s) = \dfrac{e^{-2s}}{10s(1+0.5s)}$




$\varphi_t = 180° - 90° - \mathrm{arctg}\, 0.5\cdot 0.1 - 0.1\cdot 2\cdot 180/\pi =$

$= 90° - \mathrm{arctg}\, 0.05 - 36/\pi$

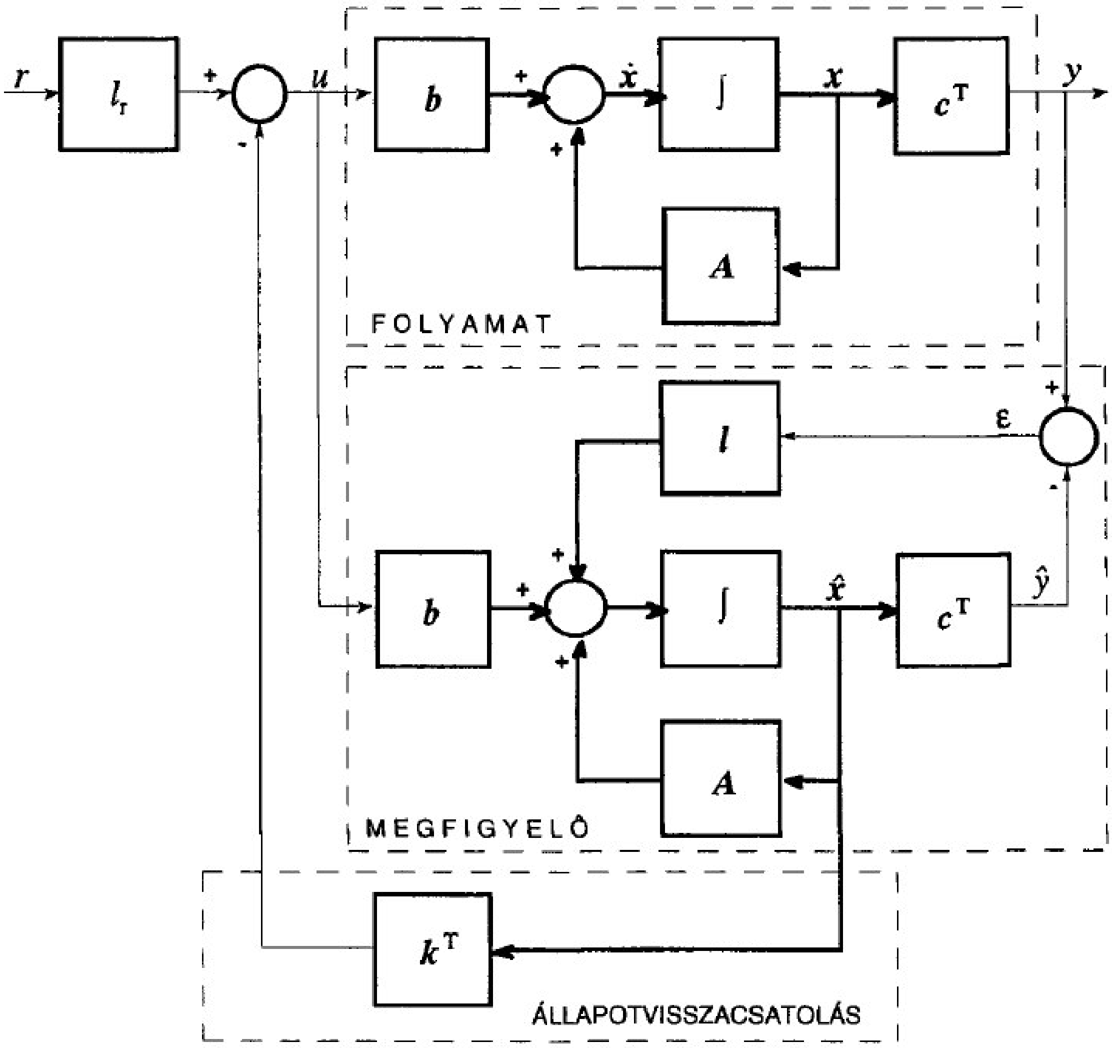
$\varphi_t > 0$, stabilis.

**Állapotvisszacsatolás (folytonos, mintavételes), Irányíthatóság-megfigyelhetőség**

1. Folytonos idejű rendszerekre írja fel az állapotvisszacsatolás Ackermann-féle összefüggését, fogalmazza meg az összefüggés alkalmazhatóságának feltételét és adja meg az összefüggésben szereplő tényezők értelmezését!

1. $\boldsymbol{k}^T = [0,0,...,0,1]\boldsymbol{M}_c^{-1}\alpha_c(\boldsymbol{A})$, ahol $\boldsymbol{M}_c$ az irányíthatósági mátrix, $\alpha_c(s)$ a zárt rendszer karakterisztikus polinomja, $\boldsymbol{k}^T$ az állapotvisszacsatoló vektor. Az összefüggés akkor alkalmazható, ha az $\{\boldsymbol{A},\boldsymbol{b}\}$ irányítható.

5. Folytonos rendszerekre adja meg a megfigyelővel működő állapotvisszacsatolás blokkvázlatát!

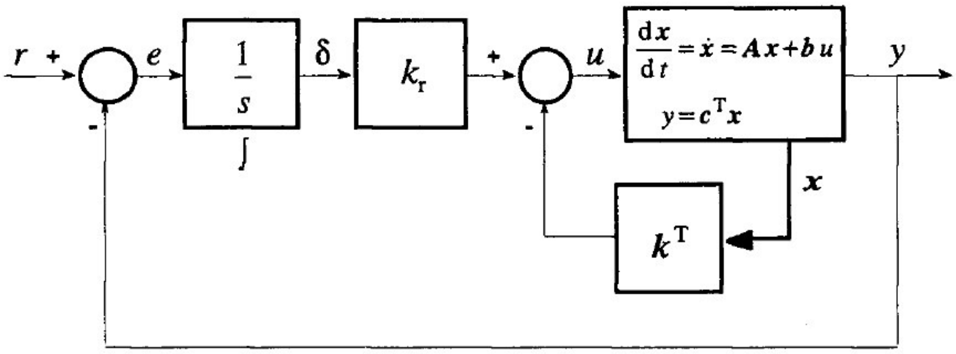



9.4. ábra Állapotvisszacsatolás megfigyelő alkalmazásával

b/ Hogyan befolyásolják a zárt szabályozási kör előírt pólusai a megfigyelő dinamikáját?

b/ Nem befolyásolják, független tőle.

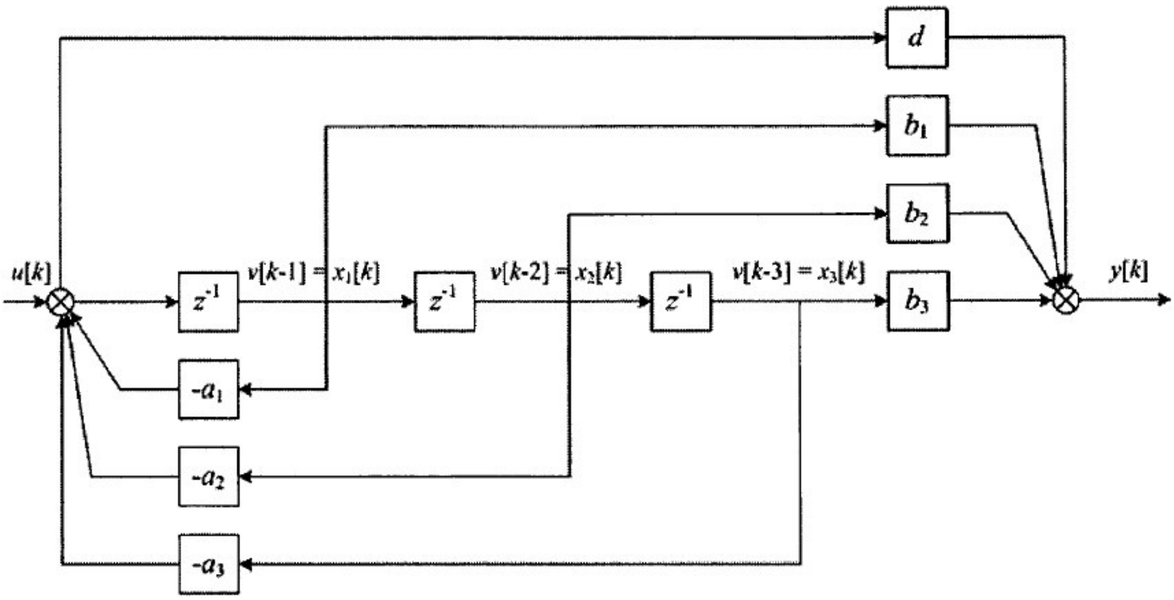
3. $d = 0$ választás mellett mutassa be az állapotvisszacsatolás és az integráló szabályozó együttes alkalmazásának blokkvázlatát!




9.10. ábra Állapotvisszacsatolás és integráló szabályozó együttes alkalmazása

6. Vázolja fel a $G(z) = \dfrac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$ impulzusátviteli függvény egy irányítható kanonikus állapotteres reprezentációjának blokkvázlatát és adja meg az állapotteres leírás $\{\mathbf{F}, \mathbf{g}, \mathbf{c}^T, d\}$ paramétereit!

6. 11.20. ábra (317. oldal) redukálva másodrendű esetre, de az állapotváltozók más sorrendje is felvehető.




11.21. ábra Az irányítható kanonikus alak realizációja

**6.** Adja meg az

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{F}\mathbf{x}[k] + \mathbf{g}u[k]$$
$$y[k] = \mathbf{c}^T\mathbf{x}[k] + du[k]$$

állapotmodell $G(q)$ impulzusátviteli operátorának a kifejezését!

6.

$$q\mathbf{x}[k] = \mathbf{F}\mathbf{x}[k] + \mathbf{g}u[k]$$
$$\mathbf{x}[k] = (q\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{g}u[k]$$
$$y[k] = \mathbf{c}^T\mathbf{x}[k] + du[k] = \mathbf{c}^T(q\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{g}u[k] + du[k]$$

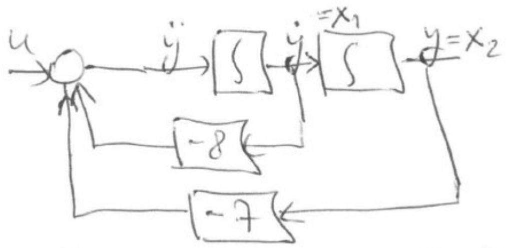
$$G(q) = \mathbf{c}^T(q\mathbf{I} - F)^{-1}\mathbf{g} + d$$

2. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen: $P(s) = \dfrac{1}{s^2 + 8s + 7} = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$

Írja fel a $P(s)$ átviteli függvénnyel megadott folyamat irányítható kanonikus állapotteres modelljét! (Segítség: $y = x_2$; $\dot{x}_2 = x_1$)

A $\boldsymbol{k}^T = [1 \quad 2]$ erősítési vektoron keresztül a fenti állapotváltozókkal negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva határozza meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a zárt rendszer pólusait.

2.) $\dfrac{Y}{U} = \dfrac{1}{s^2+8s+7}$ ; $\ddot{y} + 8\dot{y} + 7y = u$




$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u - 8x_1 - 7x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -8 & -7 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b} u \quad ; \quad y = \underbrace{[0 \quad 1]}_{c} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

Az állapotvisszacsatolt kör karakterisztikus egyenlete:

$$\det(s\underline{I} - A + b \cdot k^T) = 0$$

$$\det\left\{\begin{bmatrix} s+8 & 7 \\ -1 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}[1\cancel{0} \quad 2]\right\} = \det\begin{bmatrix} s+\cancel{18}\,9 & 9 \\ -1 & s \end{bmatrix}$$

$$s^2 + \underset{9}{\cancel{18}}s + 9 = 0 \quad \text{kar. egy.}$$

$$s_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{45}}{2}$$

Bal oldali, stabilis pólusok!

3. Származtassa az $\boldsymbol{x}[k+1] = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k] + \boldsymbol{g}u[k]$ diszkrét állapotegyenlet $\boldsymbol{F}$ mátrixát és $\boldsymbol{g}$ vektorát a folytonos rendszer állapotegyenletének $\boldsymbol{A}$ mátrixából és $\boldsymbol{b}$ vektorából! **4 pont**

3.) A folytonos állapotegyenlet:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + b u(t)$$
$$y(t) = c^T x(t) + d u(t)$$

A diszkrét állapotegyenlet: $T_s$ : mv idő

$$x[k+1] = F x[k] + g u[k]$$

ahol $F = e^{AT_s}$ ; $g = \int_0^{T_s} e^{A\lambda} d\lambda \cdot b = A^{-1}(e^{AT_s} - I) b$ ha $A$ invertálható.

