

Név: Aláírás:

Információfeldolgozás zárthelyi

1. A Duna vízállását szeretnék vízszintmérővel vett minták alapján megmérni. A felszín hullámzik. Tegyük fel, hogy a mintavételkor egy kis helyen érzékeljük a pillanatnyi vízszintmagasságot (tehát a hullám tetején a hullám tetejének magasságát érzékeljük). Mérnökként adjon ésszerű becslést arra, hogy az átlagoláshoz hány mintát vegyünk, és milyen mintavételi sűrűséggel.

A mintavételi tétel ellenőrzéséhez becsléseket teszünk. Legyen a hullámzás frekvenciája ~ 1 Hz, amplitúdója 10 cm, és célunk az 1 cm-es pontosság.

- 2 pont a) ha a hibát 10-edrésztére akarjuk csökkenteni, akkor $N \sim 100$ kell, hogy legyen az ekvivalens mintaszám. Eszerint $2BT \sim 100$, vagyis $T \geq 50$ s a minta hossza, és $f_m \geq 2$ Hz
 b) Még okosabb: a hullámzás többé-kevésbé szinuszos. Ha koherensen mintavételezünk (pl. 1 s ideig), akkor ez alatt az idő alatt 3 vagy több mintát kell vennünk. A hullámzás hatása gyakorlatilag kiküszöbölődik.

2. Egy sztochasztikus folyamat autokorrelációs függvénye

$$R(\tau) = 2V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5\text{kHz} \cdot \tau) + 4V^2. \text{ Adja meg a következőket:}$$

- 2 pont a) várható érték
 b) variancia
 c) autokovariancia-függvény
 $\mu = 2$ V, $\sigma^2 = 2$ V², $C(\tau) = 2V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5\text{kHz} \cdot \tau)$

3. Egy $f_0 = 120$ kHz-es szinuszjelet a mintavételi tételt betartva, koherensen mintavételezünk. A mintavételezett sorozat DFT-je $N = 512$ pontból áll (1,2,...,512. pont), és a transzformált sorozat 6. elemében van egy nagyobb csúcs.

- a) Mennyi lehetett a mintavételi frekvencia?
 b) Van-e a DFT eredményében még egy csúcs? Hányadik pontban?

- 2 pont a) Eszerint $k = 5$ -nél van a szinusz csúcsa, vagyis $f_m = 120/5 \cdot 512 \sim 12,28$ MHz
 De ez csak egyetlen megoldás. a többi lehetőség: $5 \cdot f_m / N = f_0 + n \cdot f_m$ összes megoldásai, vagyis $f_0 / (5/N + n)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 b) Igen, $k = 512 - 5$ -nél, vagyis az 508. pontban. De lehet még több is, ha nem tartottuk be a mintavételi tételt.

4. Minek alapján mondhatjuk azt a gyakorlatban, hogy egy sztochasztikus folyamat ergodikus?

- 2 pont Ha nincs benne olyan mechanizmus, ami alapján az egyes mintafüggvények egyediek.

5. A szinuszjel teljesítmény-sűrűségfüggvénye Dirac-delta, a zajé véges függvény. Eszerint ha a szinusz frekvenciája környékén egy nagyon szelektív sávszűrővel mérünk, a jel/zaj viszony a sávszűrő sáv szélességének csökkentésével korlátlanul növelhető. Igaz-e ez, miért?

- 2 pont Elvben igaz, gyakorlatilag nincsen teljesen stabil szinusz, úgyhogy a "korlátlanul" túlzás.

6. Hogyan definiáljuk a majdnem periodikus jeleket?

2 pont

Olyan, periodikus komponenseket tartalmazó jel, mely nem periódikus.

7. Írja fel a szélessávú fehér zajjal gerjesztett elsőfokú aluláteresztő szűrő kimeneti jelének autokovariancia függvényét.

2 pont

$$C(\tau) = \sigma^2 e^{-|\tau|/K}$$

8. Mit tud mondani a maximum likelihood becslő eloszlásáról?

2 pont

Aszimptotikusan normális (vagy nagy N-ekre közelítőleg normális)

9. Milyen elveken lehet megmérni a teljesítmény-sűrűségfüggvényt? Sorolja fel mind a hármat.

2 pont

- 1) Periodogram
- 2) Korrelátor + Fourier transzformátor
- 3) sávszűrős analízis

10. Egy sztochasztikus jelet $f_m = 15$ kHz mintavételi frekvenciával mintavételezünk. $N = 1024$ mintát veszünk, majd DFT-t hajtunk végre. Nem tudjuk, hogy a mintavételi tételt betartjuk-e.

3 pont

- a) Milyen messze vannak egymástól az egyes kiszámolt spektrumértékek megfelelői Hz-ben?
 - b) Elvileg megállapítható-e a DFT eredményéből, hogy a mintavételi tételt betartottuk-e?
 - c) Lehet-e erről józan megfontolással valamit mondani?
- a) $\Delta f = f_m/N = 15 \text{ kHz}/1024$
 - b) elvileg nem: már nem tudjuk, hogy amit látunk az nem betranszformálódás eredménye-e
 - c) ha a spektrum növekvő f -fel csökken, és $f_m/2$ környékén eltűnik akkor valószínűleg az $f_m/2$ -nél kisebb frekvenciás a jel.

Σ 21 pont

Megfelelt:
11 ponttól