2. A lineáris folytonos rendszer állapotmátrixai: $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}, d$. Adja meg a nyitott rendszer karakterisztikus egyenletét. Állapotvisszacsatolásos szabályozót alkalmazunk $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ visszacsatoló vektorral. Adja meg az állapotvisszacsatolásos rendszer blokk-diagramját és karakterisztikus egyenletét! **5 pont**

2. A nyitott rendszer karakterisztikus egyenlete

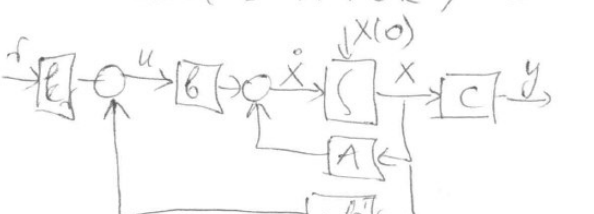
$$\det(sI - A) = 0$$

Az állapotvisszacsatolt r. kar. egyenlete:

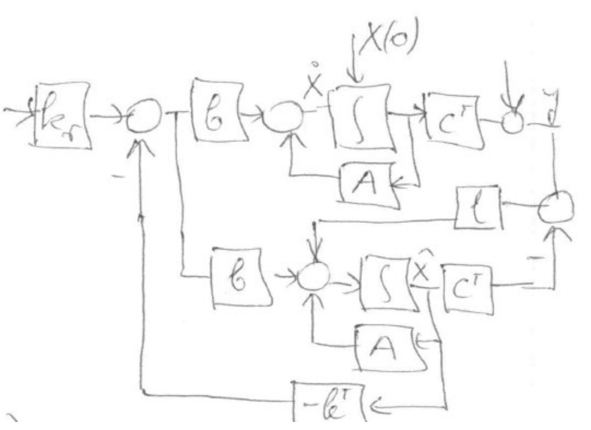
$$\det(sI - A + b k^T) = 0$$

2. A lineáris folytonos rendszer állapotmátrixai: $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}, d$. Adja meg a nyitott rendszer karakterisztikus egyenletét. Állapotvisszacsatolásos szabályozót alkalmazunk $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ visszacsatoló vektorral. Adja meg az állapotvisszacsatolásos rendszer blokk-diagramját és karakterisztikus egyenletét! Hogyan módosul a struktúra megfigyelő alkalmazásával? **5 pont**

2.) $\det(sI - A) = 0$ (kar. egy.)
állapotvisszacsatolással:
$\det(sI - A + b k^T) = 0$




megfigyelővel:



3. Vezesse le a diszkrét rendszer $\begin{array}{l} \boldsymbol{x}[k+1]=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k]+\boldsymbol{g}u[k] \\ y[k]=\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[k]+du[k] \end{array}$ állapotegyenletéből a $G(z)$ impulzusátviteli függvényt!

**4 pont** ☐

3.) $zX(z) = FX(z) + gu(z)$

$$X(z) = (zI - F)^{-1} g u(z)$$

$$Y(z) = \left[c^T (zI-F)^{-1} g + d\right] U(z)$$

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = c^T (zI - F)^{-1} g + d$$

1. Folytonos idejű állapotteres rendszerekre írja fel a nyitott és az állapotvisszacsatolással kapott zárt kör karakterisztikus egyenletét!

**3 pont**

1. $\alpha_{ny} = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \qquad \alpha_z = \det\left(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k}^T\right) = 0$

6. Számítson ki a $P(s) = \dfrac{-10}{(s+2)(s-5)}$ átviteli függvényű labilis folyamathoz egy stabilizáló állapotvisszacsatoló vektort ! (Használja az órán tanult tükrözéses módszert!)

**4 pont** ☐

6.) $P(s) = \dfrac{-10}{(s+2)(s-5)} = \dfrac{-10}{\mathcal{A}(s)}$

ahol $\mathcal{A}(s) = (s+2)(s-5) = s^2 - 3s - 10 = s^2 + a_1 s + a_2$

A labilis $p_2 = 5$ pólust tükrözzük a képzetes tengely $p_2 = -5$ bal fél síkjára. Ezzel a tervezési polinom legyen

$$\mathcal{R}(s) = (s+2)(s+5) = s^2 + 7s + 10 = s^2 + r_1 s + r_2$$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$$k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [7 - (-3) \quad 10 - (-10)] = [10 \quad 20]$$

4. Számítsa ki a $P(s) = \dfrac{-8}{(s+4)(s-2)}$ átviteli függvényű folyamatot stabilizáló állapovisszacsatoló $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ vektort! Használja az órán tanult labilis pólust tükröző módszert! **4 pont**

4.) A jegyzet 283. oldala alapján (részben minta 10.1 példa)

$$\frac{Y}{U} = P = \frac{B}{A} = \frac{-8}{(s+4)(s-2)} \quad , \quad p = 2 \text{ pólusa labilis.}$$

Keressük azt a $C = Y/X$ szabályozót, amely stabilizálja a folyamatot az

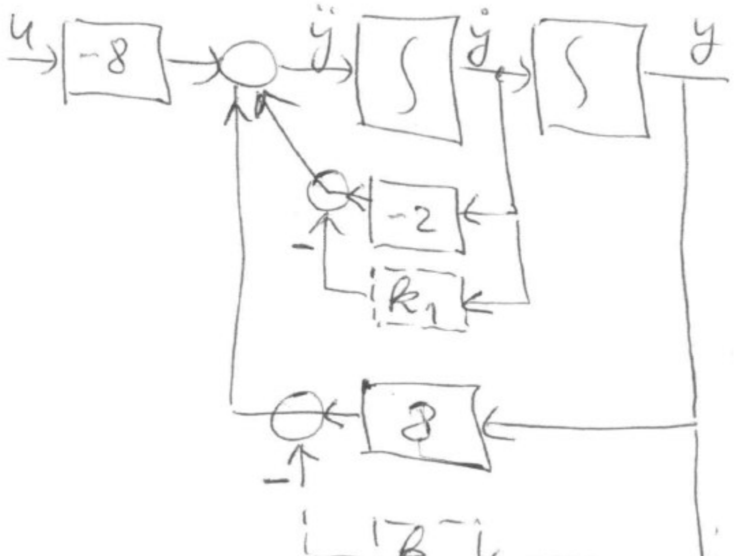
$\mathcal{R}(s) = (s+4)(s+2)$ karakterisztikus polinom előírásával (tükrözés). $\mathcal{R}(s) = s^2 + r_1 s + r_2$

$A(s) = (s+4)(s-2) = s^2 + 2s - 8 = s^2 + a_1 s + a_2$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [6 - 2 \quad 8 - (-8)] = [4 \quad 16]$

Ugyanis:




vagy így:

$-2 - k_1 = -6$

$k_1 = 4$

$8 - k_2 = -8$

$k_2 = 16$

4. Számítsa ki a $P(s)=\dfrac{-6}{(s+3)(s-2)}$ átviteli függvényű folyamatot stabilizáló állapovisszacsatoló $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ vektort! Használja az órán tanult labilis pólust tükröző módszert! **4 pont** ☐

4.) $P(s)=\dfrac{-6}{(s+3)(s-2)}=\dfrac{-6}{\mathcal{A}(s)}$

ahol $\mathcal{A}(s)=(s+3)(s-2)=s^2+s-6=s^2+a_1s+a_2$

A labilis $p_2=2$ pólust tükrözzük, $p_2=-2$ legyen.

Ezzel a tervezési polinom legyen

$\mathcal{R}(s)=(s+3)(s+2)=s^2+5s+6=s^2+r_1s+r_2$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$k^T=[r_1-a_1 \quad r_2-a_2]=[5-1 \quad 6-(-6)]=[4 \quad 12]$

4. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen: $P(s)=\dfrac{1}{(s+8)(s+3)}=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$. Írja fel a rendszer állapotteres modelljét, ha $X_1(s)=\dfrac{1}{(s+8)}U(s)$ és $X_2(s)=Y(s)$. $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}=[5 \quad 10]$ erősítési vektoron keresztül a fenti állapotváltozókról negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva határozza meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a zárt rendszer pólusait!

4. $P(s)=\dfrac{1}{(s+8)(s+3)}=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$, $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-8 & 0\\ 1 & -3\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}=[0 \quad 1]$, d=0.

$\alpha_z(s)=\det\left(s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{b}\mathbf{k}^T\right)=s^2+16s+49$; $s_1$=-11.873; $s_2$=-4.127

**2.** Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen $P(s)=\dfrac{1}{(s+8)(s+3)}=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$. Írja fel a rendszer állapotteres modelljét, ha $X_1(s)=\dfrac{1}{(s+8)}U(s)$ és $X_2(s)=Y(s)$. Egy $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ erősítési vektoron keresztül az állapotváltozókról negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva a zárt rendszer karakterisztikus polinomja $R(s)=s^2+12s+29$. Határozza meg $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ értékét! **4 pont** ☐

2. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-8 & 0\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, majd $\left|s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}+\boldsymbol{b}\boldsymbol{k}^T\right|=\begin{vmatrix}s+8+k_1 & k_2\\ -1 & s+3\end{vmatrix}=s^2+(11+k_1)s+24+3k_1+k_2$

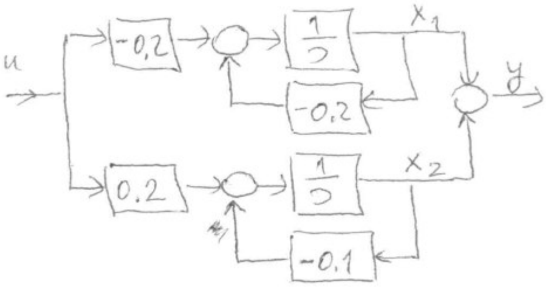
$R(s)=s^2+12s+29=s^2+(11+k_1)s+24+3k_1+k_2$

ahonnan $\boldsymbol{k}=[k_1 \quad k_2]=[1 \quad 2]$ .

2. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen: $P(s) = \dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)} = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$.

Részlettörtekre bontás alapján adja meg a folyamat állapotteres modelljét! A $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}} = [1 \quad 3]$ erősítési vektoron keresztül a fenti állapotváltozókkal negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva határozza meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a zárt rendszer pólusait! **5 pont**

2.) $P(s) = \dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)} = \dfrac{\alpha}{1+5s} + \dfrac{\beta}{1+10s}$; $\alpha = -1$, $\beta = 2$




$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0{,}2 & 0 \\ 0 & -0{,}1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -0{,}2 \\ 0{,}2 \end{bmatrix}}_{b} u$$

$$y = \underbrace{[1 \quad 1]}_{c^T} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

Kar. egy.: $\det(sI - A + b k^T) = 0$

$$\det\left\{ \begin{bmatrix} s+0.2 & 0 \\ 0 & s+0{,}1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0{,}2 \\ 0{,}2 \end{bmatrix} [1 \quad 3] \right\} = 0$$

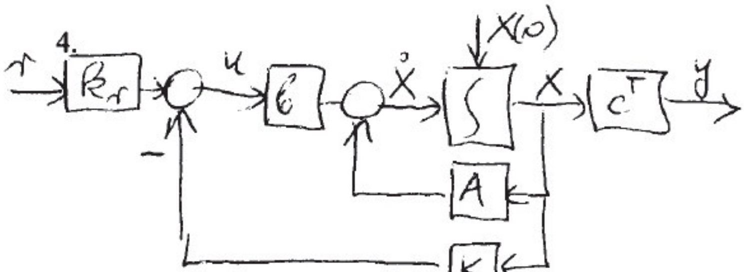
$$\det \begin{bmatrix} s & -0.6 \\ 0.2 & s+0.7 \end{bmatrix} = 0$$

A zárt rsz. pólusai:

$$s^2 + 0.7s + 0.12 = 0 \; ; \quad s_{1,2} = \frac{-0.7 \pm 0.1}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow -0{,}3 \\ \searrow -0{,}4 \end{matrix}$$

**4.** Folytonos rendszerre adja meg az állapotvisszacsatolásos szabályozás blokkvázlatát. Adja meg a folyamat illetve az állapotvisszacsatolt rendszer karakterisztikus egyenletét. Hogyan határozható meg az állapotvisszacsatoló vektor?

4.




$u = -K X$

A folyamat karakterisztikus egyenlete: $\det(s\mathbf{I} - \mathrm{A}) = 0$

Az állapotvisszacsatolt rendszer karaterisztikus egyenlete: $\det(s\mathbf{I} - \mathrm{A} + bK) = 0$

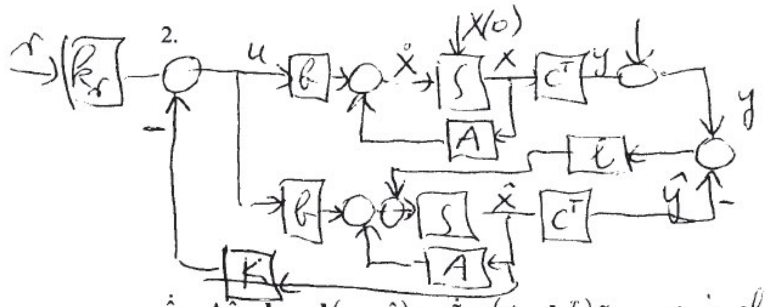
Előírjuk a zárt rendszer pólusait, biztosítsanak gyorsabb működést (legyenek balra a rendszer pólusainál).

$\det(s\mathbf{I} - \mathrm{A} + bK) = (s - s_1)(s - s_2)\ldots(s - s_n)$ Ebből $K$ meghatározható (Ackermann formula).

2. Folytonos rendszerekre vázolja fel az állapotmegfigyeléssel kiegészített állapotvisszacsatolás hatásvázlatát! Adja meg az állapothiba kifejezését.

Adja meg az állapotbecslés és a becslési hiba differenciálegyenletét! **4**

2.




Az állapothiba:

$\tilde{x} = x - \hat{x}$

$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$ ; $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c}^T)\tilde{\mathbf{x}}$ ; mivel $\dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + bu - A\hat{x} - bu - lc^T\tilde{x}$

$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + lc^T\tilde{x}$

vagyis $\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} - lc^T\tilde{x}$

**8.** Adott egy diszkrét szakasz impulzusátviteli függvényével: $G(z) = \dfrac{0.04\,(z+0.8)}{(z-1.02)\,(z-0.6)}$.

A mintavételezési idő $T_s = 0.5$. Alkalmazzon diszkrét állapotvisszacsatolást a szakasz stabilizálására.

A diszkrét zárt rendszer dinamikáját a $T_1 = 5,\ T_2 = 2$ időállandók határozzák meg.

Adja meg a $\mathbf{k}$ állapotvisszacsatoló vektort.

8. $G(z) = \dfrac{0.04\,(z+0.8)}{(z-1.02)\,(z-0.6)} = \dfrac{0.04\,z+0.032}{z^2 - 1.62z + 0.612z} = \dfrac{B(z)}{z^2 + a_1 z + a_2}$, $a_1 = -1.62,\quad a_2 = 0.612$

A diszkrét zárt rendszer pólusai: $z_1 = e^{\frac{T_s}{T_1}} = e^{\frac{0.5}{5}} = 0.9048$, $z_2 = e^{\frac{T_s}{T_1}} = e^{\frac{0.5}{2}} = 0.7788$

A diszkrét zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$R(z) = (z - z_1)(z - z_2) = (z - 0.9048)(z - 0.7788) = z^2 - 1.684\,z + 0.7047 = z^2 + r_1 z + r_2$

A $\mathbf{k}$ visszacsatoló vektort a következőképpen kapjuk:

$\mathbf{k} = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [-1.684 + 1.62 \quad 0.7047 - 0.612] = [-0.0636 \quad 0.0927]$

2. Adja meg a $P(s)=\dfrac{2s+4}{s^2+4s+3}$ átviteli függvényű másodrendű rendszer állapotegyenletét irányítható kanonikus (fázisváltozós) alakban. Határozza meg a $\boldsymbol{k}=\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}$ állapotvisszacsatolást úgy, hogy az állapotvisszacsatolással kapott zárt rendszer pólusai a $p_1=-4$, $p_2=-5$ helyre kerüljenek. **4 pont** ☐

$$2.)\quad P(s)=\frac{2s+4}{s^2+\underset{a_1}{4}s+\underset{a_2}{3}}$$

Irányíthatósági kanonikus (fázisváltozós) alak:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & -3\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u\ ;$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+0\cdot u\ ;$$

$$\det(sI-A+bk)=(s+4)(s+5)$$

$$R(s)=s^2+\underset{r_1}{9}s+\underset{r_2}{20}$$

$$\begin{bmatrix}s+4 & 3\\ -1 & s\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s+4+k_1 & 3+k_2\\ -1 & s\end{bmatrix}$$

$$\det[\ \ ]=s^2+(4+k_1)s+3+k_2=(s+4)(s+5)$$

$$4+k_1=9$$
$$3+k_2=20$$

$$\boxed{\begin{matrix}k_1=5\\ k_2=17\end{matrix}}$$

Vagy automatikusan $k_1=r_1-a_1=9-4=5$ és $k_2=r_2-a_2=20-3=17$

3. Tekintsük a $H(s) = \dfrac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}$ átviteli függvényű harmadrendű rendszer fázisváltozós alakját. Határozza meg a $k = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ visszacsatolás értékét úgy, hogy az állapotvisszacsatolással kapott zárt rendszer pólusai a $p_1 = -1$, $p_2 = -2$, $p_3 = -3$ helyre kerüljenek. **4 pont** ☐

3.) $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad ; \quad y = [b_1 \quad b_2 \quad b_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + 0 \cdot u$$

A zárt kör karakterisztikus egyenlete állapotvisszacsatolással:

$$\det(sI - A + bk) = 0$$

$$\begin{vmatrix} s + a_1 + k_1 & a_2 + k_2 & a_3 + k_3 \\ -1 & s & 0 \\ 0 & -1 & s \end{vmatrix} = s^3 + (a_1 + k_1)s^2 + (a_2 + k_2)s + (a_3 + k_3) = 0$$

Az előírt karakterisztikus egyenlet:

$$(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3) = (s+1)(s+2)(s+3) = s^3 + \underset{r_1}{6} s^2 + \underset{r_2}{11} s + \underset{r_3}{6}$$

Az együtthatók összehasonlításával:

$$k_1 = \underset{r_1}{6} - a_1 \; ; \quad k_2 = \underset{r_2}{11} - a_2 \; ; \quad k_3 = \underset{r_3}{6} - a_3 \, .$$

5. A tükrözéses módszer alapján adjon meg a $G(z) = \dfrac{-0.6z}{(z-0.8)(z-4)}$ impulzusátviteli függvényű labilis folyamathoz egy stabilizáló állapotvisszacsatoló vektort! **4**

5.) $G(z) = \dfrac{-0{,}6z}{(z-0{,}8)(z-4)} = \dfrac{-0{,}6z}{z^2-4{,}8z+3{,}2} = \dfrac{-0{,}6z}{A(z)}$

azaz $A(z) = (z-0{,}8)(z-4) = z^2-4{,}8z+3{,}2 = z^2+a_1z+a_2$

A stabilizáláshoz a $p_2 = 4$ labilis pólust tükrözzük az egységkörön belülre, $p_2^* = 0{,}25$ legyen.

A tervezési polinom:

$R(z) = (z-0{,}8)(z-0{,}25)$ legyen $= z^2-1{,}05z+0{,}2 =$

Az állapotvisszacsatoló vektor: $= z^2+r_1z+r_2$

$k^T = [r_1-a_1 \quad r_2-a_2] = [-1.05-(-4.8) \quad 0{,}2-(3{,}2)]$

$k^T = [3.75 \quad -3]$

3. Az $A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $c = [1 \quad 0]$; $d = 0$ állapottér-modellel adott rendszert $k = [1 \quad 1]$ erősítéssel negatívan visszacsatolva a <u>zárt</u> rendszer pólusai: $p_{1,2} = -2 \pm j$ . <u>Határozza meg</u> $\alpha$ és $\beta$ értékét. **4 pont** ☐

**<u>Megoldás</u>:**

A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$|sI - A + bk| = \begin{vmatrix} s-\alpha & -1 \\ 1 & s-\beta+1 \end{vmatrix} = s^2 + (1-\alpha-\beta)\cdot s + \alpha\cdot\beta - \alpha + 1$$

illetve

$$\alpha_c(s) = (s-p_1)(s-p_2) = s^2 + 4s + 5$$

majd az együtthatók összehasonlításával:

$1-\alpha-\beta = 4$ illetve $\alpha\cdot\beta - a + 1 = 5$.

Innen

$\alpha = -2$ és $\beta = -1$.

6. A tükrözéses módszer alapján adjon meg a $P(s)=\frac{-10}{(s+2)(s-5)}$ átviteli függvényű labilis folyamathoz egy stabilizáló állapotvisszacsatoló vektort !

**4 pont** 3 -

6.) $P(s) = \frac{-10}{(s+2)(s-5)} = \frac{-10}{s^2-3s-10} = \frac{-10}{A(s)}$

Azaz $A(s) = (s+2)(s-5) = s^2-3s-10 = s^2+a_1 s+a_2$

A stabilizáláshoz a $p_2 = 5$ labilis pólust tükrözzük a bal fél síkba: $p_2^* = -5$.

A tervezési polinom legyen:

$$R(s) = (s+2)(s+5) = s^2+7s+10 = s^2+r_1 s+r_2$$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$$k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [7-(-3) \quad 10-(-10)]$$

$$\boxed{k^T = [10 \quad 20]}$$

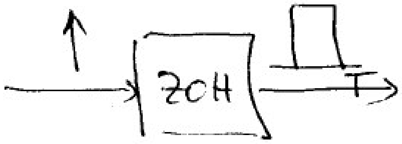
## Diszkrét mintavételes szabályzási körök, szabályozók tervezése

4. Adja meg egy folytonos szakasz zérusrendű tartószervvel együtt származtatott impulzusátviteli függvényének (a folytonos szakasz diszkretizált alakjának) összefüggését!

4. $G(z)=\left(1-z^{-1}\right)\mathbf{Z}\{v[k]\}$, ahol $v[k]$ a $P(s)$ folytonos szakasz átmeneti függvényének mintavételezett sorozata.

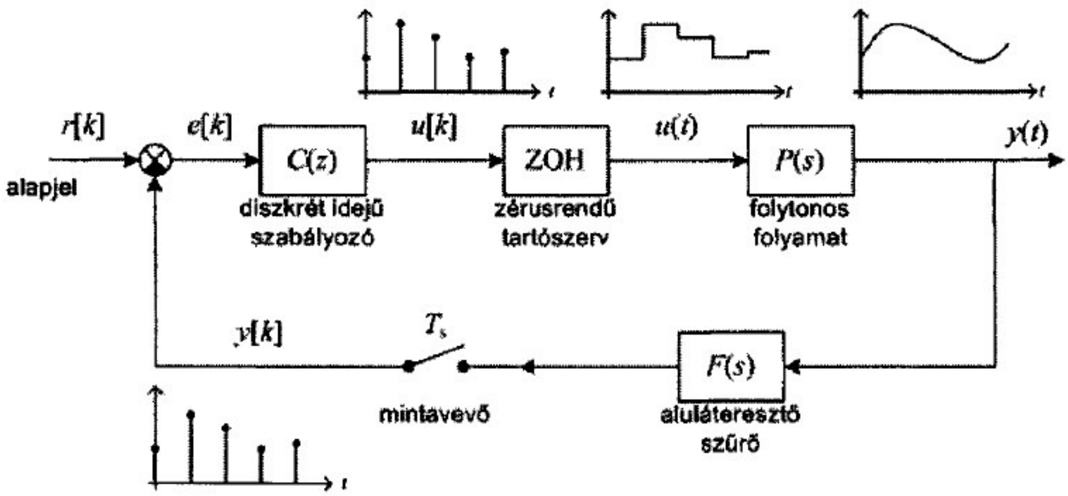
**6. Adja meg a zérusrendű tartószerv átviteli függvényét!**

6.)




$$W(s) = \frac{1-e^{-sT_s}}{s}$$

6. Vázoljon fel egy zárt mintavételes szabályozási rendszert, adja meg az egyes elemek funkcióját és vázolja fel a rendszer jeleinek jellegét!

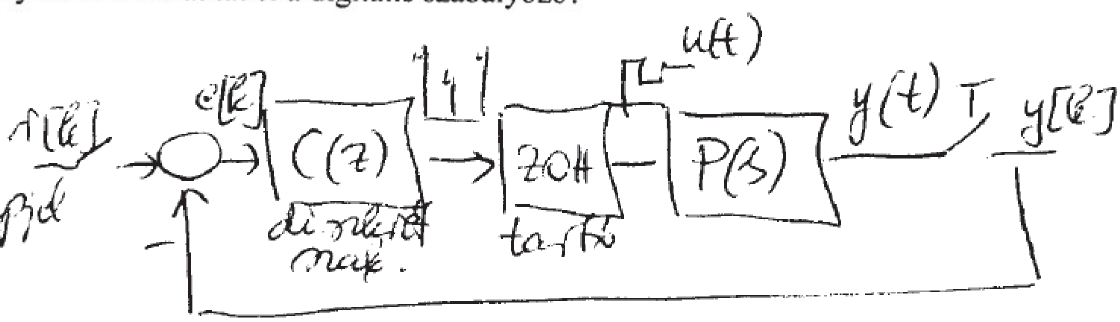



**11.14. ábra A zárt mintavételes szabályozási rendszer elemei és jelei**

**4. Vázolja fel egy mintavételes szabályozás felépítését. Jelölje be a jeleket.**

**Milyen funkciókat lát el a digitális szabályozó?**

4.



4. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.5z-0.35}{z-0.85}$. Adja meg a folyamat kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha a bemenőjel Z-transzformáltja $U(z)=\dfrac{z}{z-1}$!

4. A kezdeti és végérték tétellel $y[0]=0.5$ illetve $\lim\limits_{k\to\infty} y[k]=1$.

7. Egy zárt mintavételes szabályozási körben a felnyitott kör impulzusátviteli függvénye

$$L(z)=\frac{0.91z+0.82}{z^2-1.7236z+0.7408}$$

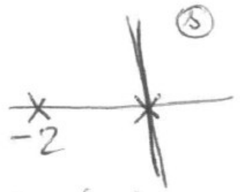
. Stabilis-e a zárt kör?

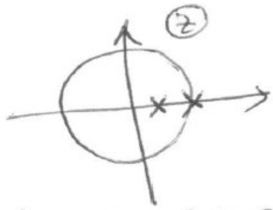
7. $1+L(z)=0 \Rightarrow z^2-0.8136z+1.561=0 \Rightarrow z_{1,2}=0.41\pm j1.18 \Rightarrow |z_{1,2}|>1 \Rightarrow$ labilis

4. Adja meg a $z$-transzformáció definícióját! Hova képezi le a $z$-transzformáció az $s$ komplex sík imaginárius tengelyét? Hova képezi le az $s1=0$ és az $s2=-2$ pontokat? A mintavételezési idő legyen $T_s$.

**4 pont** ☐

$z = e^{sT_s}$



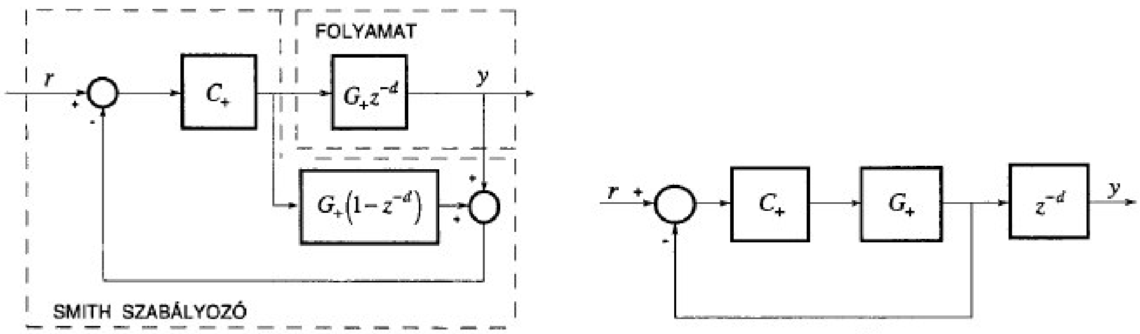

Az imaginárius tengely az egységsugarú körre,
$s_1 = 0 \rightarrow z_1 = e^{0T_s} = 1$ - be,
$s_2 = -2 \rightarrow z_2 = e^{-2T_s}$ - be képződik le.

**6.** Ismertesse a diszkrét idejű Smith-prediktoros szabályozás elvét és algoritmusát!

A mintavételes szabályozási körben tekintsünk egy egyszerű holtidős folyamatot a (12.1) nyomán

$$G\left(z^{-1}\right)=G_{+}\left(z^{-1}\right)\overline{G}_{-}\left(z^{-1}\right)=G_{+}\left(z^{-1}\right)G_{-}\left(z^{-1}\right)z^{-d} \quad \text{röviden} \quad G=G_{+}\overline{G}_{-}=G_{+}G_{-}z^{-d} \qquad (12.12)$$

ahol $G_{+}$ stabilis. A SMITH szabályozó 7.1. pontban bemutatott elvét a (12.12) DI folyamatra a 12.5a. ábrán megadott szabályozási körben mutatjuk be. Mivel a kör ekvivalens a 12.5b. ábra hatásvázlatával, itt célja nagyon jól látható: az eredeti holtidőt is tartalmazó zárt kört szétválasztani egy olyan zárt körre, amelyben nincs benne a holtidő, az ugyanis a körön kívül sorosan jelenik meg. Így a $C_{+}$ szabályozó a $G_{+}$ folyamathoz hagyományos (holtidőt nem figyelembevevő) módszerrel is tervezhető.




(a) (b)

12.5. ábra A mintavételes SMITH szabályozó hatásvázlata

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.08(z+0.9)}{(z-0.9)(z-0.2)}$.

Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét!

A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=2\dfrac{(z-0.9)(z-0.2)}{(z-1)z}$. Milyen jellegű kompenzációnak felel meg ez? Egységugrás alapjelre a zárt körben adja meg a folyamat kimenőjel és a beavatkozójel kezdeti- és végértékét! **5 pont**

Statikus átviteli tényező: $G(z=1)=\dfrac{0{,}08\cdot 1{,}9}{0{,}1\cdot 0{,}8}=1{,}9$

$C(z)$ PID kompenzációt valósít meg.

$y(t=0)=0$ ; $y(t\to\infty)=1$ (mivel a szabályozó 1 típusú.)

$u(t=0)=\lim\limits_{z\to\infty}\dfrac{z}{z-1}\,2\dfrac{(z-0{,}9)(z-0{,}2)}{(z-1)z}=2$ (t=0-ban a visszacsatoló jel 0.)

$u(t\to\infty)=\dfrac{1}{G(z=1)}=\dfrac{1}{1{,}9}=0{,}5263$ (Az eredő átviteli függvényekből is számíthatók a végértékek.)

**2.** Egy mereven visszacsatolt, zárt mintavételes szabályozási kör <u>felnyitott</u> körének impulzusátviteli függvénye $L(z)=\dfrac{0.8z+0.5}{z^2-1.8z+0.8}$. Adja meg a szabályozás típusszámát! **3 pont** ☐

2. $L(z)=\dfrac{0.8z+0.5}{z^2-1.8z+0.8}=\dfrac{0.8z+0.5}{(z-1)(z-0.8)}$, az integrátorok száma a hurokátviteli függvényben 1, ez a típusszám.

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.1(z+0.8)}{(z-1)(z-0.2)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=2\dfrac{z-0.2}{z}$.

a./ Milyen jellegű kompenzációt alkalmazunk? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.
b./ Adja meg a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha bemenőjele mintavételezett egységugrás.
c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!
d./ Egységugrás alapjelre a zárt szabályozási körben adja meg a kimenőjel és a beavatkozójel kezdeti- és végértékét! **5 pont** ☐

5.) a.) Ideális PD.

$$C(z)=\frac{u(z)}{e(z)}=2\left(1-0.2z^{-1}\right)$$

$$u(nT)=2e(nT)-0.4\,e((n-1)T)$$

b.) $$u(0)=\lim_{z\to\infty}\frac{z}{z-1}\cdot 2\,\frac{z-0.2}{z}=2$$

$$u(t\to\infty)=\lim_{z\to 1}\cancel{(1-z^{-1})}\,\frac{z}{\cancel{z-1}}\,2\cdot\frac{z-0.2}{z}=1.6$$

c.) $$L(z)=C(z)\,G(z)=\frac{0.2(z+0.8)}{(z-1)\,z}$$

A karakterisztikus egyenlet:

$$1+L(z)=0$$

$$z^2-z+0.2z+0.16=0$$

$$z^2-0.8z+0.16=0$$

$$z_{1,2}=\frac{0.8\pm\sqrt{0.64-0.64}}{2}=\begin{cases}0.4<1\\0.4<1\end{cases}$$ Stabilis.

d.) $y(t=0)=0$; $y(t\to\infty)=1$ (1 típusú szabályozás)

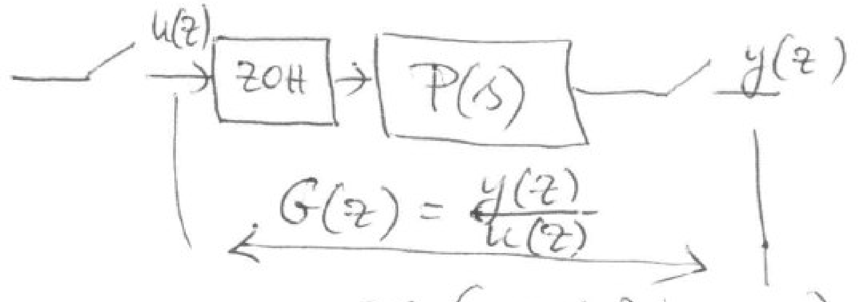
$u(t=0)=2$ (Az első pillanatban $y=0$, nem jön visszacsatoló jel.)

$u(t\to\infty)=0$, mivel a szakasz integráló.

6. Adja meg egy mintavételezett jel z-transzformáltjának kifejezését. Adja meg az $y(t) = e^{-at}$ jel $T$ mintavételi idővel történő mintavételezésével adódó diszkrét jel z-transzformáltját.

Adja meg az impulzusátviteli függvény definícióját és számítási módját. **4 pont**

$$y(z) = \sum_{i=0}^{\infty} y(iT_0)\, z^{-i}$$




$$G(z) = \frac{Z\{ v(t)|_{t=kT_0} \}}{\frac{z}{z-1}}$$

$v(t)$: átmeneti fv.

6. Milyen típusú diszkrét szabályozót valósít meg a $C(z) = \frac{4(z-0.7)}{z}$ impulzusátviteli függvény? Adja meg a szabályozó kimenetén a jel kezdeti és végértékét, ha a bemenőjel mintavételezett egységugrás. Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét! **4 pont**

$C(z) = \frac{4(z-0,7)}{z}$ ideális PD szabályozó.

$$u(t=0) = \lim_{z\to\infty} \frac{z}{z-1} \cdot \frac{4(z-0.7)}{z} = 4$$

$$u(t\to\infty) = \lim_{z\to 1} \cancel{(1-z^{-1})}\, \cancel{\frac{z}{z-1}} \cdot \frac{4(z-0.7)}{z} = 1.2$$

$\frac{u(z)}{e(z)} = 4 - 2.8\, z^{-1}$

A differenciaegyenlet:

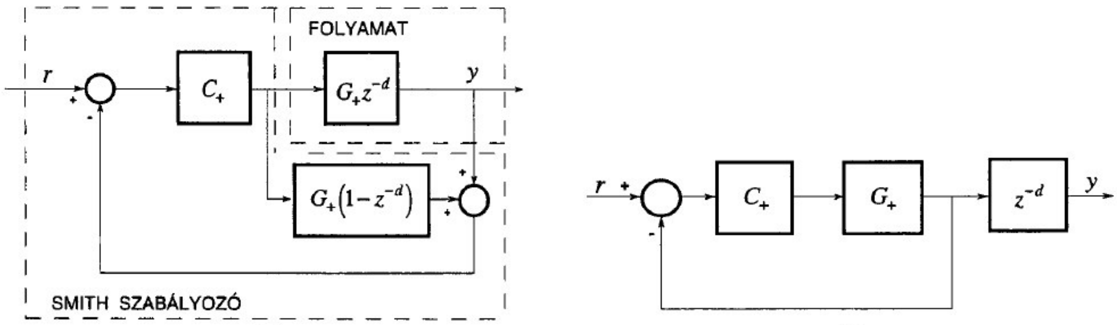
$u(nT) = 4\, e(nT) - 2,8\, e((n-1)T)$

6. Mintavételes szabályozási rendszerben ismertesse a SMITH prediktor szerinti tervezés elvét!

A mintavételes szabályozási körben tekintsünk egy egyszerű holtidős folyamatot a (12.1) nyomán

$$G\left(z^{-1}\right)=G_+\left(z^{-1}\right)\overline{G}_-\left(z^{-1}\right)=G_+\left(z^{-1}\right)G_-\left(z^{-1}\right)z^{-d} \quad \text{röviden} \quad G=G_+\overline{G}_-=G_+G_-z^{-d} \qquad (12.12)$$

ahol $G_+$ stabilis. A SMITH szabályozó 7.1. pontban bemutatott elvét a (12.12) DI folyamatra a 12.5a. ábrán megadott szabályozási körben mutatjuk be. Mivel a kör ekvivalens a 12.5b. ábra hatásvázlatával, itt célja nagyon jól látható: az eredeti holtidőt is tartalmazó zárt kört szétválasztani egy olyan zárt körre, amelyben nincs benne a holtidő, az ugyanis a körön kívül sorosan jelenik meg. Így a $C_+$ szabályozó a $G_+$ folyamathoz hagyományos (holtidőt nem figyelembevevő) módszerrel is tervezhető.




(a) (b)

12.5. ábra A mintavételes SMITH szabályozó hatásvázlata

7. Egy mintavételes rendszer impulzusátviteli függvénye $H(z)=\dfrac{2.22(z+0.8)}{(z-0.8)^2}$, bemenőjele $u[k]=\cos(0.5k)$

(A koszinusz függvény argumentuma radiánban értendő).

Adja meg a rendszer $y[k]$ kimenőjelét a $k=0,1,2,3$ időpillanatokra! 4

7. $H(z)=\dfrac{2.22(z+0.8)}{(z-0.8)^2}=\dfrac{2.22z+1.776}{z^2-1.6z+0.64}$, $u[0]=1$, $u[1]=0.8776$, $u[2]=0.5403$

$$y[k]=2.22u[k-1]+1.776u[k-2]+1.6y[k-1]-0.64y[k-2]$$
$$y[0]=0,\ \ y[1]=2.22,\ \ y[2]=7.2763,\ \ y[3]=142.08$$

6. Egy mintavételes rendszer impulzusátviteli függvénye $H(z)=\dfrac{2.22(z+0.8)}{(z-0.8)^2}$, bemenőjele $u[k]=\sin(0.5k)$

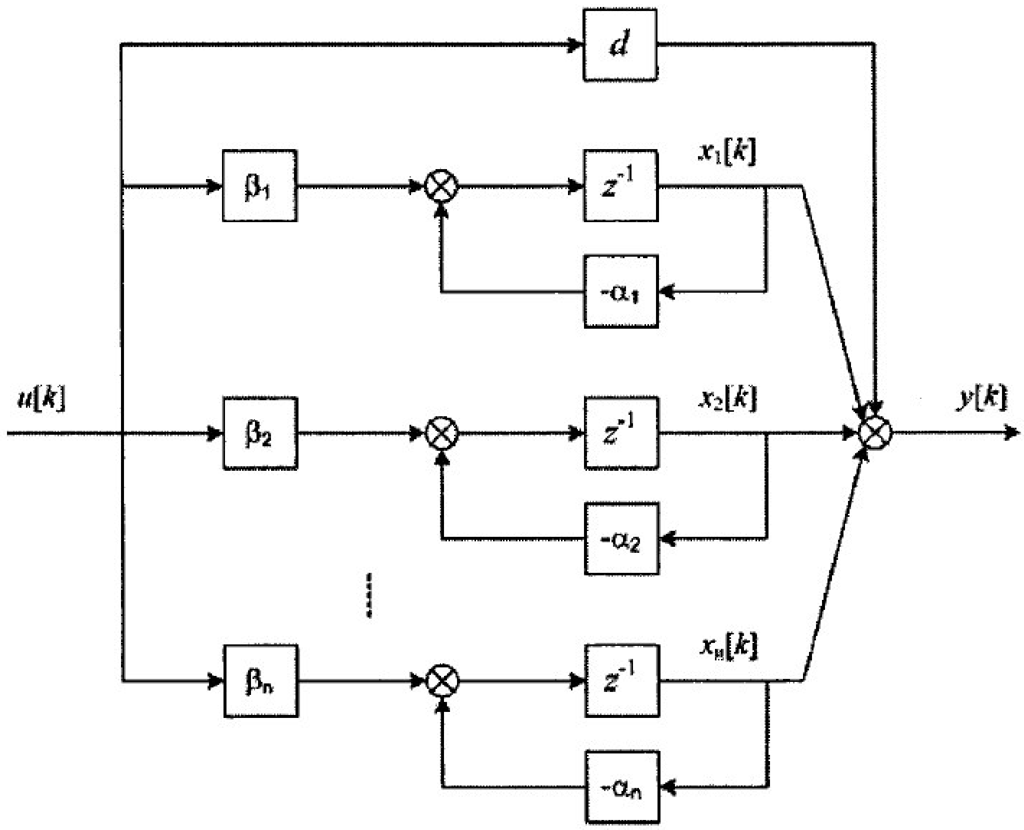
(A szinusz függvény argumentuma radiánban értendő).

Adja meg a rendszer $y[k]$ kimenőjelét a $k=0,1,2,3$ időpillanatokra!

6. $H(z)=\dfrac{2.22(z+0.8)}{(z-0.8)^2}=\dfrac{2.22z+1.776}{z^2-1.6z+0.64}$, $u[0]=0$, $u[1]=0.4794$, $u[2]=0.8415.$

$$y[k]=2.22u[k-1]+1.776u[k-2]+1.6y[k-1]-0.64y[k-2]$$
$$y[0]=0,\ \ y[1]=0,\ \ y[2]=1.0643,\ \ y[3]=4.4224.$$

5. Egyszeres pólusokat feltételezve adja meg egy harmadrendű mintavételes rendszer párhuzamos kanonikus alakjának blokkvázlatát!




11.22. ábra Párhuzamos kanonikus alak blokkvázlata

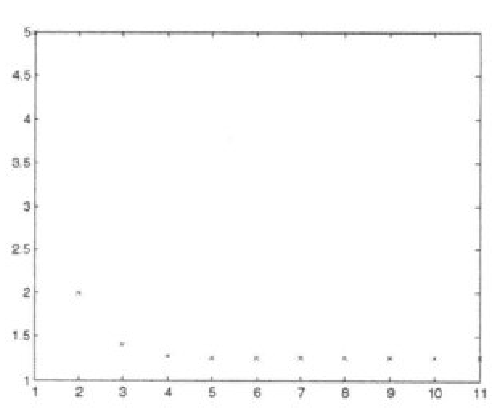
7. Adja meg a $C(z) = K\dfrac{z-z_1}{z-z_2}$ szabályozó átmeneti függvényének kezdeti és végértékét $(0 < z_2 < z_1 < 1)$!

Mekkora a szabályozó túlvezérlési aránya? Jellegére vonatkozóan ábrázolja az átmeneti függvényt!

7. $C(z) = K\dfrac{z-z_1}{z-z_2} = \dfrac{\mathbb{Z}\{u[k]\}}{\mathbb{Z}\{e[k]\}}$, $u[0] = K$, $\lim\limits_{k\to\infty} u[k] = K\dfrac{1-z_1}{1-z_2}$.

A túlvezérlési arány: $u[0]/u[\infty] = (1-z_2)/(1-z_1)$

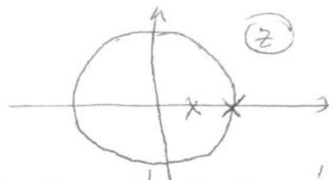
Átmeneti függvény: $(K = 5,\ \ z_1 = 0.8,\ \ z_2 = 0.2)$



4. Adja meg a $z$-transzformáció definícióját! Hova képezi le a $z$-transzformáció az $s$ komplex sík imaginárius tengelyét? Hova képezi le az $s_1 = 0$ és az $s_2 = -3$ pontokat? A mintavételezési idő legyen $T_s$. Adja meg egy jel $z$-transzformáltjának kifejezését! Adja meg a mintavételezett egységugrás jel $z$-transzformáltját!

**4 pont** ☐

$z = e^{sT_0}$


Az imaginárius tengely az egységsugarú körbe képződik le.

$s_1 = 0 \Rightarrow z_1 = 1$

$s_2 = -3 \Rightarrow z_2 = e^{-3T_0}$ ;

$f(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT_0) z^{-i}$

$\mathcal{Z}\{1(t)\} = \frac{z}{z-1}$ .

5. Legyen egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z) = \dfrac{0.01(z+0.8)}{(z-0.8)(z-0.2)}$.

a./Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét!

b./A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye legyen: $C(z) = 3\dfrac{(z-0.8)(z-0.2)}{(z-1)z}$. Milyen jellegű kompenzációnak felel meg ez? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét!

c./ Egységugrás alapjelre a zárt körben adja meg a folyamat kimenőjelének és a beavatkozójelnek a kezdeti és a végértékét!

**5 pont** ☐

$$G(z) = \frac{0{,}01(z+0{,}8)}{(z-0{,}8)(z-0{,}2)}$$

a.) $k_{stat} = \dfrac{0{,}01(1+0{,}8)}{(1-0{,}8)(1-0{,}2)} = \dfrac{0{,}9}{8} = 0{,}1125 = G(z=1)$

b.) PID kompenzáció.

$$\frac{u(z)}{e(z)} = 3\,\frac{(1-0{,}8z^{-1})(1-0{,}2z^{-1})}{1-z^{-1}} = 3\,\frac{1-z^{-1}+0.16z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

$$u(nT_0) = 3e(nT_0) - 3e((n-1)T_0) + 0{,}48\,e((n-2)T_0) + u((n-1)T_0)$$

c.) $y(0) = 0$ ; $y(t\to\infty) = 1$ ; $u(0) = 3$ ; $u(t\to\infty) = \dfrac{1}{k_{stat}} = \dfrac{1}{0.1125} = 8.88$

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.01(z+0.5)}{(z-1)(z-0.2)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=5\dfrac{z-0.2}{z}$.

a./ Milyen jellegű kompenzációt alkalmazunk? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.

b./ Adja meg a zárt körben a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha bemenőjele mintavételezett egységugrás.

c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

**5 pont** ☐

5.) a.) PD kompenzáció.

$$\frac{u(z)}{e(z)} = 5(1-0{,}2z^{-1}) \; ; \quad u[k] = 5e[k] - e[k-1]$$

b.) $u[0] = 5$ ; $u[t\to\infty] = 0$ (mivel a szakaszban van integrátor).

c.) $$L(z) = C(z)\cdot G(z) = 5\cdot\frac{0.01(z+0.5)}{z(z-1)}$$

A karakterisztikus egyenlet:

$$1 + L(z) = 0 = 1 + \frac{0.05(z+0.5)}{z(z-1)} = 0$$

$$z^2 - z + 0{,}05z + 0{,}025 = 0$$

$$z^2 - 0.95z + 0.025 = 0 \Rightarrow z_{1,2} = 0.475 \pm \sqrt{0.2}$$

$|z_{1,2}| < 1$ ; Stabilis.

3. Kéttárolós, stabilis holtidős folyamatot mintavételes póluskiejtéses PIPD szabályozóval zárt körben irányítunk. (A PD hatás ideális.)

Írja fel a hurokátviteli függvényt, ha a $T_d$ holtidő egész számú többszöröse a $T_s$ mintavételi időnek ($T_d = d\cdot T_s$)!

(Segítség: holtidő nélkül a folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{m_1 z + m_2}{(z-z_1)(z-z_2)}$) **4 pont** ☐

3. $$G_d(z)=\frac{m_1 z + m_2}{(z-z_1)(z-z_2)z^d} \qquad C(z)=\frac{K(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \qquad L(z)=\frac{K(m_1 z + m_2)}{z^{d+1}(z-1)}$$

5. Feladat: Adott egy diszkrét szakasz, $G(z)=\dfrac{0.04\ (z+0.8)}{(z-1.02)\ (z-0.6)}$. A mintavételezési idő $T_s=0.5$.

Tervezzen soros diszkrét PI szabályozót a szakaszhoz. Legyen a szabályozó átviteli tényezője 1.

Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét.

5. A diszkrét PI szabályozó átviteli függvénye: $C(z)=k_c\dfrac{z-z_i}{z\text{-}1}$. A szakasz pólusai: $p=\begin{bmatrix}1.02 & 0.6\end{bmatrix}$.

A diszkrét PI szabályozóval a legnagyobb pólust kell kiejteni. Ebben az esetben ezt nem lehet megtenni, mert a legnagyobb pólus labilis, mivel nagyobb, mint 1. A labilis pólust egy azonos nagyságú, de ellentétes előjelű zérussal kell kompenzálni.

A labilis pólus: $z_1=e^{s_1T_s}=e^{\frac{T_s}{T_1}}$, $p_1=s_1=\dfrac{\ln z_1}{T_s}=\dfrac{\ln(1.02)}{0.5}=0.0396$, $T_1=-\dfrac{1}{s_1}=-25.25$

A kompenzáló stabilis zérus: $s_1=-0.0396,\quad T_1=25.25,\ z_1=e^{-\frac{T_s}{|T_1|}}=e^{-\frac{0.5}{25.25}}=0.9804$

A szabályozó tehát: $C(z)=k_c\dfrac{z-0.9804}{z\text{-}1}=\dfrac{z-0.9804}{z\text{-}1}$

6. Egy mintavételes szabályozó impulzusátviteli függvénye $C(z)=\dfrac{U(z)}{E(z)}=\dfrac{3(z-0.5)}{2(z-0.25)}$.

Adja meg a szabályozó átviteli tényezőjének értékét.

Egységugrás alakú $e[k]$ hibajel esetén adja meg az $u[k]$ bemenőjel értékét a $k=0,1,2,3$ időpillanatokra!

Milyen jellegű ez a szabályozó? **4**

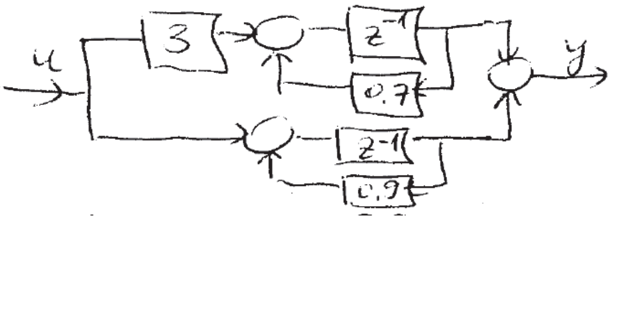
6. A szabályozó átviteli tényezője: $k_c=C(z=1)=\dfrac{3\cdot(1-0.5)}{2\cdot(1-0.25)}=1$

$$u[k]=\left(3e[k]-1.5e[k-1]+0.5u[k-1]\right)/2$$

$u[0]=1.5\quad u[1]=1.125\quad u[2]=1.0313\quad u[3]=1.0078$ Közelítő PD.

7. Adja meg blokkvázlat formájában a $G(z)=\dfrac{4z-3.4}{z^2-1.6z+0.63}$ impulzusátviteli függvénnyel rendelkező rendszer párhuzamos kanonikus alakját! **4 pont**

7. $G(z)=\dfrac{4z-3.4}{z^2-1.6z+0.63}=\dfrac{3}{z-0.7}+\dfrac{1}{z-0.9}=\dfrac{3z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}+\dfrac{z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}$




(A blokk diagram nélkül is elfogadjuk.)

3. Hogyan vehető figyelembe egy $T_d$ nagyságú holtidő hatása egy folytonos folyamat diszkretizált modelljében, ha feltesszük, hogy a $T_d$ holtidő egész számú többszöröse a $T_s$ mintavételi időnek? **3 po**

3. $$G(z)\Big|_{holtidővel} = \frac{G(z)\Big|_{holtidő-nélkül}}{z^d} \qquad d=\frac{T_d}{T_s}$$

5. Adja meg a $P(s)=\dfrac{1}{1+sT_1}$ átviteli függvénynek megfelelő $G(z)$ impulzusátviteli függvényt zérusrendű tartószerv feltételezésével. A mintavételezési idő $T_s$.
Adja meg a diszkrét modellt megvalósító algoritmust (differenciaegyenlet).
Ábrázolja a diszkrét rendszer blokk-diagramját.

5. Az egytárolós arányos tag impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{1-e^{-T_s/T_1}}{z-e^{-T_s/T_1}}$.

A diszkrét modellt megvalósító algoritmus:

$$G(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{k_z}{z-z_1}=\frac{k_z z^{-1}}{1-z_1 z^{-1}}$$

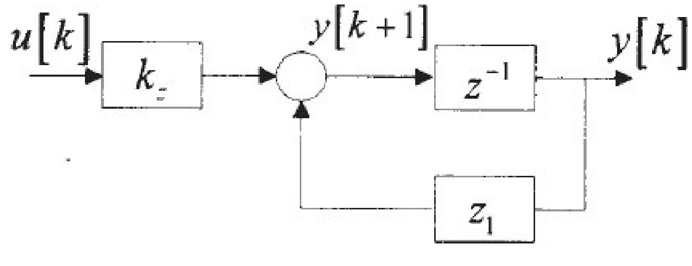
ahol $k_z=1-e^{-T_s/T_1}$ és $z_1=e^{-T_s/T_1}$

$$Y(z)1-Y(z)z_1 z^{-1}=U(z)k_z z^{-1}$$

$$y[k]=z_1 y[k-1]+k_z u[k-1]$$

A blokk-diagram:

$$y[k+1]=z_1 y[k]+k_z u[k],$$



7. Adott egy zárt diszkrét szabályozási kör:


A folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z) = \dfrac{0.02(z+0.9)}{(z-0.8)(z-0.9)}$ .

a./ Adja meg a folyamat átviteli tényezőjét.

b./ Adja meg a póluskiejtéses PI szabályozó impulzusátviteli függvényét $k_c = 1$ átviteli tényezővel.

c./ Zérus bemenőjel és egységugrás kimeneti zavarás esetén adja meg a kimenőjel és a beavatkozó jel kezdeti és végértékét.

**4 po**

7. A diszkrét PI szabályozó impulzusátviteli függvénye:

a./ A folyamat átviteli tényezője:

$$G(z=1) = \frac{0.02(1+0.9)}{(1-0.8)(1-0.9)} = \frac{0.02\cdot 1.9}{0.2\cdot 0.1} = 1.9$$

b./ A PI szabályozó impulzusátviteli függvénye:

$$C(z) = \frac{z-0.9}{z-1}$$

c./ $y(0)=1$; $y(\infty)=0$; $u(0)=-1$; $u(\infty)=-1/1.9$

.

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z) = \dfrac{0.04(z+0.5)}{(z-0.8)(z-0.9)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z) = 2\dfrac{z-0.9}{z-1}\dfrac{z-0.8}{z}$ .

a./ Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét.

b./ Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.

c./ Adja meg a zárt szabályozási körben a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha az alapjel a mintavételezett egységugrás.

**4 pont**

5.) a.) Statikus átviteli tényező:

$$\boxed{A = G(z=1) = \frac{0.04(1+0.5)}{(1-0.8)(1-0.9)} = \frac{0.04\cdot 1.5}{0.2\cdot 0.1} = 3}$$

b.) $$C(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = 2\frac{(1-0.9z^{-1})}{1-z^{-1}}(1-0.8z^{-1}) = 2\frac{1-1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

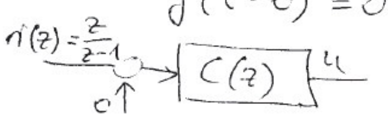
$$u(z) = 2e(z) - 3.4e(z)z^{-1} + 1.44e(z)z^{-2} + u(z)z^{-1}$$

$$\boxed{u(k) = 2e(k) - 3.4e(k-1) + 1.44e(k-2) + u(k-1)}$$

c.) $y(t\to\infty) = 1$, mivel a szabályozó 1 típusú.

$\boxed{u(t\to\infty) = 1/3}$

$y(t=0) = 0$, mivel a folyamat tárolós.




$\boxed{u(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{z}{z-1} C(z) = 2}$

7. Adja meg a diszkrét ideális PD szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét. A szabályozó bemenetén mintavételezett egységugrás hat. Adja meg a kimenőjel értékét az első 4 mintavételi pontban. A végértéktételek alkalmazásával is ellenőrizze a kezdeti és a végértéket. **4 pont** ☐

$$C_{PD}(z) = k_c \frac{z-a}{z} = \frac{u(z)}{e(z)} = k_c\left(1-az^{-1}\right)$$

$$\boxed{u(k) = k_c\, e(k) - k_c\, a\, e(k-1)}$$

$u(0) = k_c$ ; $u(1) = k_c - k_c a$

$u(2) = k_c - k_c a$ ...

$u(3) = u(4) = k_c(1-a)$

$$u(t=0) = \lim_{z\to\infty} \frac{z}{z-1}\, k_c \frac{z-a}{z} = k_c$$

$$u(t\to\infty) = \lim_{z\to 1} \cancel{\left(1-z^{-1}\right)} \frac{\cancel{z}}{\cancel{z-1}}\, k_c \frac{z-a}{z} = k_c(1-a)$$

7. Egy mintavételezett rendszer impulzusátviteli függvénye $G(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{z+0.5}{(z-0.6)(z-0.8)} z^{-2}$

A bemenőjel : $u[k] = 2^k \quad$ (k=0,1,2,3,...), és $u[k] \equiv 0 \quad (k<0)$.

Adja meg a kimenőjel értékét a $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ és $4$ mintavételi pontokban!

7.

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z+0.5}{(z-0.6)(z-0.8)} z^{-2} = \frac{z+0.5}{z^2-1.4z+0.48} z^{-2} = \frac{z^{-3}+0.5z^{-4}}{1-1.4z^{-1}+0.48z^{-2}}$$

$$y[k] = u[k-3] + 0.5u[k-4] + 1.4y[k-1] - 0.48y[k-2]$$

$u[0]=1 \qquad u[1]=2 \qquad u[2]=4 \qquad u[3]=8 \qquad u[4]=16$

$y[0]=0 \qquad y[1]=0 \qquad y[2]=0 \qquad y[3]=1 \qquad y[4]=2+0.5+1.4=3.9$

6. Határozza meg a stabilizáló szabályozót Diophantoszi egyenlet segítségével az alábbi labilis szakaszra: $G(z) = \dfrac{-1}{z-2} = \dfrac{-z^{-1}}{1-2z^{-1}}$. Helyezze el a zárt rendszer pólusát $z_1 = 0.5$ -re! **4 pont** ☐

6.) $G(z) = \dfrac{-z^{-1}}{1-2z^{-1}}$. Keressük azt a $C = Y/X$ szabályozót, amely stabilizálja a folyamatot az $R(z) = z - 0{,}5 = 0$ karakterisztikus polinom előírásával. (378. old.)

A szabályozót $n-1=0$-adrendű alakban keressük, amit a $C = Y/X = \frac{K}{1} = K$ struktúrával biztosíthatunk.

$AX + BY = R$

$(z-2)\cdot 1 - 1 \cdot K = z - 0{,}5 \Rightarrow C = K = -1{,}5$

A zárt rendszer: $\dfrac{-1.5\left(-\frac{1}{z-2}\right)}{1 + \frac{1.5}{z-2}} = \dfrac{1.5}{z-0.5}$ (ellenőrzés)

5. Adja meg a diszkrét PI szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét. A mintavételezési idő $T = 1$ sec. A szabályozó zérusa $z_1 = 0.7788$. Adja meg a folyamat időállandóját, amelyet ez a zérus „kiejt". A szabályozó bemenetén a bemenőjel az $u(t) = e^{-0.5t}$ jel mintavételezésével adódik. Adja meg a kimenőjel értékét az első 3 mintavételi pontban.

**4 pont**

5.) $C(z) = k_c \dfrac{z - e^{-T/T_1}}{z-1} = k_c \dfrac{z - 0.7788}{z-1} = \dfrac{y(z)}{e(z)} = k_c \dfrac{1 - 0.7788 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$

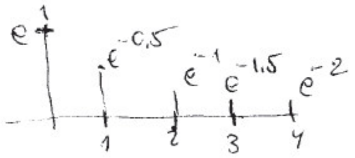
$e^{-1/T_1} = 0.7788$ ; $-\dfrac{1}{T_1} = \ln 0.7788$

$T_1 = -\dfrac{1}{\ln 0.7788}$

$u(z) = \dfrac{z}{z - e^{-0.5T}} = \dfrac{z}{z - e^{-0.5}}$ ,

$y(z) = k_c\, e(z) - k_c\, 0.7788\, e(z) \cdot z^{-1} + y(z) \cdot z^{-1}$

$\boxed{y(k) = k_c\, e(k) - k_c \cdot 0.7788\, e(k-1) + y(k-1)}$




$y(0) = k_c$

$y(1) = k_c\, e^{-0,5} - k_c\, 0.7788 \cdot 1 + k_c$

$y(2) = k_c\, e^{-1} - k_c\, 0.7788 \cdot e^{-0,5} + y(1)$

$y(3) = k_c\, e^{-1,5} - k_c\, 0.7788 \cdot e^{-1} + y(2)$

1. Legyen a szabályozott szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{2e^{-5s}}{(1+4s)(1+2s)}$ egy mintavételes rendszerben, ahol $T_s=1$ sec. Alkalmazzunk egy ideális $C_{\mathrm{PID}}(z)=K_C\dfrac{(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)}$ impulzusátviteli függvénnyel adott *PID* szabályozót. Határozza meg a szabályozó paramétereit úgy, hogy a szabályozási kör fázistöbblete $60°$ legyen.

$$P(s)=\frac{2e^{-5s}}{(1+4s)(1+2s)}\qquad C(z)=K_C\frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)}$$

A folyamat impulzusátviteli függvénye

$$G(z)=\frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})(1+\delta z)}{(z-e^{-1/4})(z-e^{-1/2})}z^{-5}\approx\frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})}{(z-e^{-1/4})(z-e^{-1/2})}z^{-5}$$

Ebből a számláló végén levő tagot az egyszerűség kedvéért elhanyagoljuk. Ez a közelítés kis frekvenciák esetén nem okoz nagy hibát. Ezek után a nyilt kör átvitele

$$L(z)=K_C\frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})z^{-5}}{z(z-1)}=K_C\frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})z^{-6}}{z-1}$$

A javtókulcs elején leírt módon meghatározzuk azt a frekvenciát, amihez a $60°$ fázistartalék tartozik, vagyis fázisa $-2\pi/3$ radián, amiből $\omega=\pi/36$ adódik.

$$L(j\omega)\approx K_C\frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})e^{-6j\omega}}{j\omega}$$

$$|L(j\omega)|=1\Rightarrow K_C=\frac{\omega}{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})}=\frac{\pi}{72(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})}\approx 0.5$$

vagy

$$z_1=e^{-1/4}\quad;\quad z_2=e^{-1/2}$$

$$L(z)=C(z)P(z)=K_c\frac{2z^{-5}}{z(z-1)}$$

$$L(j\omega)\sim\frac{2K_c}{j\omega}e^{-6j\omega}$$

$$-\frac{\pi}{2}-6\omega_c=-\frac{2\pi}{3}\quad;\qquad 6\omega_c=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$$

$$\omega_c=\frac{\pi}{36}$$

$$|L(j\omega_c)|=1=\frac{2K_c}{\omega_c}=1$$

$$\boxed{K_c=\frac{\omega_c}{2}=\frac{\pi}{72}}$$

7. Adja meg az $P(s)=\dfrac{K}{1+sT_1}$ tag SRE ekvivalens impulzusátviteli függvényét $T$ mintavételi idő mellett. A mintavételes körben egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Adja meg a stabilitás feltételét. **4 pont**

7.) $$P(z)=\frac{K\left(1-e^{-T/T_1}\right)}{z-e^{-T/T_1}}$$

Kar. egyenlet: $$1+\frac{K\left(1-e^{-T/T_1}\right)}{z-e^{-T/T_1}}=0$$

$$z-e^{-T/T_1}+K\left(1-e^{-T/T_1}\right)=0$$

$$z_1=e^{-T/T_1}-K\left(1-e^{-T/T_1}\right)$$

$$|z_1|<1$$

$$\left|e^{-T/T_1}-K\left(1-e^{-T/T_1}\right)\right|<1$$

2. A folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\dfrac{e^{-6s}}{1+2s}$. A folyamatot $T_s=1$ sec mintavételi idővel mintavételezzük, bemenetén zérusrendű tartószervet alkalmazunk. Diszkrét PI szabályozót alkalmazunk a mintavételes zárt szabályozási körben.

a./ Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét, határozza meg paramétereit 60° fázistöbblet biztosítására.

b./ Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét. Becsülje meg a szabályozási időt. **4 pont**

2.) a.) $$C(z)=k_c\frac{z-e^{-1/2}}{z-1}=k_c\frac{z-0.6065}{z-1}$$

$$P(z)=\frac{1-e^{-1/2}}{z-e^{-1/2}}\cdot z^{-6}\ ;\quad L(z)=\frac{k_c\left(1-e^{-1/2}\right)}{z-1}\cdot z^{-6}$$

$$L(j\omega)\sim\frac{k_c\left(1-e^{-1/2}\right)}{j\omega}e^{-6j\omega}$$

$$-\frac{\pi}{2}-6\omega_c=-\frac{2\pi}{3}\ ;\Rightarrow \boxed{\omega_c=\frac{\pi}{36}}$$

$$|L(j\omega_c)|=1=\frac{k_c\left(1-e^{-1/2}\right)}{\omega_c}\Rightarrow\boxed{k_c=\frac{\omega_c}{1-e^{-1/2}}=\frac{\pi}{36\left(1-e^{-1/2}\right)}}$$

$$k_c=\frac{\pi/36}{0{,}3935}=0{,}2218$$

b.) $$\frac{u}{e}=k_c\frac{1-0.6065z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$\boxed{u(k)=k_c e(k)-k_c\cdot 0.6065\,e(k-1)+u(k-1)}$$

$$\frac{3}{\omega_c}<t_s<\frac{10}{\omega_c}$$, tehát $34<t_s<114$ sec

2. A folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\dfrac{e^{-s}}{1+5s}$. A folyamatot $T_s=1$ sec mintavételi idővel mintavételezzük, bemenetén zérusrendű tartószervet alkalmazunk. A mintavételes zárt szabályozási körben diszkrét PI szabályozót alkalmazunk.

a./ Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét, határozza meg paramétereit 60° fázistöbblet biztosítására.

b./ Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét. Becsülje meg a szabályozási időt. **4 pont** ☐

a.) $C(z)=k_c\dfrac{z-e^{-1/5}}{z-1}=k_c\dfrac{z-0.8187}{z-1}$

$P(z)=\dfrac{1-e^{-1/5}}{z-e^{-1/5}}\cdot z^{-1}$

$L(z)=\dfrac{k_c(1-e^{-1/5})}{z-1}\cdot z^{-1}$ ; $L(j\omega)\sim\dfrac{k_c(1-e^{-1/5})}{j\omega}e^{-j\omega}$

$-\dfrac{\pi}{2}-\omega_c=-\dfrac{2\pi}{3}$ ; $\omega_c=\dfrac{\pi}{6}$

$|L(j\omega_c)|=1$ ; $\dfrac{k_c(1-e^{-1/5})}{\omega_c}=1$ ; $k_c=\dfrac{\omega_c}{1-e^{-1/5}}$

$$\boxed{k_c=\frac{\pi/6}{1-e^{-1/5}}=\frac{\pi/6}{0.1813}=2.888}$$

$$\boxed{u(k)=k_c e(k)-k_c\cdot 0.8187\, e(k-1)+u(k-1)}$$

$\dfrac{3}{\omega_c}<t_0<\dfrac{10}{\omega_c}$ , tehát $5.7<t_0<19$

**4.** A $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{(1+2s)(1+3s)}$ folytonos folyamat bemenetére egy $T_s=0.5$ sec mintavételi idővel működő nulladrendű tartószervet csatlakoztatunk, a folyamat kimenetét pedig szintén $T_s=0.5$ sec mintavételi idővel mintavételezzük. Írja fel a nulladrendű tartószerv bemenete és folyamat mintavételezett kimenete közötti impulzusátviteli függvényt! (Segítség: az $\dfrac{A}{1+sT}$ folytonos folyamat egységugrás ekvivalens impulzusátviteli függvénye $A\dfrac{1-e^{-T_s/T}}{z-e^{-T_s/T}}$, továbbá $e^{-1/4}=0.78$ és $e^{-1/6}=0.85$). **4 pont** ☐

4. $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{(1+2s)(1+3s)}=\left(\dfrac{3}{1+3s}-\dfrac{2}{1+2s}\right)e^{-2s}$

$$G(z)=\left(3\frac{1-e^{-0.5/3}}{z-e^{-0.5/3}}-2\frac{1-e^{-0.5/2}}{z-e^{-0.5/2}}\right)z^{-4}=\left(3\frac{0.15}{z-0.85}-2\frac{0.22}{z-0.78}\right)z^{-4}$$

4. A $P(s)=\dfrac{1}{s}$ átviteli függvényű folytonos szakaszt mereven visszacsatolva <u>mintavételesen</u> szabályozzuk zárt körben. Azt tapasztaljuk, hogy a zárt szabályozási kör a stabilitás határhelyzetében van. Határozza meg a mintavételezési időt.

**2 pont**

$$\frac{1}{s} \longrightarrow \frac{T}{z-1} \quad ;$$

A zárt sz. eredője: $\dfrac{\dfrac{T}{z-1}}{1+\dfrac{T}{z-1}} = \dfrac{T}{z-1+T}$

A karakterisztikus egyenlet:

$z-1+T=0 \quad ; \quad z_1 = 1-T$

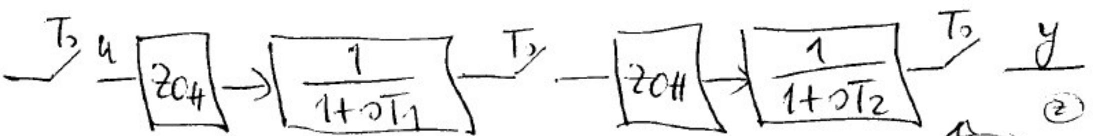
Stabilis, ha $|z_1|<1$

Határhelyzet, ha $\boxed{T=2}$

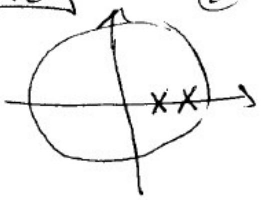
7. Adja meg a $P(s)=\dfrac{1}{1+sT_1}\cdot\dfrac{1}{1+sT_2}$ kéttárolós arányos tag impulzusátviteli függvényének pólus-zérus alakú kifejezését $T_s$ mintavételezési idő mellett, ha a két tárolós tag között van, illetve nincs mintavételező és tartószerv. Ábrázolja mindkét esetre a pólus-zérus konfigurációt!

**4 pont**

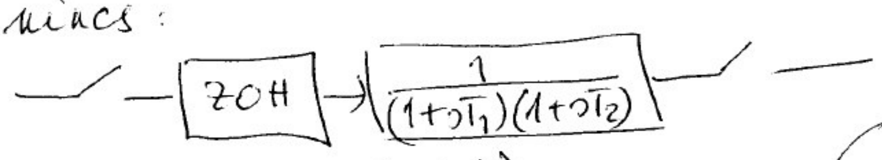
Ha van mintavételező körben:



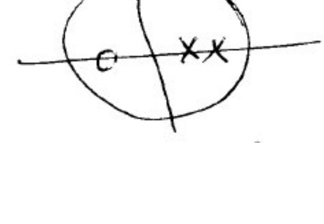

$$G_1(z) = \frac{1-e^{-T_s/T_1}}{z-e^{-T_s/T_1}} \cdot \frac{1-e^{-T_s/T_2}}{z-e^{-T_s/T_2}}$$




Ha nincs:

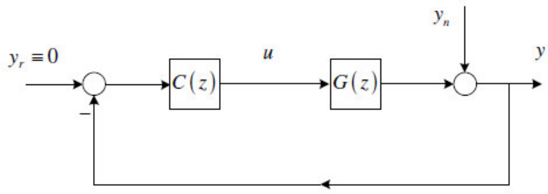



$$G_2(z) = \frac{k(z+d)}{(z-e^{-T_s/T_1})(z-e^{-T_s/T_2})}$$



## Youla-parametrizált szabályozótervezési feladatok

8. Legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z) = G_+ z^{-d} = \dfrac{1}{z-0.9} z^{-3}$. Az alábbi zárt szabályozási rendszerben határozza meg $C(z)$ értékét úgy, hogy $\dfrac{Y(z)}{Y_n(z)} = 1 - R_n(z) z^{-2}$ teljesüljön, ahol $R_n(z) = \dfrac{0.8}{z-0.2}$.




A $C(z)$ szabályozót írja fel Youla-parametrizált alakban és adja meg a $Q(z)$ Youla-paramétert! **4 po**

8. $Q(z) = \dfrac{R_n}{G_+} = \dfrac{0.8(z-0.9)}{z-0.2}$

$$C(z) = \frac{Q(z)}{1 - Q(z)G(z)} = \frac{\dfrac{0.8(z-0.9)}{z-0.2}}{1 - \dfrac{0.8(z-0.9)}{z-0.2}\dfrac{z^{-3}}{z-0.9}} = \frac{0.8z^3(z-0.9)}{z^3(z-0.2)-0.8} = \frac{0.8z^3(z-0.9)}{z^4 - 0.2z^3 - 0.8}$$

8. Legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z) = \dfrac{z+0.9}{(z-0.8)(z-0.9)}$. $R_r(z) = R_n(z) = \dfrac{1}{z}$ esetén határozza meg a $Q(z)$ Youla-paraméter értékét úgy, hogy a folytonos rendszer kimenőjelében ne legyenek lengések a mintavételi pontok között. $Q(z)$ alapján adja meg a $C(z)$ soros szabályozó impulzusátviteli függvényét is. Egységugrás alakú alapjel esetén adja meg továbbá $y[0]$, $y[1]$, $y[2]$ és $y[3]$ értékét! **4 po**

8. $G(z) = \dfrac{z+0.9}{(z-0.8)(z-0.9)} = G_+ G_- = \dfrac{1.9z}{(z-0.8)(z-0.9)} \dfrac{z+0.9}{1.9z}$

$$Q(z) = \frac{R_n}{G_+} = \frac{(z-0.8)(z-0.9)}{1.9z^2}$$

$$C(z) = \frac{Q}{1-QG} = \frac{\dfrac{(z-0.8)(z-0.9)}{1.9z^2}}{1 - \dfrac{(z-0.8)(z-0.9)}{1.9z^2}\dfrac{z+0.9}{(z-0.8)(z-0.9)}} = \frac{\dfrac{(z-0.8)(z-0.9)}{1.9z^2}}{1 - \dfrac{z+0.9}{1.9z^2}} = \frac{z^2 - 1.7z + 0.72}{1.9z^2 - z - 0.9}$$

$$y[0] = 0 \qquad y[1] = \frac{1}{1.9} = 0.526 \qquad y[2] = 1 \qquad y[3] = 1$$

8. Legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z)=\dfrac{z+0.8}{(z-0.7)(z-0.8)}$. $R_r(z)=R_n(z)=\dfrac{1}{z}$ esetén határozza meg a $Q(z)$ Youla-paraméter értékét úgy, hogy a folytonos rendszer kimenőjelében ne legyenek lengések a mintavételi pontok között. $Q(z)$ alapján adja meg a $C(z)$ soros szabályozó impulzusátviteli függvényét is. Egységugrás alakú alapjel esetén adja meg a rendszer $y[k]$ kimenőjelét a $k=0,1,2,3$ időpillanatokra! 4

8. $$G(z)=\frac{z+0.8}{(z-0.8)(z-0.7)}=G_+G_-=\frac{1.8z}{(z-0.8)(z-0.7)}\frac{z+0.8}{1.8z}$$

$$Q(z)=\frac{R_n}{G_+}=\frac{(z-0.8)(z-0.7)}{1.8z^2}$$

$$C(z)=\frac{Q}{1-QG}=\frac{\dfrac{(z-0.8)(z-0.7)}{1.8z^2}}{1-\dfrac{(z-0.8)(z-0.7)}{1.8z^2}\dfrac{z+0.8}{(z-0.8)(z-0.7)}}=\frac{\dfrac{(z-0.8)(z-0.7)}{1.8z^2}}{1-\dfrac{z+0.8}{1.8z^2}}=\frac{z^2-1.5z+0.56}{1.8z^2-z-0.8}$$

$$y[0]=0,\quad y[1]=\frac{1}{1.8}=0.555,\quad y[2]=1,\quad y[3]=1.$$

**8.** Egy két-szabadságfokú mintavételes szabályozási körben legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z)=\dfrac{z+0.9}{(z-0.5)(z-0.7)}z^{-2}$. $R_r(z)=R_n(z)=\dfrac{0.8}{z-0.2}$ esetén határozza meg a $Q(z)$ Youla-paraméter értékét úgy, hogy a folytonos rendszer kimenőjelében ne legyenek lengések a mintavételi pontok között. $Q(z)$ segítségével írja fel a $C(z)$ soros szabályozó kifejezését (nem kell kiszámítani)! Egységugrás alakú alapjel és zérus zavarójel esetén adja meg a rendszer $y[k]$ kimenőjelét a $k=0,\ 1,\ 2,$ és $3$ időpillanatokra! **4 pont** ☐

8. $$G(z)=\frac{z+0.9}{(z-0.5)(z-0.7)}z^{-2}=G_+G_-z^{-2}=\frac{1.9z}{(z-0.5)(z-0.7)}\cdot\frac{z+0.9}{1.9z}z^{-2}$$

$$Q(z)=\frac{R_n}{G_+}=\frac{0.8(z-0.5)(z-0.7)}{1.9z(z-0.2)}$$

$$C(z)=\frac{Q(z)}{1-Q(z)G(z)}$$

$$y[k]=R_rG_-z^{-d}r[k]=\frac{0.8}{z-0.2}\cdot\frac{z+0.9}{1.9z}z^{-2}r[k]=\frac{0.8z^{-3}+0.72z^{-4}}{1.9\left(1-0.2z^{-1}\right)}r[k]$$

$$y[k]=\frac{1}{1.9}\{0.8r[k-3]+0.72r[k-4]+0.38y[k-1]\}$$

$$y[0]=0,\quad y[1]=0,\quad y[2]=0,\quad y[3]=0.8/1.9=8/19,$$

**8.** Egy két-szabadságfokú mintavételes szabályozási körben legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z)=\dfrac{z+0.9}{(z-0.5)(z-0.7)}z^{-2}$.

$R_r(z)=R_n(z)=\dfrac{0.8}{z-0.2}$ esetén határozza meg a $Q(z)$ Youla-paraméter értékét úgy, hogy a folytonos rendszer kimenőjelében ne legyenek lengések a mintavételi pontok között. $Q(z)$ segítségével írja fel a $C(z)$ soros szabályozó kifejezését (nem kell kiszámítani)! Egységugrás alakú alapjel és zérus zavarójel esetén adja meg a folyamat $u[k]$ bemenőjelének állandósult értékét! **4 pont** ☐

8. $$G(z)=\frac{z+0.9}{(z-0.5)(z-0.7)}z^{-2}=G_+G_-z^{-2}=\frac{1.9z}{(z-0.5)(z-0.7)}\cdot\frac{z+0.9}{1.9z}z^{-2}$$

$$Q(z)=\frac{R_n}{G_+}=\frac{0.8(z-0.5)(z-0.7)}{1.9z(z-0.2)}$$

$$C(z)=\frac{Q(z)}{1-Q(z)G(z)}$$

$u[k]=Q(z)r[k]$, ahonnan $\lim\limits_{k\to\infty}u[k]=Q(1)=\dfrac{0.8\cdot0.5\cdot0.3}{1.9\cdot0.8}=\dfrac{0.15}{1.9}$

6. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=\dfrac{0.2z^{-2}}{1-0.8z^{-1}}z^{-2}$. Számítsa ki a optimális Youla-szabályozót a $G_r=G_n=1$ esetre, ha a zavarelhárítás tervezési referencia modellje $R_n(z)=\dfrac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$ ! **4 pont** ☐

6.) $G(z)=\dfrac{0{,}2z^{-2}}{1-0.8z^{-1}}\cdot z^{-2}$

(323. old.)

Tehát

$G_+=\dfrac{0{,}2z^{-1}}{1-0{,}8z^{-1}}$ ; $G_-=1$ ; $d=3$ ; $R_n=\dfrac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}$

$$C_{opt}=\frac{R_nG_+^{-1}}{1-R_nG_-z^{-d}}=\frac{\dfrac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}\cdot\dfrac{1-0{,}8z^{-1}}{0{,}2z^{-1}}}{1-\dfrac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}z^{-3}}=2{,}5\frac{1-0{,}8z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}-0{,}5z^{-4}}$$

8. Legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét idejű átviteli függvénye $G(z) = 0.05\frac{z+0.6}{(z-0.6)^2}$. $R_r(z) = \frac{0.1}{z-0.9}$ és $R_n(z) = \frac{1}{z}$ esetén határozza meg a $Q(z)$ Youla-paraméter értékét úgy, hogy a folytonos rendszer kimenőjelében ne legyenek lengések a mintavételi pontok között. $Q(z)$ alapján adja meg a $C(z)$ soros szabályozó impulzusátviteli függvényét. Adja meg az alapjelet szűrő impulzusátviteli függvényt is.

8. $$G(z) = 0.05\frac{z+0.6}{(z-0.6)^2} = G_+G_- = \frac{0.05\cdot 1.6z}{(z-0.6)^2}\cdot\frac{z+0.6}{1.6z}$$

$$Q(z) = \frac{R_n}{G_+} = \frac{(z-0.6)^2}{0.05\cdot 1.6z^2}$$

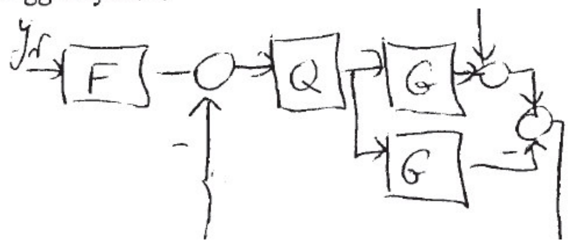
$$C(z) = \frac{Q}{1-QG} = \frac{\dfrac{(z-0.6)^2}{0.05\cdot 1.6z^2}}{1-\dfrac{(z-0.6)^2}{0.05\cdot 1.6z^2}\cdot\dfrac{0.05(z+0.6)}{(z-0.6)^2}} = \frac{\dfrac{(z-0.6)^2}{0.05\cdot 1.6z^2}}{1-\dfrac{z+0.6}{1.6z^2}} = 20\frac{(z-0.6)^2}{1.6z^2-z-0.6}$$

$$F(z) = \frac{R_r}{R_n} = \frac{0.1z}{z-0.9}$$

6. Feltételezve, hogy egy diszkretizált folyamat $G = G_+G_-z^{-d}$ alakú, határozza meg egy 2DOF mintavételes szabályozási rendszerben az $F$ előszűrő és a $C$ soros szabályozó értékét úgy, hogy $\frac{Y(z)}{Y_n(z)} = 1 - R_nG_-z^{-d}$ és $\frac{Y(z)}{Y_r(z)} = R_rG_-z^{-d}$ teljesüljön.

$y_n \equiv 0$ esetén írja fel $u$ bemenőjel kifejezését az $y_r$ alapjel függvényében!

6. $C(z) = \frac{Q}{1-QG}$  Q$=\frac{R_n}{G_+}$  F $= \frac{R_r}{R_n}$, $u = FQy_r$



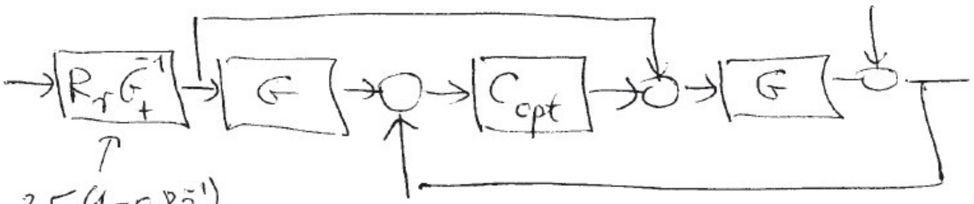
6. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=\dfrac{0.2z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}z^{-3}$. Számítsa ki az optimális Youla-szabályozót a $G_r = G_n = 1$ esetre. Vázolja fel a zárt szabályozási kör blokkvázlatát, valamennyi blokk impulzusátviteli függvényének megadásával. Az alapjel és a zavarszűrők impulzusátviteli függvényei $R_r(z) = R_n(z) = \dfrac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$. **4 pont**

$$G = \frac{0{,}2z^{-1}}{1-0{,}8z^{-1}}\cdot z^{-3}\,; \quad G_+ = \frac{0{,}2z^{-1}}{1-0{,}8z^{-1}}\,; \quad G_- = 1\,; \quad d = 3$$

$$C_{opt} = \frac{R_n G_+^{-1}}{1 - R_n G_- z^{-d}} = \frac{\dfrac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}\cdot\dfrac{1-0{,}8z^{-1}}{0{,}2z^{-1}}}{1-\dfrac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}z^{-3}}$$

$$R_n = \frac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}$$

$$\boxed{C_{opt} = \frac{2{,}5(1-0{,}8z^{-1})}{1-0{,}5z^{-1}-0{,}5z^{-4}}}$$




$$\frac{2{,}5(1-0{,}8z^{-1})}{1-0{,}5z^{-1}}$$

4. Vezesse le a véges beállású szabályozó algoritmusát a mintavételi pontok közötti lengés elkerülésével (megfontolások, algoritmus). Milyen speciális Youla paraméternek felel meg a szabályozó? **4 pont**

4.) $G(z) = \dfrac{\overset{\text{kiejthető}}{B_+}\,\overset{\text{nem kiejthető}}{B_-}}{A}z^{-d}\,; \quad B_-(z=1) = 1$

A zárt rendszer: $T(z) = B_- z^{-d} = \dfrac{CG}{1+CG}$

$B_- z^{-d} + CGB_- z^{-d} = CG\,; \quad CG(1-B_- z^{-d}) = B_- z^{-d}$

$$\boxed{C = \frac{B_- z^{-d}}{\dfrac{B_+B_-}{A}z^{-d}(1-B_- z^{-d})} = \frac{A}{B_+(1-B_- z^{-d})}}\,; \quad \boxed{Q = \frac{A}{B_+}}$$

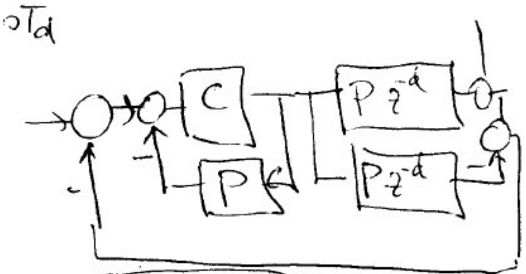
5. Vezesse le a diszkrét Smith szabályozó algoritmusát (megfontolások, impulzusátviteli függvény). Milyen speciális Youla paraméternek felel meg a szabályozó? **4 pont**

A holtidő nélküli folyamathoz tervezünk C (pl. PID) szabályozót.

$$\frac{C_{sm}\cdot P \cancel{e^{-sT_d}}}{1+C_{sm} P e^{-sT_d}} = \frac{CP}{1+CP}\cancel{e^{-sT_d}}$$

$$C_{sm}+C_{sm}CP = C + C_{sm}CPe^{-sT_d}$$

$$C_{sm}\left(1+CP\left(1-e^{-sT_d}\right)\right) = C$$




$$C_{sm} = \frac{C}{1+CP\left(1-e^{-sT_d}\right)}$$

Diszkretben: $\dfrac{C}{1+CP\left(1-z^{-d}\right)}$

$$\boxed{Q = \frac{C}{1+CP}}$$